



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
UNIDADE ARAXÁ**

**SOFIA MARIA MAGELA DE ÁVILA**

**SISTEMA DE CLASSIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE DE REALCES COM  
AUXÍLIO DE TÉCNICAS DE FLORESTA ALEATÓRIA E REDES NEURAIAS  
ARTIFICIAIS**

ARAXÁ-MG  
2025

**SOFIA MARIA MAGELA DE ÁVILA**

**SISTEMA DE CLASSIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE DE REALCES COM AUXÍLIO  
DE TÉCNICAS DE FLORESTA ALEATÓRIA E REDES NEURAS ARTIFICIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Campus Araxá, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Me. Guilherme Alzamora Mendonça.

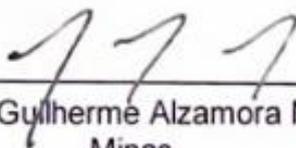
ARAXÁ-MG

2025

**SISTEMA DE CLASSIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE DE REALCES  
COM AUXÍLIO DE TÉCNICAS DE FLORESTA ALEATÓRIA E REDES  
NEURAS ARTIFICIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Centro Federal de  
Educação Tecnológica de Minas  
Gerais - Campus Araxá, como  
requisito parcial para obtenção do  
grau de Bacharel em Engenharia  
de Minas.

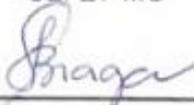
Data de Defesa: Araxá, 18 de Julho de 2025.



---

Presidente e Orientador(a): Guilherme Alzamora Mendonça, Engenheiro de  
Minas

CEFET-MG



---

Membro Titular: Sylvania Alves Braga de Castro, Engenheira Geóloga

CEFET-MG



---

Membro Titular: Mateus Antunes Oliveira Leite, Engenheiro Eletricista

CEFET-MG

## **DEDICO ESTE TRABALHO**

*Dedico este trabalho à memória da minha mãe, Ruth, cuja presença permanece viva em meu coração e cujos valores me acompanharam ao longo desta jornada. Agradeço à minha família e aos amigos pelo apoio e compreensão nos momentos de ausência, e aos meus professores, pelo conhecimento compartilhado e companheirismo.*

## AGRADECIMENTOS

À Deus, minha gratidão por me sustentar quando minhas forças pareciam se apagar.

Aos meus pais, pois se hoje sigo em frente com coragem, é porque trago em mim a força que vi neles - silenciosa, firme e cheia de amor.

À minha família, por serem chão firme nos meus tropeços e riso fácil nas minhas conquistas. Vocês são abrigo, minhas raízes e alegria.

Ao meu tio/mentor, Luis Borges, por sempre acreditar no meu potencial, mesmo quando eu não acreditava, por me apoiar e aconselhar com sabedoria.

Ao meu companheiro de vida, Juan Pedro, por segurar minha mão quando o mundo parecia pesado demais, por ser ombro, escudo e abraço.

À minha afilhada Liz, por ser razão constante para me tornar alguém melhor. Que você cresça vendo em mim não só afeto, mas inspiração para acreditar nos seus sonhos.

Aos professores que me ensinaram com paixão e sabedoria: Chico, Serginho, Hildor, Allan, Bruna, Leandro, Sylvania, Michelly, Érica, Kelly, Delma, Milene, Catarina, Alessandra, Lenito, Natal. Se um dia eu ensinar, que seja com a alma acesa como a de vocês.

Aos amigos que respeitaram meu silêncio, acolheram meu cansaço e celebraram cada pequena vitória comigo. Vocês são espelho, impulso e aconchego.

Aos Dataminers Neto, Mariana, Luiza, Paulo e Anielle por fazerem do meu primeiro estágio uma experiência leve, de muito aprendizado, troca e crescimento.

Ao meu orientador, "Alza", por caminhar comigo. Por enxergar potencial onde eu via dúvida, e por ser exemplo de tudo o que a educação pode ser: humana, inspiradora e transformadora.

Às supervisoras da CDE, Alessandra e Amanda, por me acolherem com escuta e cuidado, e me ensinarem que crescer também é mergulhar em si, nas relações, na empatia.

Ao CEFET, que foi mais que uma instituição: foi casa, estrada e espelho. Aqui aprendi a ser. Aqui me reconheci capaz.

E a todos que, de alguma forma, deixaram suas pegadas na minha caminhada: meu mais profundo e afetuoso obrigada!

*“É preciso ter esperança, mas ter esperança do verbo esperar;  
porque tem gente que tem esperança do verbo esperar. E  
esperança do verbo esperar não é esperança, é espera.  
Esperançar é se levantar, esperançar é ir atrás, esperançar é  
construir, esperançar é não desistir!”*

*Paulo Freire (1992)*

## RESUMO

A escassez de recursos minerais aflorantes tem impulsionado o avanço de estudos voltados à lavra subterrânea, que utiliza métodos específicos para a extração de minério em profundidade, garantindo a segurança, bom aproveitamento das jazidas e viabilidade econômica ao empreendimento. Um dos desafios neste contexto é o controle da diluição, caracterizada pela contaminação do minério com estéril, que impacta negativamente a produtividade, o teor do minério encaminhado à usina de beneficiamento e os custos de carregamento e transporte. A previsão e mitigação da diluição são, portanto, fundamentais para garantir a viabilidade econômica e operacional do empreendimento, e é a partir dela que, tipicamente, se define a estabilidade de um realce. Embora métodos empíricos, como os gráficos de estabilidade propostos por Mathews e Potvin, sejam amplamente utilizados para avaliar a estabilidade de realce, sua aplicação é limitada por fatores como subjetividade e baixa adaptabilidade às particularidades geomecânicas e operacionais de cada mina. Diante disso, este trabalho propôs o uso de técnicas de inteligência artificial, para aprimorar a análise e a classificação da estabilidade de realces, utilizando um *dataset* real de uma mina de ouro brasileira. Adicionalmente, foi avaliada a aplicabilidade do gráfico de Potvin ao conjunto de dados analisado. A ampla dispersão dos pontos, sem distinção clara entre zonas estáveis e instáveis, confirmou as limitações do modelo empírico frente às condições locais, como discutido por outros autores. Dois algoritmos de aprendizado supervisionado foram aplicados: Floresta Aleatória, que alcançou acurácia média de 70,9% e as Redes Neurais Artificiais (RNAs), com acurácia média de 66%, ao longo de 40 execuções. Ambos os modelos identificaram variáveis-chave no comportamento dos realces, como o *undercutting index* (UI), o fator A, e o FEfw (indicador de falhas na perfuração do *footwall*). A consistência entre os dois modelos reforça a validade das variáveis identificadas. Conclui-se que essas técnicas representam uma ferramenta promissora para a modernização da análise geotécnica em lavra subterrânea, atuando como suporte à tomada de decisão. Embora contribuam para decisões mais seguras, eficientes e fundamentadas em dados reais, elas não devem ser consideradas suficientes por si só, mas sim complementares às avaliações técnicas e à experiência dos profissionais envolvidos.

**Palavras-chave:** Classificação, Diluição, Inteligência Artificial.

## ABSTRACT

The scarcity of surface mineral resources has driven the advancement of studies focused on underground mining, which employs specific methods for deep ore extraction while ensuring safety, optimal deposit utilization, and economic viability for the operation. One of the challenges in this context is controlling dilution, defined as the contamination of ore with waste rock, which negatively impacts productivity, ore grade delivered to the processing plant, and loading and transportation costs. Therefore, predicting and mitigating dilution is essential to ensuring the project's economic and operational viability, and it is on this basis that the stability of a raise is typically assessed. Although empirical methods such as the stability charts proposed by Mathews and Potvin are widely used to evaluate the stability of stoping methods, their application is limited by factors such as subjectivity and low adaptability to the geomechanical and operational particularities of each mine. In light of this, the present study proposes the use of artificial intelligence techniques to enhance the analysis and classification of backfill stability, using a real-world dataset from a Brazilian gold mine. Furthermore, the applicability of the Potvin chart to the analyzed dataset was evaluated. The wide dispersion of data points, without a clear distinction between stable and unstable zones, confirmed the limitations of the empirical model under local conditions, as also noted by other authors. Two supervised learning algorithms were applied: Random Forest, which achieved an average accuracy of 70.9%, and Artificial Neural Networks (ANNs), with an average accuracy of 66%, across 40 runs. Both models identified key variables influencing raise behavior, such as the Undercutting Index (UI), Factor A, and FE<sub>fw</sub> (an indicator of footwall drilling failures). The consistency between the two models reinforces the validity of the identified variables. It is concluded that these techniques represent a promising tool for modernizing geotechnical analysis in underground mining, serving as a support system for decision-making. While they contribute to safer, more efficient, and data-informed decisions, they should not be considered sufficient on their own, but rather complementary to technical evaluations and the experience of the professionals involved.

**Keywords:** Artificial Intelligence, Classification, Dilution.

## LISTA DE QUADROS E TABELAS

Tabela 1: Variáveis independentes utilizadas.....	31
Tabela 2: Análise descritiva das variáveis independentes.....	36
Tabela 3: Comparações critérios e acurácias.....	38

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de funcionamento do método de lavra realces por subníveis. ....	17
Figura 2: Fator A para diferentes valores de $\sigma/\sigma_1$ .....	19
Figura 3: Fator de orientação das descontinuidades B. ....	20
Figura 4: Fator C para quedas no teto e nas paredes do realce. ....	21
Figura 5: Fator C para escorregamento. ....	22
Figura 6: Gráfico de estabilidade proposto por Potvin et al. ....	23
Figura 7: Estruturas de um neurônio. ....	25
Figura 8: Estrutura Redes Neurais Artificiais. ....	26
Figura 9: Fluxograma processo algoritmo de floresta aleatória.....	33
Figura 10: Fluxograma processo algoritmo de redes neurais artificiais. ....	34
Figura 11: Histograma da diluição com curva de densidade.....	35
Figura 12: Dispersão N' x RH .....	37
Figura 13: Variação da acurácia por Random State. ....	39
Figura 14: Matriz de confusão - floresta aleatória. ....	39
Figura 15: Importância das variáveis - Floresta aleatória. ....	41
Figura 16: Acurácia por Random State - Redes Neurais Artificiais.....	42
Figura 17: Matriz agregada - RNA.....	43
Figura 18: Importância das variáveis - RNA. ....	44

## LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1: Número de estabilidade.....	18
Equação 2: Raio hidráulico.....	19
Equação 3: Fator A.....	19
Equação 4: Fator B.....	20

## LISTA DE SIGLAS

- A: Fator de tensão da rocha de Potvin *et al.* (1988);
- Adam: *Adaptive Moment Estimation*, algoritmo de otimização;
- Altura Dip: altura efetiva do realce medida na direção do mergulho da estrutura mineralizada;
- B: Fator de ajuste da orientação da descontinuidade de Potvin *et al.* (1988);
- C: Fator de ajuste da gravidade de Potvin *et al.* (1988);
- Condição: Coluna criada para separar a diluição em classes;
- Ext Strike: Extensão em metros na direção do strike;
- FEfw: Proporção de furos espetando o *footwall*;
- FEhw: Proporção de furos espetando o *hanging wall*;
- HW Dip ( $^{\circ}$ ): Mergulho do *hanging wall*;
- IA: Inteligência Artificial;
- ICEGS: Índice de criticidade das estruturas geológicas singulares;
- ID: Identificador dos realces;
- Mc/ton: Razão entre a metragem total de cabos de um determinado realce e a sua massa em toneladas;
- N': Número de estabilidade modificado de Potvin *et al.* (1988);
- PE: Perfuração Específica;
- Prof (m): Profundidade;
- Q': *Rock Tunnelling Quality Index* Modificado;
- RH: Raio hidráulico;
- RNAs: Redes Neurais Artificiais;
- UI(m/m): *Undercutting Index*;
- $\sigma_c$ : Resistência à compressão uniaxial da rocha intacta;
- $\sigma_1$ : Tensão principal;
- $\beta$ : inclinação da descontinuidade crítica.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>1.1 Objetivo geral</b> .....	<b>15</b>
<b>1.2 Objetivos Específicos</b> .....	<b>15</b>
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>16</b>
<b>2.1 Lavra Subterrânea</b> .....	<b>16</b>
<b>2.2 Método Empírico de Potvin ou do Gráfico de Estabilidade</b> .....	<b>18</b>
<b>2.3 Inteligência Artificial</b> .....	<b>24</b>
<b>2.4 Técnicas de Inteligência Artificial</b> .....	<b>24</b>
<b>2.4.1 Redes Neurais Artificiais (RNAs)</b> .....	<b>25</b>
<b>2.4.2 Florestas Aleatórias (Random Forest)</b> .....	<b>26</b>
<b>2.5 Métricas de desempenho dos modelos</b> .....	<b>27</b>
<b>2.6 Trabalhos na área</b> .....	<b>28</b>
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	<b>30</b>
<b>3.1. Dataset Córrego Sítio I</b> .....	<b>30</b>
<b>3.2. Elaboração dos modelos de classificação</b> .....	<b>31</b>
<b>3.2.1 Modelagem com algoritmo de floresta aleatória</b> .....	<b>32</b>
<b>3.2.2 Modelagem com redes neurais artificiais</b> .....	<b>33</b>
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>35</b>
<b>4.1 Dataset</b> .....	<b>35</b>
<b>4.2 Avaliação da aplicabilidade do gráfico de estabilidade</b> .....	<b>36</b>
<b>4.3 Algoritmo floresta aleatória</b> .....	<b>38</b>
<b>4.4 Algoritmo redes neurais artificiais</b> .....	<b>41</b>
<b>5. CONCLUSÃO</b> .....	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>47</b>
<b>Anexo A – Dataset</b> .....	<b>49</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A mineração subterrânea tem adquirido bastante relevância no cenário global devido à diminuição da disponibilidade de recursos minerais aflorantes, após vários anos de exploração de depósitos superficiais. Nesse contexto, a extração em profundidade demanda métodos específicos que garantam a sustentabilidade ambiental, viabilidade econômica e segurança operacional. Um dos principais desafios enfrentados nesse tipo de lavra é o controle da diluição, caracterizada pela mistura indesejada do estéril com o minério, o que impacta negativamente na produtividade, no teor do minério que chega na usina de beneficiamento e nos custos de transporte e ambientalmente, devido ao aumento de volume de rejeito após o beneficiamento.

A estabilidade de realces subterrâneos está diretamente relacionada à diluição não planejada, sendo comumente avaliada por meio de métodos empíricos, como os gráficos de estabilidade desenvolvidos por Mathews *et al.* (1981) e Potvin *et al.* (1988), como descrito por Rodrigues (2023). Esse método consiste em relacionar variáveis geométricas da escavação juntamente com as propriedades geomecânicas do maciço rochoso para a determinação da estabilidade dos realces, definidos a partir de valores base de diluição dos realces utilizados para a criação do gráfico. No entanto, esses métodos apresentam limitações, especialmente quando aplicados a contextos geológicos distintos daqueles para os quais foram originalmente concebidos, como é o caso das minas brasileiras. Assim, torna-se necessário o desenvolvimento de abordagens mais específicas, adaptadas às diferentes realidades brasileiras, que auxiliem na tomada de decisão e aprimorem o planejamento das operações subterrâneas.

Neste trabalho, propõe-se a aplicação de técnicas de inteligência artificial (IA) como uma alternativa para melhorar a classificação de estabilidade de realces em minas subterrâneas. Algoritmos para a classificação e regressão podem ser desenvolvidos a partir de técnicas de inteligência artificial, sendo a regressão utilizada a partir de resultados numéricos conhecidos, prevendo então qual o resultado a partir de novos dados de entrada, já a classificação tem como objetivo agrupar amostras em classes previamente definidas.

Na metodologia proposta foram utilizados dados geomecânicos, geométricos e operacionais de uma mina de ouro brasileira, (Costa, 2017). Exploraram-se Redes Neurais Artificiais (RNAs) e algoritmos de Floresta Aleatórias para prever a classificação

dos realces, tendo por base o seu nível de estabilidade. Além de reduzir a subjetividade dos métodos tradicionais, a metodologia proposta buscou aumentar a assertividade das análises, contribuindo para a sustentabilidade econômica e operacional das operações de lavra subterrânea no Brasil. Conforme destacado por Santos (2021) e Silva (2022), a estatística multivariada e as técnicas baseadas em inteligência artificial têm ganhado destaque em pesquisas voltadas para propriedades geomecânicas, mecânica das rochas e estabilidade de taludes.

### **1.1 Objetivo geral**

Desenvolver uma metodologia baseada em técnicas de inteligência artificial (IA) para avaliar e classificar a estabilidade de realces em uma mina subterrânea brasileira, com o objetivo de aprimorar a assertividade das análises e reduzir a subjetividade dos métodos empíricos tradicionais.

### **1.2 Objetivos Específicos**

Os objetivos deste trabalho abrangem os seguintes tópicos:

- Identificar e organizar as variáveis mais significativas e que influenciam a estabilidade dos realces e a diluição não planejada;
- Implementar modelos de classificação, baseados em técnicas de inteligência artificial, como Redes Neurais Artificiais e Floresta Aleatória;
- Validar o modelo desenvolvido por meio da separação em amostras de treino e teste, utilizando métricas de desempenho como acurácia e precisão, além de realizar uma comparação qualitativa com métodos empíricos tradicionais, como o gráfico de estabilidade de Mathews e Potvin (1988).

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos que embasam o desenvolvimento deste trabalho. São abordados conceitos relacionados à lavra subterrânea, métodos empíricos tradicionais de análise de estabilidade, e os avanços recentes com a aplicação de técnicas de inteligência artificial na mineração. Também são discutidas as métricas utilizadas para avaliação de desempenho dos modelos e estudos atuais que contribuem para a consolidação desse campo de pesquisa.

### 2.1 Lavra Subterrânea

Segundo Magalhães (2019), a lavra subterrânea é definida como um conjunto de operações para a extração de recursos minerais em subsuperfície. A lavra se mostra interessante no regime subterrâneo quando a relação estéril-minério é muito alta, e se torna economicamente inviável a retirada de altas toneladas de estéril. A seleção do método de lavra subterrânea considera as características do maciço rochoso, das rochas encaixantes e a geologia estrutural da área.

De acordo com Hartman (2002), tem-se três classes de métodos na lavra subterrânea:

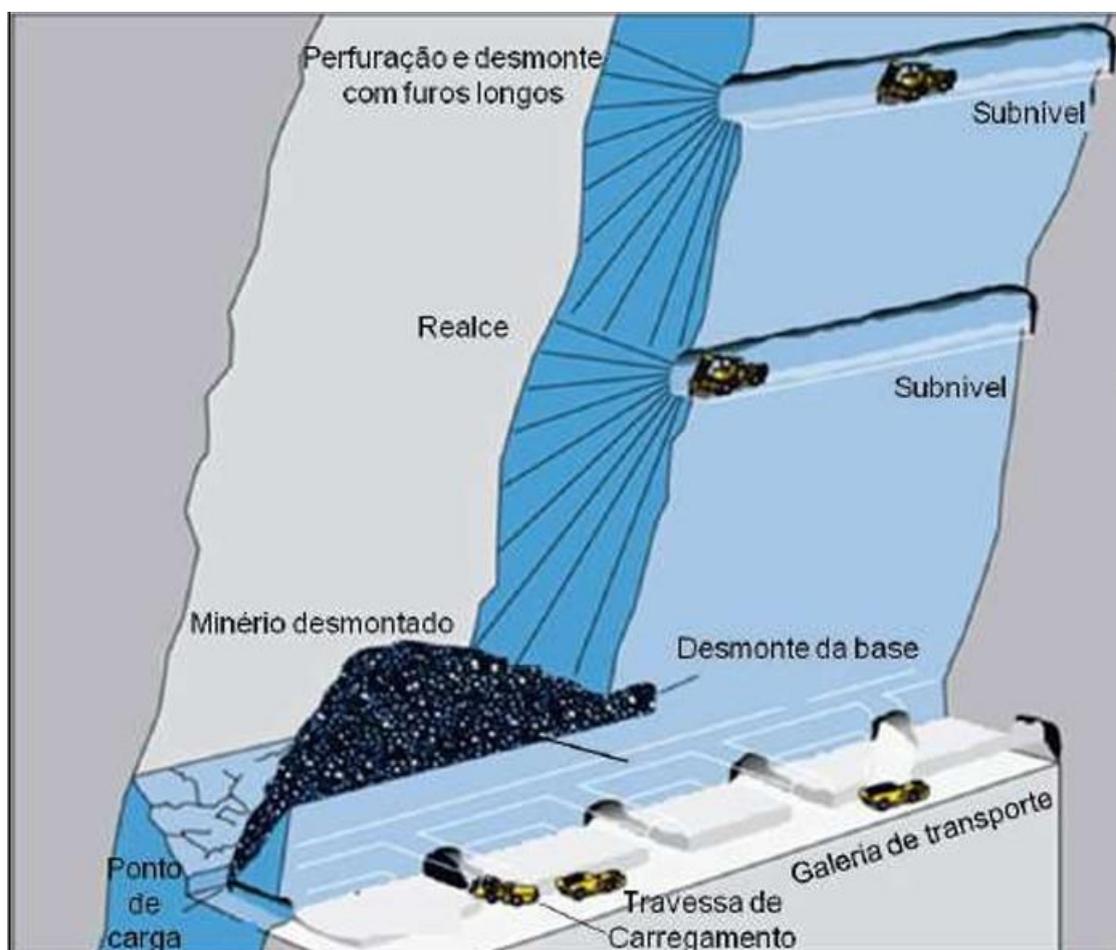
- Autossuportados: Desmonte de uma parcela do minério, sem a necessidade de suportes artificiais pois o próprio minério realiza a sustentação, para minérios com características homogêneas e que sejam contínuos. Métodos de exploração: realce em subníveis (método abordado neste trabalho) e câmaras e pilares.
- Suportados artificialmente: Desmonte total do minério, com preenchimento de partes vazias para manter a estabilidade da escavação, adequado para minérios de alto valor agregado, com método de corte e enchimento.
- Com abatimento controlado: Deformação e/ou ruptura do maciço de forma controlada, aplicado em rochas pouco competentes, o método tem alta produtividade e baixo custo, porém significativo impacto ambiental. Métodos de exploração: frente ampla, abatimento em subníveis e abatimento de blocos.

Nesse trabalho o método de exploração estudado será o realce em subníveis (*Sublevel Stopping*), de acordo com Hustrulid e Bullock (2001) nesse método o corpo a ser lavrado é dividido em diferentes realces e esses serão lavrados separadamente e

posterior a extração, podem ser preenchidos com algum material de enchimento. Segundo Rodrigues (2023) o método consiste, na abertura de grandes realces na mineralização ou em seus contatos, por meio de técnicas de perfuração e desmonte.

Os realces são realizados em diferentes níveis, como mostrado na Figura 1, planejados de modo que com a ajuda da gravidade o material desmontado flua pelo realce e seja depositado em pontos de carregamento, onde posteriormente será transportado rumo aos processos de beneficiamento. Para a utilização do método a mineralização deve ser extensa, tabular ou lenticular, contínua e preferencialmente apresentando regularidade em sua forma. A rocha encaixante deve ser competente, o mergulho deve ser entre  $50^\circ$  e  $90^\circ$  e possuir certa uniformidade na distribuição de teores, além de limites bem conhecidos.

Figura 1: Esquema de funcionamento do método de lavra realces por subníveis.



Fonte: Adaptado de Atlas Copco (2007).

## 2.2 Método Empírico de Potvin ou do Gráfico de Estabilidade

Na literatura, alguns autores como Potvin *et al.* (1988), Pakalnis (1986) e Mathews *et al.* (1981) escolheram avaliar a estabilidade de um realce com base na diluição não planejada que ele apresenta. Segundo Magalhães (2019), na maioria dos métodos há a ocorrência de considerável diluição e ela é considerada crítica quando atinge valores elevados, afetando tanto a produtividade quanto a segurança de um empreendimento. De acordo com Oliveira (2012), a avaliação da estabilidade em maciços rochosos é complexa devido à sua anisotropia, heterogeneidade e à presença de descontinuidades. O método mais utilizado atualmente para analisar a estabilidade de realces é o gráfico de estabilidade.

O método do gráfico de estabilidade faz parte da metodologia empírica para avaliar a estabilidade de realces em minas subterrâneas. Esse método relaciona as características do maciço rochoso e a geometria do realce para estimar a condição de estabilidade da escavação.

Método inicialmente proposto por Mathews *et al.* (1981), com base na observação de 55 estudos de caso de minas no Canadá, posteriormente modificado por Potvin *et al.* (1988), que analisou mais 175 novos casos históricos de minas não só canadenses, mas também australianas, para propor a revisão do método de Mathews *et al.* (1981). O objetivo principal do método é determinar as dimensões de um realce que garantam a estabilidade, minimizando a diluição.

Segundo Rodrigues (2023), a condição de estabilidade do realce será definida com base em dois parâmetros:

- Número de estabilidade ( $N'$ ): fator que representa a capacidade do maciço rochoso de se auto sustentar, considerando tensões induzidas, orientação das descontinuidades e efeitos da gravidade. Esse número é obtido conforme a Equação 1.
- Raio hidráulico: esse fator considera a geometria da abertura do realce, relacionando a área de uma seção representativa do realce com o seu perímetro. Obtido conforme a Equação 2.

Equação 1: Número de estabilidade.

$$N' = Q' \times A \times B \times C \quad (1)$$

Equação 2: Raio hidráulico.

$$RH = \frac{\text{Área da superfície analisada}}{\text{Perímetro da superfície analisada}} \quad (2)$$

De acordo com Oliveira (2012) e segundo Hoek *et al.* (1995), o fator A é determinado pela relação  $\sigma_c/\sigma_1$  como pode ser observado nas equações abaixo:

Equação 3: Fator A.

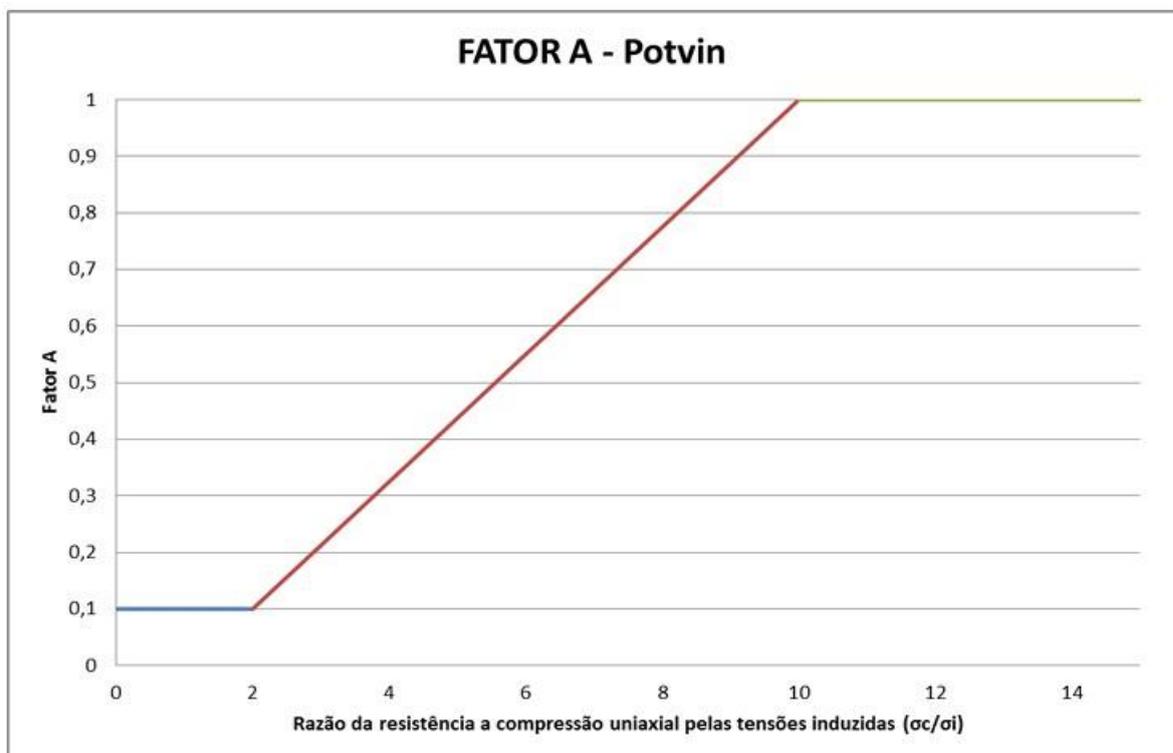
$$\text{para } \frac{\sigma_c}{\sigma_1} < 2 : A = 0.1$$

$$\text{para } 2 < \frac{\sigma_c}{\sigma_1} < 10 : A = 0.1125 \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_1}\right) - 0.125 \quad (3)$$

$$\text{e para } \frac{\sigma_c}{\sigma_1} > 10 : A = 1.0$$

A Equação 3 pode ser representada no gráfico da Figura 2, com o fator A para diferentes valores de  $\sigma_c/\sigma_1$ , com as modificações propostas por Potvin.

Figura 2: Fator A para diferentes valores de  $\sigma_c/\sigma_1$ .



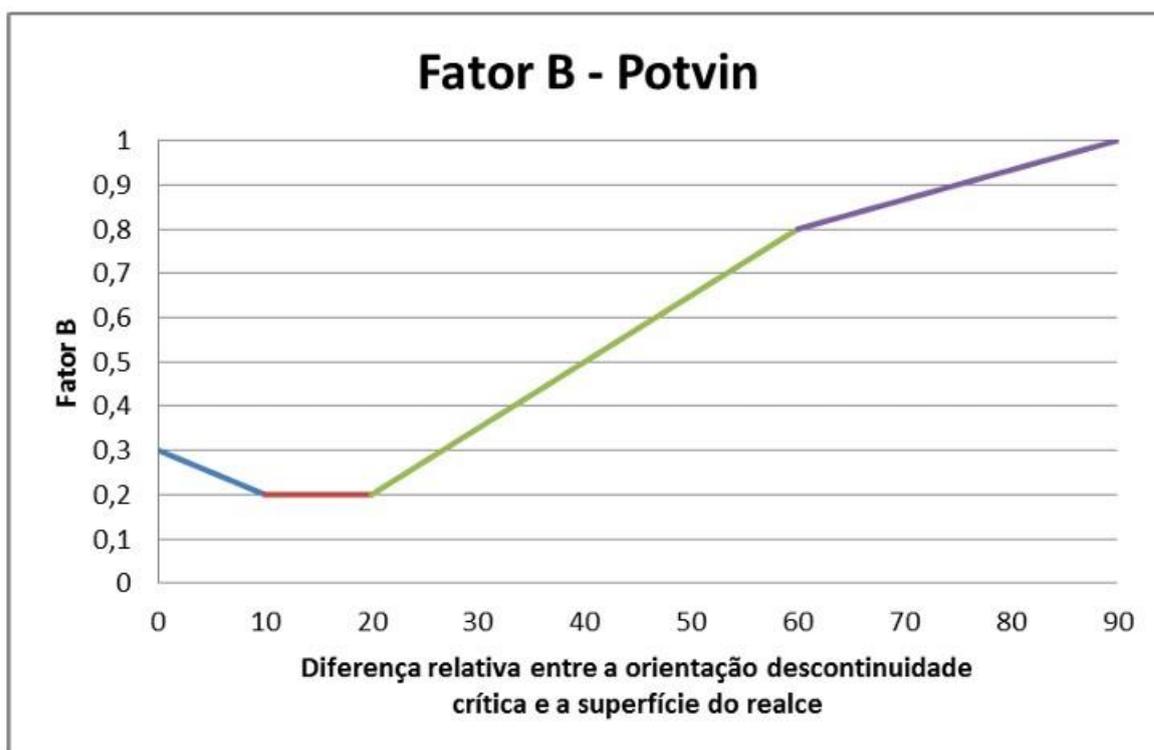
O fator B ajusta a influência da orientação das descontinuidades na estabilidade das superfícies do realce. Com as modificações de Potvin esse fator é regido por um conjunto de equações que se baseiam no ângulo entre a descontinuidade crítica e a face do *hanging wall*. Segundo Oliveira (2012) a calibração do fator B é regida pelo seguinte conjunto de equações, conforme o qual  $\beta$  é a inclinação da descontinuidade crítica.

Equação 4: Fator B.

$$\begin{aligned}
 0,01\beta + 0,3 &= \text{fator B} && \text{para } \beta \text{ de } 0 \text{ a } 10 \text{ graus} \\
 0,2 &= \text{fator B} && \text{para } \beta \text{ de } 10 \text{ a } 2 \text{ graus} \\
 0,015\beta - 0,1 &= \text{fator B} && \text{para } \beta \text{ de } 30 \text{ a } 6 \text{ graus} \\
 0,0066\beta + 0,4 &= \text{fator B} && \text{para } \beta \text{ de } 60 \text{ a } 90 \text{ graus}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

A Figura 3 demonstra a representação do fator de orientação das descontinuidades.

Figura 3: Fator de orientação das descontinuidades B.

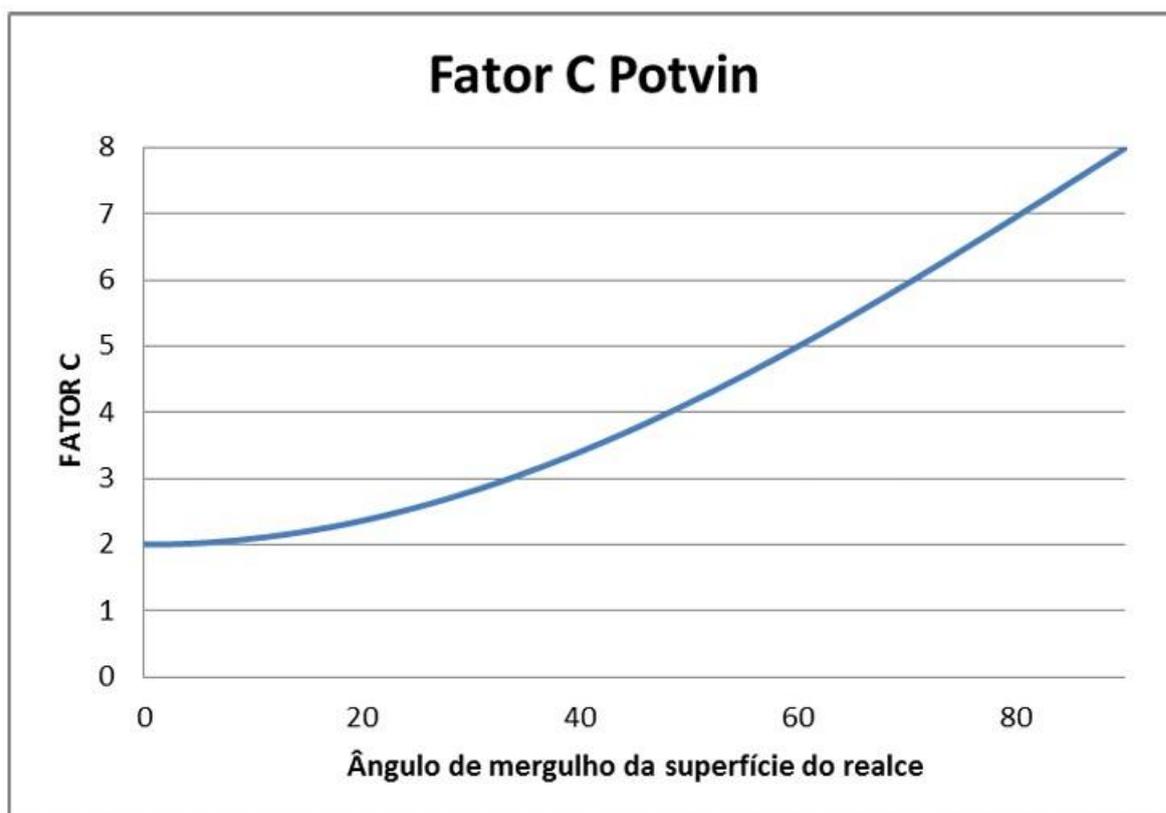


Fonte: (Oliveira, 2012).

O fator C considera os efeitos da gravidade sobre os mecanismos de ruptura, como queda de blocos, fraturamento por tensão ou deslizamento.

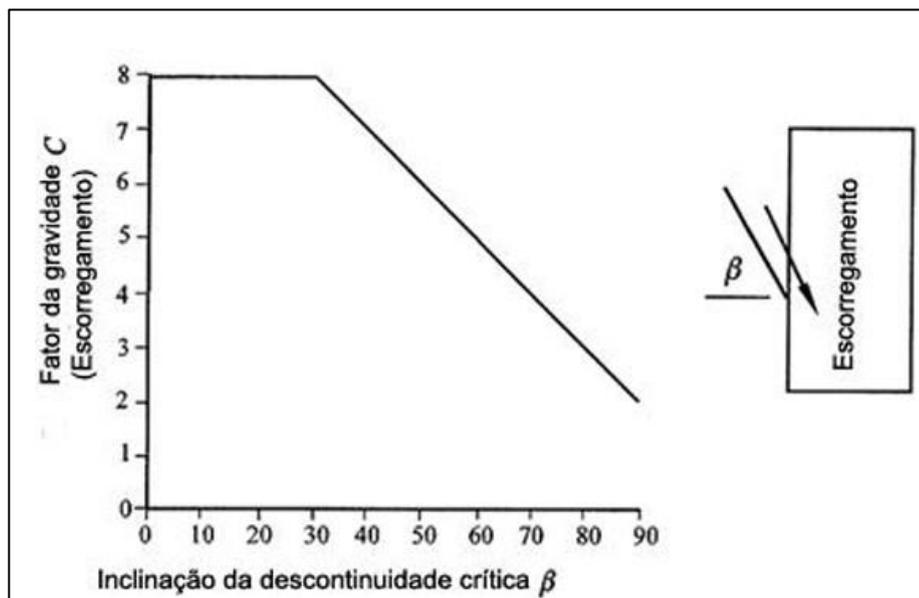
Mathews *et al.* (1981 e Potvin (1988) utilizam diferentes gráficos e equações para calcular o fator C. Para casos de queda de blocos ou fraturamento por tração, um gráfico específico deve ser utilizado (Figura 4), e para deslizamentos outro gráfico é utilizado, de acordo com Oliveira (2012) nesse caso o fator C é definido como uma função da inclinação  $\beta$  da descontinuidade crítica como mostra a Figura 5.

Figura 4: Fator C para quedas no teto e nas paredes do realce.



Fonte: (Oliveira, 2012).

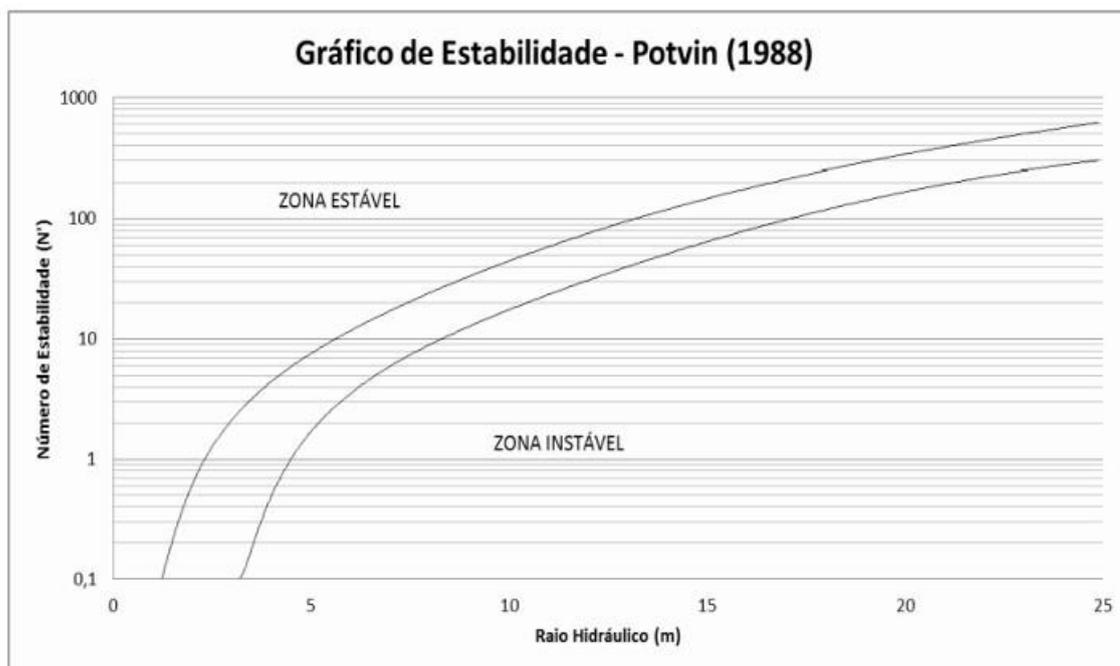
Figura 5: Fator C para escorregamento.



Fonte: (Oliveira, 2012).

De acordo com Magalhães (2019), os valores do número de estabilidade e do raio hidráulico obtidos pelas equações: Equação 1 e Equação 2, são plotados no gráfico, com essas duas variáveis obtém-se a relação entre geometria e estabilidade das aberturas subterrâneas. O funcionamento do gráfico depende dessas variáveis e a partir da leitura do mesmo tem-se a indicação de estabilidade ou instabilidade do realce. As modificações propostas por Potvin, em relação ao gráfico inicial de Mathews, são na redução da zona de transição e uma melhor delimitação das zonas propostas, como mostrado na Figura 6.

Figura 6: Gráfico de estabilidade proposto por Potvin et al.



Fonte: Oliveira 2012; Adaptado de Potvin *et al.* (1988).

Diversos autores como, Oliveira (2012), Magalhães (2019) e Silva (2022) apresentam críticas e limitações ao uso do gráfico de estabilidade, especialmente quando aplicado ao contexto brasileiro. O método foi desenvolvido com base em dados de minas no Canadá e na Austrália, com características geomecânicas e operacionais distintas das minas brasileiras. Os *datasets* iniciais, por exemplo, contemplavam poucos casos de geometrias típicas de minas brasileiras, como aquelas com corpos de minério mais estreitos, o que compromete a representatividade frente à variedade de condições geológicas e geotécnicas locais.

O método não considera parâmetros relevantes que podem influenciar a estabilidade dos realces, como a espessura do corpo de minério, as características das discontinuidades geológicas, e os efeitos de falhas, zonas de cisalhamento e desmonte com explosivos, que podem alterar a qualidade da rocha e afetar a estabilidade. Segundo Costa (2017) uso de termos qualitativos como “estável” e “instável” fornece apenas uma indicação geral de diluição e o método simplifica a geometria dos realces, não considerando detalhes como *undercutting* das paredes.

Para ser aplicado de forma eficaz no Brasil, o método precisaria ser adaptado ou calibrado com dados locais, o que exige estudos abrangentes e análise dos fatores que realmente influenciam a estabilidade dos realces em cada mina.

## 2.3 Inteligência Artificial

Segundo Russel (2013) a inteligência artificial (IA) é um campo da ciência da computação dedicado ao desenvolvimento de sistemas que podem realizar tarefas que normalmente exigem inteligência humana.

A inteligência artificial tem se mostrado uma ferramenta valiosa em diversas áreas, como medicina e engenharia, incluindo a mineração. Os principais modelos de inteligência artificial incluem:

- **Sistemas Especialistas (SE):** Baseados em conhecimento e regras.
- **Raciocínio baseado em casos:** Baseado o aprendizado por meio da experiência.
- **Redes semânticas:** Exploram a associação de conceitos.
- **Lógica nebulosa:** Expressam a incerteza da realidade.
- **Redes neurais artificiais (RNAs):** Tentam reproduzir as capacidades do cérebro humano.
- **Algoritmos genéticos:** Utilizam a mecânica da seleção natural e genética.

Um dos subcampos mais conhecidos da inteligência artificial é o aprendizado de máquina (*machine learning*), de acordo com Russel (2013), se concentra em desenvolver algoritmos que permitem que os computadores aprendam com dados, sem serem explicitamente programados. As técnicas de aprendizado de máquina podem ser classificadas em:

- **Aprendizado supervisionado:** Os dados de entrada e saída são fornecidos para que o modelo aprenda a relação entre eles.
- **Aprendizado não supervisionado:** Apenas os dados de entrada são fornecidos, e o modelo deve descobrir padrões e estruturas nos dados.
- **Aprendizado por reforço:** Um tipo de aprendizado supervisionado em que o modelo aprende por meio de “recompensas” ou “punições”.

## 2.4 Técnicas de Inteligência Artificial

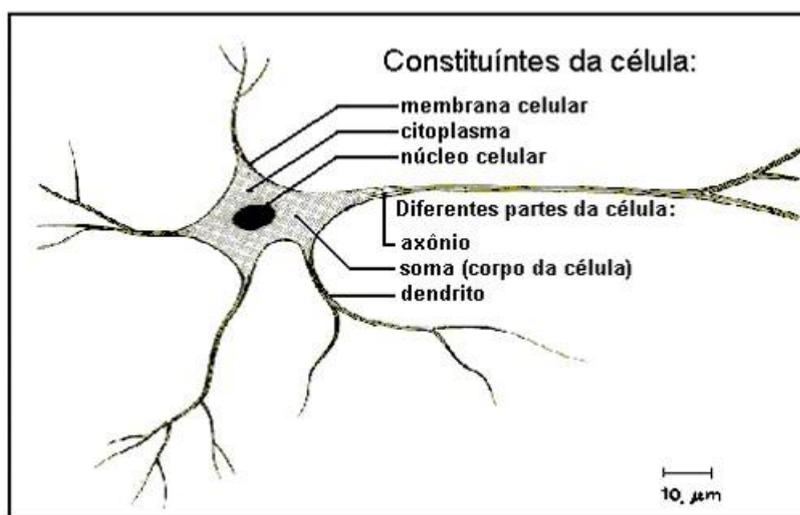
Dentre as várias técnicas de inteligência artificial, nesse trabalho serão aplicadas apenas duas, Redes Neurais Artificiais que se destacam por sua habilidade de modelar relações não lineares complexas e por apresentarem boa tolerância a ruídos nos dados e algoritmos de Floresta Aleatórias que se sobressaem pela interpretabilidade dos

resultados e pela capacidade de reduzir o risco de sobreajuste, promovendo uma análise mais robusta e fundamentada sobre a aplicabilidade da inteligência artificial na previsão da estabilidade de realces subterrâneos. Ambas estão descritas nos tópicos abaixo:

### 2.4.1 Redes Neurais Artificiais (RNAs)

De acordo com Silva (2022), as redes neurais artificiais são modelos computacionais inspirados no funcionamento dos neurônios biológicos. Segundo Magalhães (2019) o cérebro é formado por neurônios e esses são compostos por dentritos e axônios, como indicado na Figura 7. Os dentritos são os responsáveis por receber estímulos e repassá-los ou não pelo axônio para o próximo neurônio da rede.

Figura 7: Estruturas de um neurônio.



Fonte: Department of Computer Science- USP, (2009).

As RNAs são compostas por unidades de processamento interconectadas (neurônios) que trabalham em conjunto para aprender a partir de dados. O principal atrativo das RNAs é sua capacidade de aprender com exemplo e generalizar o conhecimento para dados desconhecidos. Russel (2013) indica que as RNAs surgiram em 1943 com o trabalho de Warren McCulloch e Walter Pitts, que propuseram um modelo computacional com base na lógica de limiar dos neurônios biológicos.

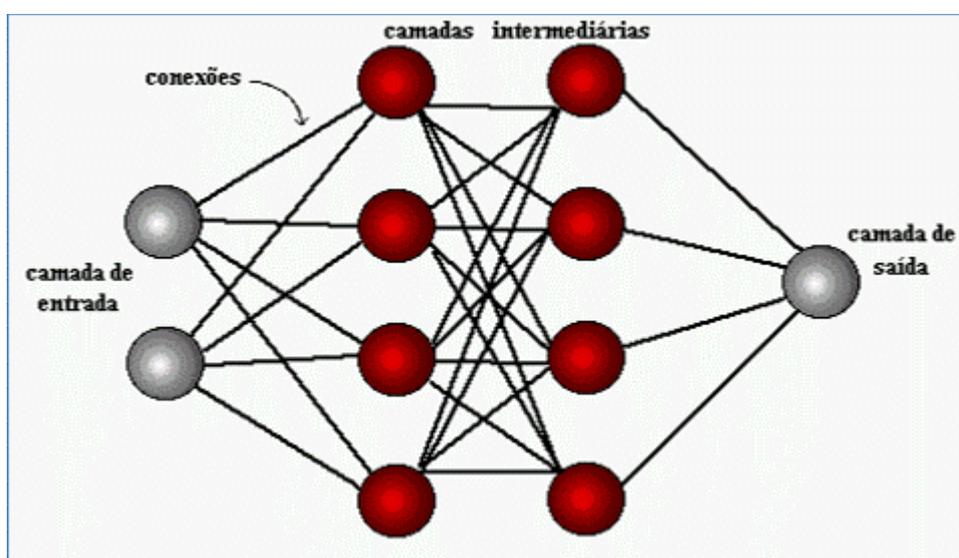
De acordo com Silva (2022), uma RNA é organizada em camadas (Figura 8), incluindo uma camada de entrada, que recebem os dados de entrada, camadas intermediárias (ocultas), que extraem características do processo em análise e uma camada de saída, que produz o resultado final da rede. Os neurônios em cada camada

estão conectados aos neurônios das camadas adjacentes por meio de conexões ponderadas (sinapses).

Conforme descrito por Russel (2013), cada neurônio realiza uma operação matemática que envolve a soma ponderada das entradas recebidas e a aplicação de uma função de ativação que determinará sua ativação ou não. As funções mais comuns incluem:

- *Threshold*: função degrau, para ativações binárias;
- Sigmóide: suaviza a saída entre 0 e 1;
- Tangente hiperbólica: permite saídas entre -1 e 1, sendo útil para centralizar os dados.

Figura 8: Estrutura Redes Neurais Artificiais.



Fonte: Department of Computer Science- USP, (2009).

### 2.4.2 Florestas Aleatórias (Random Forest)

Segundo Rodrigues (2023), as florestas aleatórias são um método de aprendizado do tipo *ensemble*, que combinam os resultados de várias árvores de decisão para melhorar a precisão e a robustez do modelo. Elas são particularmente úteis para análise de dados não lineares e para quantificar a importância das variáveis.

Originalmente, foram propostas por Leo Breiman em 2001, nessa técnica o algoritmo constrói um grande número de árvores de decisão usando amostras aleatórias dos dados e combina os resultados das árvores para fazer uma previsão. Cada árvore

é treinada com um subconjunto aleatório dos dados e com um conjunto aleatório das variáveis preditoras. As árvores de decisão são modelos de aprendizado de máquina, usados para categorizar ou prever resultados com base em um conjunto de dados. Elas são também conhecidas como árvores de classificação ou árvores de regressão. Essencialmente, uma árvore de decisão funciona através de uma sequência de testes, onde cada nó interno corresponde a um teste de um atributo de entrada, e cada ramificação representa um valor ou intervalo possível para esse atributo.

De acordo com Qi *et al.* (2018) é um método robusto, preciso, fácil de usar e podem lidar com dados complexos e não lineares, fornecem uma estimativa da importância das variáveis na previsão. As árvores de decisão podem ser usadas em ambos os tipos de modelos, sendo que, em modelos de classificação, levam a nós folha que representam as classes, e, em modelos de regressão, levam a nós folha com previsões numéricas. Modelos de regressão podem oferecer uma avaliação da incerteza ou variabilidade por meio de um intervalo de predição, enquanto modelos de classificação geralmente fornecem a probabilidade de cada classe.

## 2.5 Métricas de desempenho dos modelos

A utilização das métricas é de fundamental importância para a avaliação do desempenho de modelos de classificação, pois elas fornecem uma análise detalhada e quantitativa dos acertos e erros de um classificador. Com uma avaliação completa e multifacetada do modelo, permitem identificar pontos fortes e fracos específicos do classificador (Izbicki, 2020). As métricas utilizadas nesse trabalho foram as seguintes:

- Matriz de confusão: tabela que sumariza a performance de um algoritmo de classificação, mostrando a relação entre o número de previsões corretas e erradas (Silva, 2022). Para modelos de classificação binária, a matriz é composta por quatro células principais, que representam os diferentes tipos de resultados possíveis:
  - Verdadeiro positivo: casos em que o modelo previu corretamente a classe positiva;
  - Verdadeiro negativo: casos em que o modelo previu corretamente a classe negativa;
  - Falso positivo: casos em que o modelo previu a classe positiva, mas a verdadeira era negativa;
  - Falso negativo: casos em que o modelo previu a classe negativa, mas a

verdadeira era positiva.

- Acurácia: calcula o número total de acertos sobre total de dados, representando a probabilidade média de acertos do modelo sobre todas as classes.
- Precisão: mede a proporção de previsões positivas que foram realmente corretas, ou seja, de todas as vezes que o modelo previu positivo, quantos realmente eram positivos.

O processo das métricas envolve os seguintes processos: divisão dos dados em amostras treino e teste/validação, após as previsões do modelo no conjunto de teste, os resultados são organizados em uma matriz de confusão. As fórmulas de acurácia e precisão são aplicadas à matriz de confusão.

## 2.6 Trabalhos na área

Autores de diversas áreas têm explorado a estabilidade de realces em mineração, utilizando abordagens variadas que incluem técnicas de inteligência artificial (IA) como redes neurais artificiais e florestas aleatórias, além de métodos tradicionais de análise.

Oliveira (2012), o estudo fez a adaptação de diferentes faixas de diluição para minas subterrâneas brasileiras, reconhecendo a necessidade de modificar métodos existentes para contextos locais, aplicando métodos genéricos em ambientes com características geomecânicas específicas.

Costa (2017), analisou a diluição em operações subterrâneas, definindo que valores até 20% são aceitáveis tanto do ponto de vista econômico, quanto da estabilidade geotécnica. Para chegar a essa conclusão, utilizou uma regressão linear múltipla para propor uma equação de predição de diluição

Jang *et al.* (2015), descreve que métodos empíricos tradicionais não consideram fatores como perfuração e desmonte, tensões induzidas e tempo de exposição do realce.

Magalhães (2019), descreve o uso de RNAs para classificar realces de uma mina de zinco, de acordo com regiões de estabilidade, com a problemática da necessidade de classificar realces em categorias de estabilidade para melhorar a segurança e eficiência da lavra.

Jung & Choi (2021), realizaram uma revisão de artigos sobre a aplicação de ferramentas de aprendizado de máquina na mineração, constatando um crescimento no uso dessas técnicas, principalmente na fase de exploração, com ênfase na perfuração e desmonte, para otimizar a lavra e reduzir a diluição.

Rodrigues (2023) propõe o uso de florestas aleatórias para prever a diluição em realces subterrâneos, utilizando um *dataset* de uma mina de ouro brasileira. O autor empregou árvores de decisão para identificar as seis variáveis mais correlacionadas com a diluição e comparou os resultados com regressão linear, observando que as florestas aleatórias, por modelarem não linearidades, oferecem resultados mais precisos.

### 3. METODOLOGIA

O trabalho foi estruturado em etapas, inicialmente será realizada uma análise do *dataset* utilizado, a fim de compreender e organizar as informações disponíveis. Em seguida foi realizado o tratamento de dados, posteriormente foi feita a divisão das amostras em treino e teste para aplicação dos modelos. A etapa seguinte envolveu a implementação das técnicas de aprendizado de máquina: floresta aleatória e redes neurais artificiais. Por fim, foi realizada uma análise qualitativa dos resultados, utilizando métricas de desempenho e considerando também a comparação com métodos empíricos tradicionais.

#### 3.1. *Dataset* Córrego Sítio I

Os dados utilizados nesse estudo, disponíveis em Costa (2017), foram baseados no projeto de perfuração dos realces, em levantamento geológico-geotécnicos obtidos por meio de mapeamentos das galerias ou pelas descrições de furos de sonda e em dados de topografia.

O *dataset* é composto por 77 casos históricos de realces lavrados na mina subterrânea de Córrego do Sítio I, entre os anos de 2015 e 2017. As informações contemplam 17 variáveis independentes, englobando aspectos geomecânicos, geométricos e operacionais. E uma variável dependente, a “Condição de Estabilidade” dos realces, classificada como estável, para valores de diluição entre 0 e 20%, ou instáveis, para valores maiores que 20%. As variáveis utilizadas encontram-se listadas na Tabela 1.

Inicialmente, realizaram-se análises descritivas e exploratórias com o objetivo de identificar e tratar valores ausentes, *outliers* e inconsistências. Como parte desse processo, foram removidas amostras com registros incompletos ou dados inconsistentes, resultando em uma base final de 55 realces válidos. Adicionalmente, três variáveis foram excluídas da modelagem para evitar redundâncias e reduzir a multicolinearidade entre os atributos. O parâmetro N' foi retirado por já estar incorporado no cálculo do índice Q'. A variável “inclinação da parede do *hanging wall*” foi desconsiderada por estar contemplada no índice C e por fim a “tensão vertical” que está representada no índice A.

Os dados foram estruturados em uma planilha, certificando-se que cada realce corresponda a uma linha e cada variável a uma coluna. Destaca-se que o conjunto apresenta leve desequilíbrio entre as classes, com predominância de realces instáveis,

fator que pode induzir um viés no desempenho dos modelos de aprendizado de máquina.

Tabela 1: Variáveis independentes utilizadas.

<b>Variáveis</b>
Profundidade (m)
Extensão em metros na direção do <i>Strike</i> (m)
Altura efetiva do realce medida na direção do mergulho (m)
Mergulho do <i>hanging wall</i> (°)
Raio Hidráulico
<i>Undercutting Index</i> (m/m)
<i>Rock Tunneling Quality Index</i> Modificado (Q')
Fator de tensão da rocha (A)
Fator de ajuste da orientação da descontinuidade (B)
Fator de ajuste da gravidade (C)
Razão entre a metragem total de cabos de um realce e sua massa (Mc/ton)
Índice de criticidade das estruturas geológicas singulares (ICEGS)
Perfuração específica (PE)
Proporção de furos espetando o <i>hanging wall</i> (Fehw)
Proporção de furos espetando o <i>footwall</i> (Fefw)

### 3.2. Elaboração dos modelos de classificação

Para a construção dos modelos, o *dataset* com 55 realces foi dividido em dois subconjuntos: amostras de treino (70% dos dados, aproximadamente 38 realces) e amostras de teste (30%, cerca de 17 realces). Essa divisão foi realizada por meio de bibliotecas da linguagem *python* que serão posteriormente detalhadas.

A fim de controlar a aleatoriedade da separação e obter estatísticas mais robustas, foi adotado um processo de validação com múltiplas execuções, utilizando 40 sementes aleatórias (*seeds*) distintas. Em cada uma das 40 execuções, os modelos foram treinados com as mesmas proporções de divisão, 38 realces pra treino e 17 para teste.

Com isso, ao final das execuções, foram geradas 680 observações de teste (17

amostras x 40 execuções), as quais compõem o conjunto de validação acumulado. Após essa divisão das amostras, aplicaram-se técnicas de aprendizado de máquina. Como descrito previamente as técnicas escolhidas foram redes neurais artificiais e floresta aleatória. Os modelos foram gerados com auxílio da linguagem de programação *python*, e executados a partir do Jupyter Notebook.

### 3.2.1 Modelagem com algoritmo de floresta aleatória

Inicialmente, foi adotado o algoritmo de floresta aleatória, utilizando o módulo *sklearn.ensemble.RandomForestClassifier*, após o carregamento do *dataset*, denominou-se a variável-alvo “Condição”, que classifica cada realce como estável ou instável com base na diluição observada.

Durante a construção das árvores de decisão que compõem o modelo de floresta aleatória, é necessário avaliar a qualidade de cada divisão de dados, essa avaliação é feita por meio de um critério de impureza, que determina o quão homogêneos são os subconjuntos formados após uma divisão. O *RandomForestClassifier*, da biblioteca *scikit-learn*, atualmente suporta três critérios:

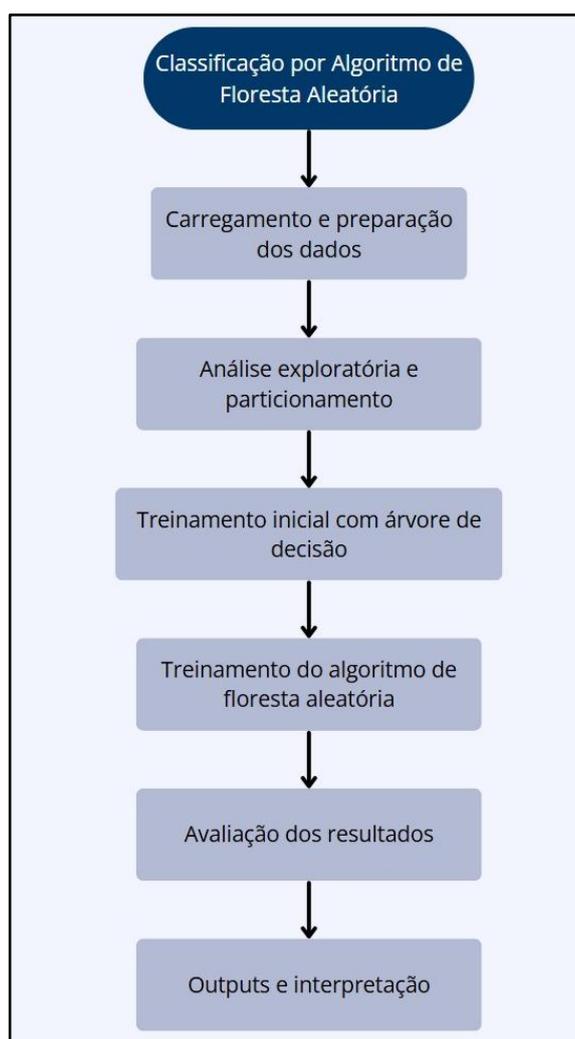
- *Gini*: mede a impureza de um nó com base nas proporções das classes, é eficiente, amplamente adotado e usado como default no *RandomForestClassifier*;
- *Entropy*: quantifica o grau de incerteza de um conjunto, busca maximizar o ganho de informação a cada divisão;
- *Log loss*: similar ao entropy, mas com interpretação voltada para probabilidades de previsão, útil em contextos probabilísticos.

Como etapa comparativa inicial, foi treinado um modelo de árvore de decisão. Em seguida, aplicou-se o modelo de floresta aleatória com 50 estimadores (valor suficiente para garantir redução do sobreajuste individual das árvores de decisão criadas, sem comprometer o tempo de execução nem induzir redundância excessiva entre os estimadores) treinado sobre os dados de treinamento e testado com o conjunto de validação. A robustez da floresta aleatória justifica sua escolha, dada sua eficácia frente a conjuntos com ruído e variáveis não lineares.

A avaliação de desempenho foi conduzida por meio de métricas clássicas de classificação: acurácia, precisão, além da matriz de confusão. Tais métricas

permitiram mensurar a sensibilidade do modelo à classe instável, que apresenta maior prevalência no conjunto de dados. A matriz de confusão forneceu uma visualização clara da distribuição dos acertos e erros, contribuindo para a interpretação da performance geral do modelo. Os tópicos foram organizados no fluxograma da Figura 9.

Figura 9: Fluxograma processo algoritmo de floresta aleatória.



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

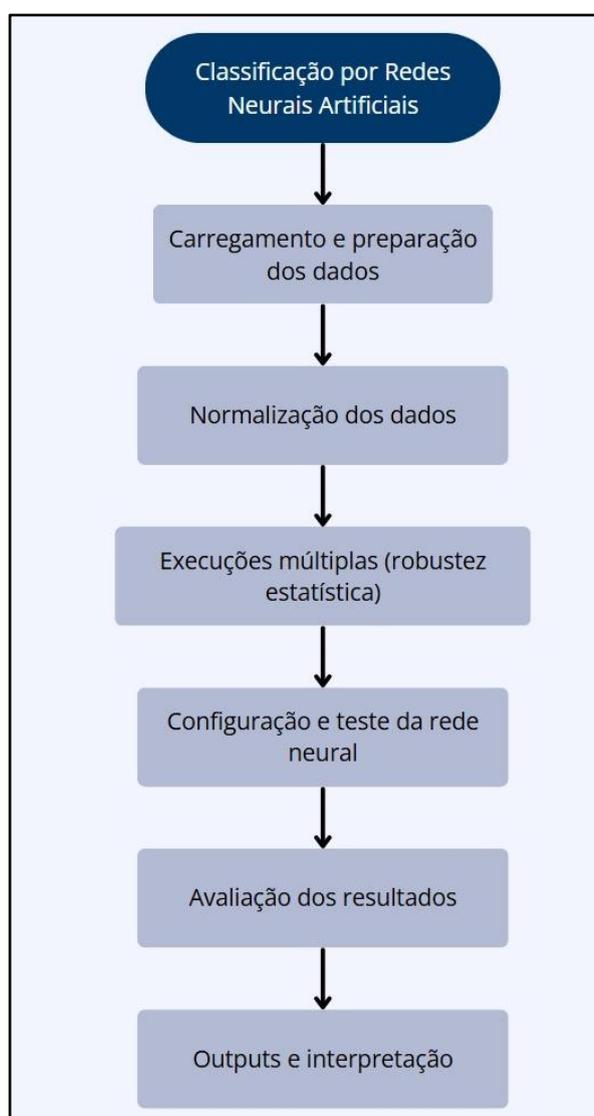
### 3.2.2 Modelagem com redes neurais artificiais

Dada a sensibilidade das redes neurais à escala dos dados, todas as variáveis preditoras foram normalizadas por meio do método *StandardScaler*, garantindo uma distribuição centrada e padronizada.

O modelo foi implementado com a classe *MLPClassifier*, com uma camada oculta de 34 neurônios, função de ativação de tangente hiperbólica (*tanh*), otimizador *adam* e normalização prévia dos dados.

Após cada execução, o modelo gerou previsões classificatórias, que foram comparadas com os dados reais por meio de acurácia, precisão e matriz de confusão. Ao final das execuções, os resultados foram consolidados em uma matriz de confusão acumulada e em uma lista de acurácias, permitindo uma análise quantitativa e comparativa. Adicionalmente, aplicou-se a técnica de importância por permutação para identificar as variáveis que mais impactaram a capacidade preditiva da rede. Os passos descritos estão organizados na Figura 10.

Figura 10: Fluxograma processo algoritmo de redes neurais artificiais.



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

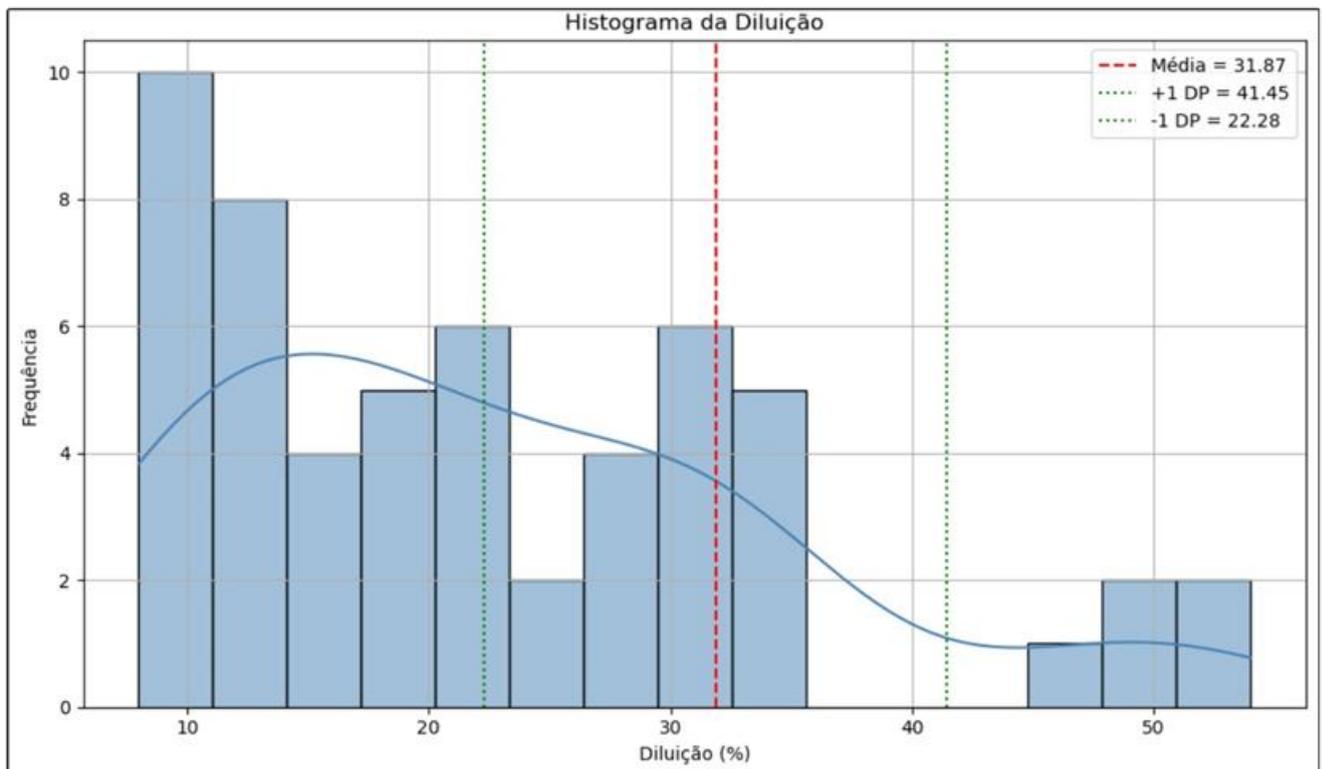
## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir, apresentam-se os principais resultados obtidos a partir da aplicação das técnicas propostas, acompanhados de suas respectivas análises e interpretações.

### 4.1 Dataset

Para compreender a distribuição da variável-alvo e os limites de separação entre as classes previamente definidas de estabilidade, foi realizada uma análise descritiva da diluição. A Figura 11 apresenta o histograma da diluição, evidenciando a distribuição dos dados e indicando a média e o desvio padrão ( $\pm 1DP$ ).

Figura 11: Histograma da diluição com curva de densidade.



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

Observa-se que a distribuição da diluição é assimétrica à direita, com concentração de casos abaixo de 30% e uma cauda longa indicando a presença de realces com diluições elevadas. A média da diluição foi de aproximadamente 31,87%, com um desvio padrão de 9,58%. Para melhor compreensão das variáveis que podem influenciar esse comportamento, a Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas das variáveis independentes utilizadas na análise.

Tabela 2: Análise descritiva das variáveis independentes.

Variável	Média	Mínimo	Máximo	Desvio Padrão
<b>Prof (m)</b>	321.78	169	496	84.89
<b>Ext Strike (m)</b>	25.76	9.30	69.80	12.72
<b>Altura Dip (m)</b>	54.68	7.70	84.70	25.75
<b>HW Dip (°)</b>	72.20	52.50	84.70	7.17
<b>RH</b>	6.28	3.40	9.00	1.40
<b>UI (m/m)</b>	1.56	0.70	3.20	0.56
<b>Q'</b>	32.76	8.10	95.90	19.39
<b>A</b>	0.89	0.60	1.00	0.13
<b>B</b>	0.20	0.20	0.30	0.01
<b>C</b>	6.18	4.30	7.40	0.70
<b>Mc/ton</b>	0.08	0.00	0.27	0.08
<b>ICEGS</b>	0.41	0.00	0.90	0.24
<b>PE</b>	2.57	1.20	4.50	0.73
<b>Fehw</b>	0.31	0.00	1.00	0.31
<b>Fefw</b>	0.44	0.00	1.00	0.27

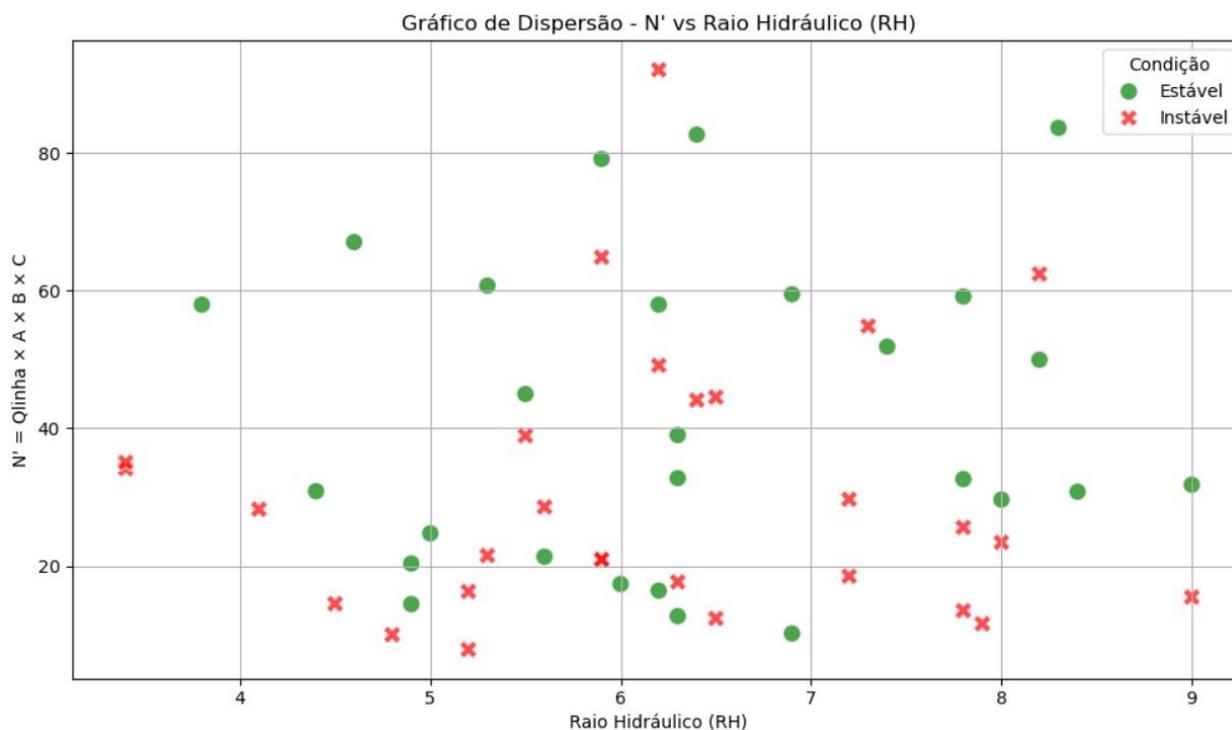
Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

Observa-se que a variável “Prof” apresenta o maior desvio padrão (84.89), indicando uma maior variabilidade entre os dados. A variável “Altura Dip” também apresenta variação significativa (25.75), assim como “Q” (19.39). Em contraste, a variável “B” apresenta variabilidade praticamente nula (0.01). Valores baixos de desvio padrão, como os observados para “A” (0.13) e “C” (0.70), indicam menor dispersão dos dados em torno da média.

#### 4.2 Avaliação da aplicabilidade do gráfico de estabilidade

A Figura 12 evidencia as limitações na aplicação direta do gráfico de estabilidade proposto por Potvin *et al.* (1988) ao conjunto de dados desta mina em contexto brasileiro. É possível observar que o gráfico de dispersão não revela zonas claras de separação entre realces classificados como estáveis e instáveis. Os pontos classificados como instáveis estão distribuídos de forma difusa ao longo de todo o domínio de  $N'$  e RH, o que inviabiliza uma segmentação empírica precisa.

Figura 12: Dispersão N' x RH



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

A partir da comparação visual entre a Figura 12 e a Figura 6, observa-se que grande parte dos pontos do conjunto analisado concentra-se na faixa de raio hidráulico (RH) entre 4 e 9 metros e número de estabilidade (N') entre 10 e 90, o que, segundo os limites do gráfico empírico, incluiria muitos desses casos na zona classificada como instável ou de transição. Considerando os dados plotados, aproximadamente 60% dos realces classificados como instáveis estariam dentro da zona instável ou na faixa inferior da zona de transição, enquanto cerca de 40% dos casos estáveis também aparecem nesses mesmos domínios, o que evidencia uma sobreposição significativa entre as categorias.

Esse comportamento reforça os apontamentos feitos por Rodrigues (2023) e outros autores que destacam a dificuldade de aplicar modelos empíricos globais em contextos geológicos locais específicos, como lavras em veios estreitos, com geometrias irregulares e grande variabilidade estrutural. Além disso, Costa (2017) também relatou desafios semelhantes ao aplicar o gráfico de estabilidade a uma mina subterrânea brasileira, observando dispersão incompatível com as zonas definidas pela metodologia original.

Portanto, embora o gráfico de Potvin mantenha seu valor histórico e teórico, os resultados obtidos neste trabalho reforçam que sua aplicação em contextos distintos

deve ser feita com cautela, podendo ser complementada por abordagens baseadas em dados reais e inteligência computacional, como as técnicas de aprendizado de máquina utilizadas neste estudo.

### 4.3 Algoritmo floresta aleatória

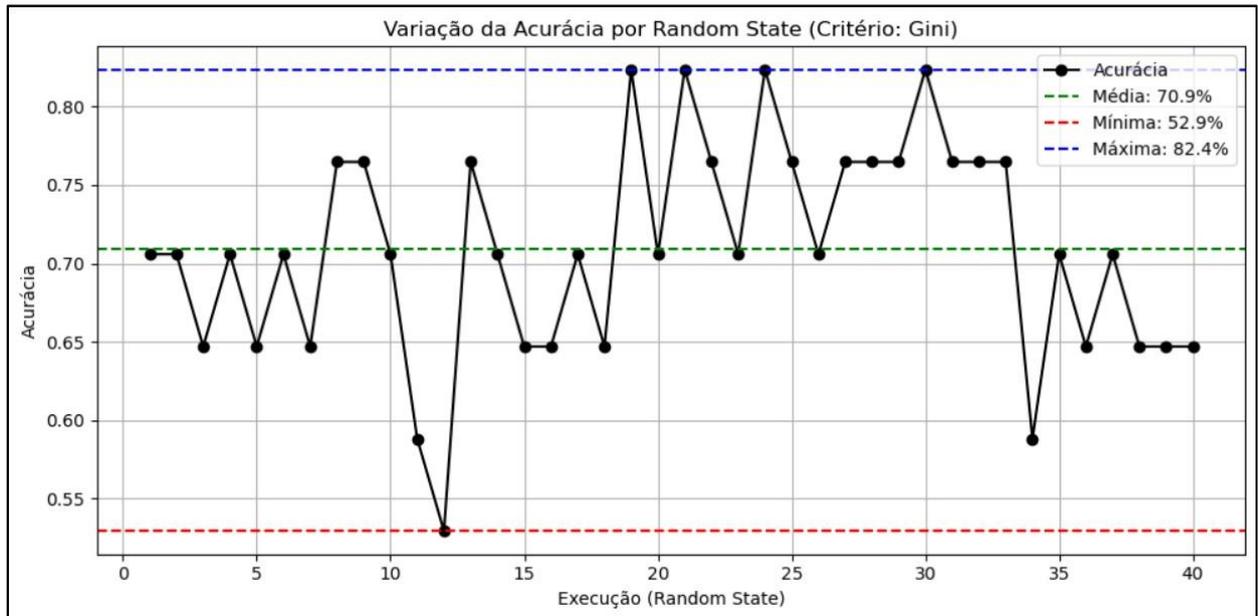
Neste estudo, o critério escolhido para a versão final do modelo foi o *gini*, como indicado na Tabela 3, por ter apresentado a maior acurácia (70.88%) e com precisão média de 72.05%. Entretanto ressalta-se que, na prática, todos os métodos testados apresentaram desempenhos semelhantes, e a diferença observada não apresenta uma vantagem estatisticamente significativa para o modelo proposto. A escolha do critério *gini* se deu mais pela leve superioridade nos resultados, do que por ser um impacto substancial na performance do modelo.

Tabela 3: Comparações critérios e acurácias.

<b>Acurácia</b>	<b>Média</b>	<b>Mínima</b>	<b>Máxima</b>
<b><i>Gini</i></b>	70.88	52.94	82.35
<b><i>Entropy</i></b>	70.44	58.82	82.35
<b><i>Log loss</i></b>	70.44	58.82	82.35

Observa-se na Figura 13 a variação da acurácia conforme diferentes execuções do algoritmo, com valores distintos de *Random State* (semente aleatória), abordagem adotada para verificar a robustez e estabilidade do modelo frente à aleatoriedade da divisão treino/teste.

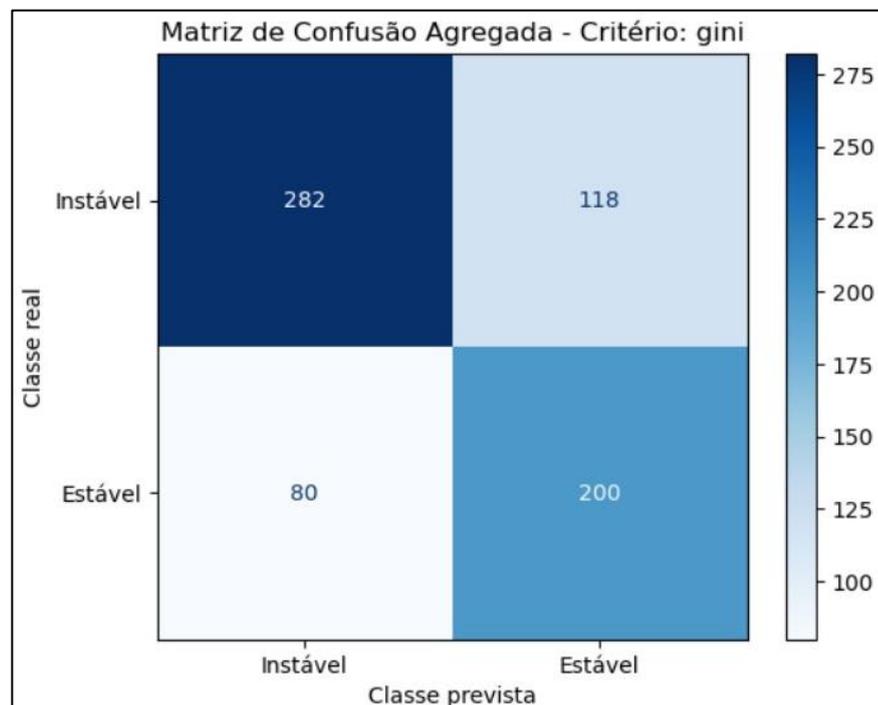
Figura 13: Variação da acurácia por Random State.



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

A matriz de confusão agregada do critério *gini* (Figura 14) revelou que a maioria dos realces instáveis foi corretamente identificada, evidenciando a capacidade do modelo em detectar cenários críticos. O desempenho na classe estável foi inferior, o que pode ser explicado pelo desbalanceamento de dados.

Figura 14: Matriz de confusão - floresta aleatória.



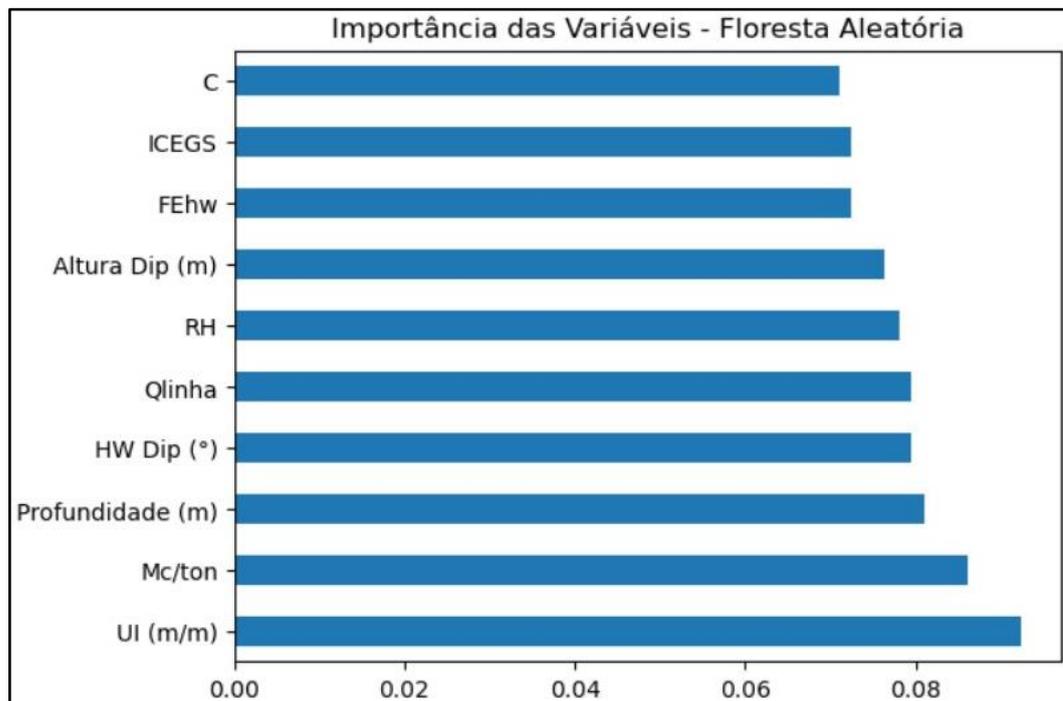
Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

O modelo demonstrou maior sensibilidade para a classe instável, identificou corretamente 282 dos 400 casos de instabilidade, o que é um fator positivo, considerando os riscos operacionais relacionados a esses casos. A taxa de instáveis classificados como estáveis é relativamente alta (118 casos), o que representa uma zona crítica pois pode implicar em falhas não detectadas, por outro lado a presença de 80 estáveis classificados como instáveis, indica que alguns realces foram superestimados em risco. Embora isso possa gerar custos adicionais ao projeto, é um tipo de erro que acarreta cenários de maior segurança operacional. O desempenho geral da matriz revela que o modelo apresenta boa capacidade de generalização, com taxas equilibradas de acertos em ambas as classes, apesar do desequilíbrio natural do conjunto.

Para complementação dos resultados, foi realizada a análise da importância das variáveis preditoras (Figura 15), o *RandomForestClassifier* por padrão calcula essa importância com base no critério de impureza utilizado e na capacidade de cada variável em reduzir a impureza ao longo as divisões das árvores. Essa análise permite compreender quais fatores estruturais, geométricos ou operacionais influenciam com maior intensidade na estabilidade dos realces. Nesse caso, destacam-se:

- $U_i$  (m/m): *undercutting index*, índice que reflete o grau de escavação sob a estrutura, valores altos podem indicar avanço excessivo e instabilidade;
- Mc/ton: metragem de cabos por tonelada, reflete o grau de contenção estrutural adotado;
- Profundidade (m): profundidade do realce, quanto maior, maior o estado de tensões, o que pode favorecer rupturas;
- HW Dip ( $^{\circ}$ ): ângulo de mergulho do hanging wall do realce, em graus, ângulos mais inclinados podem favorecer deslizamentos;
- $Q'$ : índice de qualidade do maciço, avalia a condição geomecânica da rocha.

Figura 15: Importância das variáveis - Floresta aleatória.



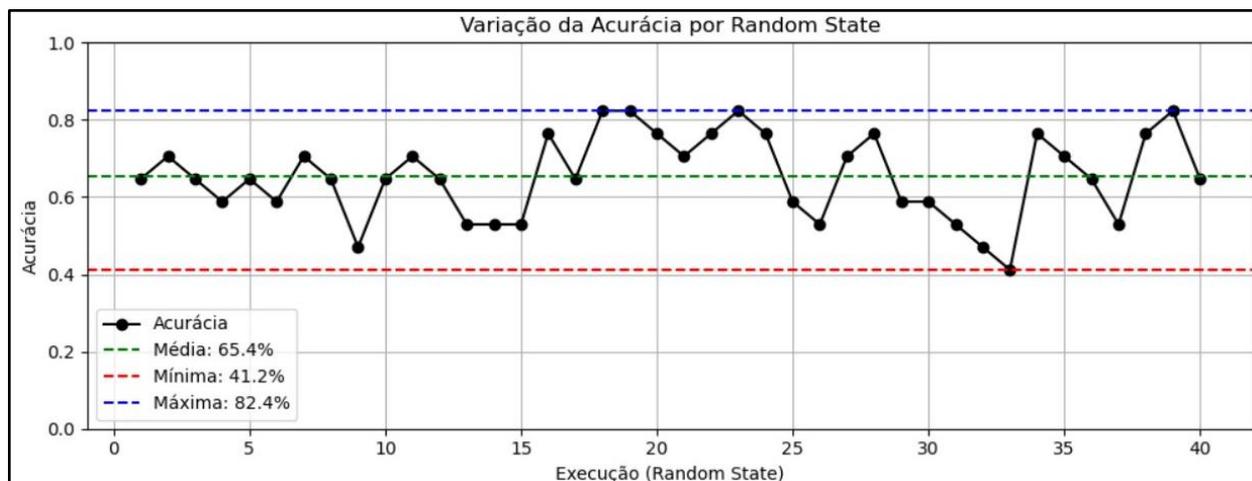
Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

As variáveis mais relevantes identificadas pelo modelo de floresta aleatória estão em consonância com a literatura. O destaque do *undercutting index* (UI) e da profundidade reforça o papel das decisões operacionais e das tensões *in situ* na estabilidade dos realces, conforme descrito por Costa (2017) e Potvin *et al.* (1988). A importância do ângulo de mergulho do *hanging wall* (HW Dip) e do índice Q (Q') confirma a influência de parâmetros estruturais e geomecânicos, já consolidados em abordagens empíricas como a de Suorineni (2012). A variável Mc/ton, associada ao reforço aplicado, também reflete práticas reconhecidas de suporte. Esses resultados indicam que o modelo aprendeu padrões coerentes com os mecanismos físicos que regem a estabilidade, fortalecendo sua aplicabilidade prática.

#### 4.4 Algoritmo redes neurais artificiais

O modelo de redes neurais artificiais foi avaliado ao longo de quarenta execuções independentes, com diferentes random states, a fim de verificar a robustez estatística e a sensibilidade da rede à aleatoriedade na divisão dos dados. A Figura 16 representa a variação da acurácia entre as execuções, revelando um intervalo expressivo de desempenho, com média em 65,4%, mínimo 41,2%, máximo 82,4% e precisão média de 69,53%.

Figura 16: Acurácia por Random State - Redes Neurais Artificiais.

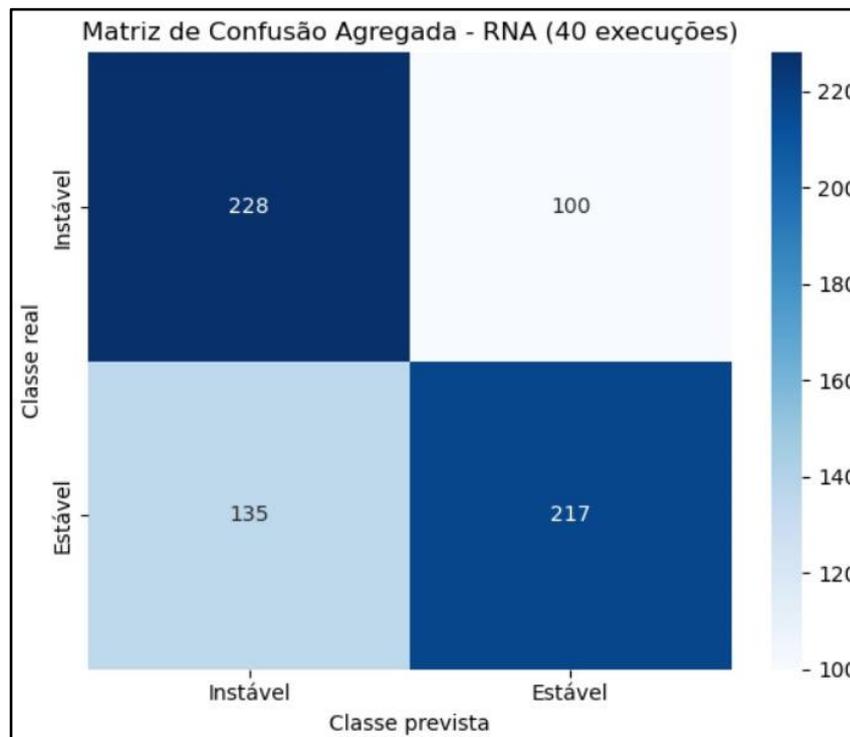


Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

A alta variabilidade demonstra a sensibilidade da rede neural à forma como os dados de treino e teste são particionados, o que é esperado em conjuntos pequenos e levemente desbalanceados, como é o caso. Situações de acurácia reduzida podem refletir conjuntos de teste com proporção atípica de classes ou ausência de padrões consistentes para o treinamento, conforme também observado por Silva (2022) em experimentos com RNA para predição geomecânica. Ainda assim, a presença de execuções com acurácia superior a 80% indica que a arquitetura utilizada é capaz de capturar padrões não lineares relevantes para o problema de classificação da estabilidade dos realces.

A matriz de confusão agregada, observada na Figura 17, obtida a partir das quarenta execuções do modelo de Rede Neural Artificial permite observar o desempenho geral da classificação entre realces estáveis e instáveis. O modelo foi capaz de classificar corretamente 228 realces instáveis e 217 estáveis, totalizando 445 acertos. Por outro lado, ocorreram 100 realces instáveis classificados incorretamente como estáveis e 135 estáveis classificados como instáveis. Esses resultados indicam uma maior sensibilidade à classe instável, o que é desejável no contexto geotécnico, já que falhas não detectadas nessa categoria podem representar riscos operacionais severos.

Figura 17: Matriz agregada - RNA.



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

Contudo, o número relativamente elevado de estáveis classificados como instáveis, demonstra que o modelo também superestima a instabilidade em alguns casos, o que pode gerar ações corretivas desnecessárias. Essa tendência de maior sensibilidade e menor especificidade é comum em modelos treinados com conjuntos desbalanceados, como o utilizado neste estudo. Ainda assim, a performance da RNA se mostra coerente com o comportamento físico esperado e reforça sua capacidade de captar padrões operacionais e estruturais relevantes para a predição da estabilidade dos realces subterrâneos.

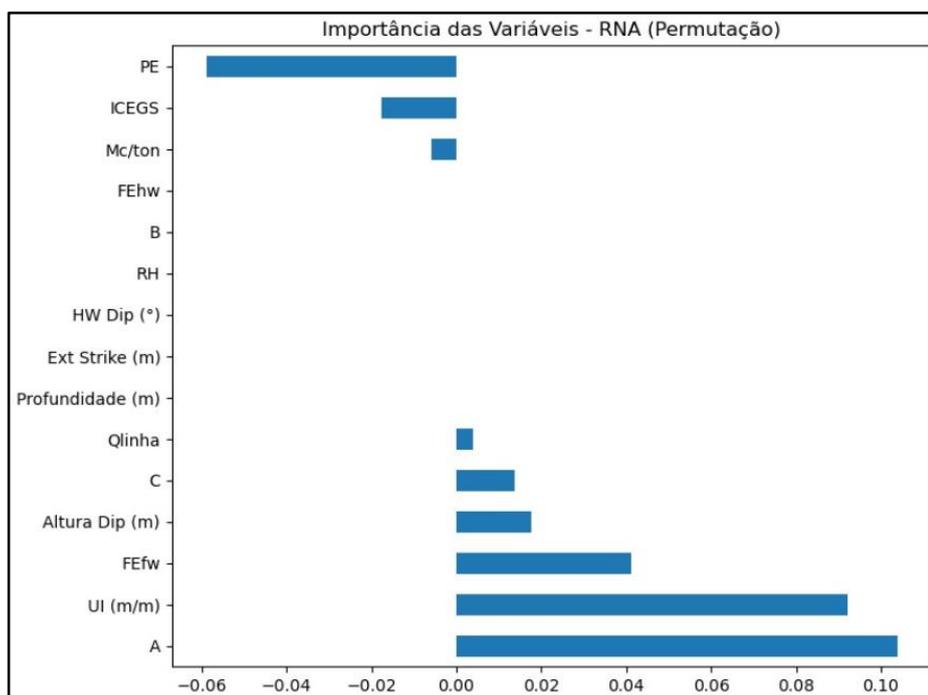
Por fim, a avaliação da importância das variáveis no modelo de Redes Neurais Artificiais foi realizada por meio da técnica de permutação, que mensura o impacto médio na acurácia ao embaralhar os valores de cada variável, uma por vez. Conforme mostrado na Figura 18, as variáveis com maior influência positiva na acurácia do modelo foram de caráter geotécnico/geomecânico e com natureza operacional e de execução:

- A: fator calculado com base na relação entre a resistência a compressão simples da rocha intacta e a tensão principal maior.
- $U_i$  (m/m): *undercutting index*, índice que reflete o grau de escavação sob a estrutura, valores altos podem indicar avanço excessivo e instabilidade;
- FEFw: quantidade ou proporção de furos de lavra que ultrapassam o limite

planejado e atingem o footwall.

- Altura Dip (m): altura efetiva do realce medida na direção do mergulho da estrutura mineralizada.

Figura 18: Importância das variáveis - RNA.



Fonte: Elaborado pela autora, 2025.

Por outro lado, algumas variáveis apresentam valores negativos de importância, como o PE: perfuração específica, isso significa que ao serem embaralhadas, o desempenho do modelo aumentou ligeiramente, indicando que essas variáveis introduziam ruído ou estavam mal ajustadas no contexto dos dados utilizados. Esse comportamento é comum em modelos que utilizam a permutação como critério de avaliação, especialmente em bases pequenas e com redundância entre atributos.

## 5. CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos ao longo deste estudo, é possível afirmar que a aplicação de algoritmos de aprendizado de máquina, especificamente a Floresta Aleatória e a Rede Neural Artificial (RNA), mostrou-se eficaz no auxílio para a classificação da estabilidade de realces em mineração subterrânea, considerando variáveis operacionais, geométricas e geomecânicas.

O algoritmo de Floresta Aleatória, treinada com 50 estimadores e utilizando o critério de impureza de *Gini*, obteve acurácia média de 70,9% ao longo de 40 execuções com diferentes random states, atingindo um máximo de 82,4%. A matriz de confusão agregada revelou bons índices de acerto para ambas as classes, com 282 realces instáveis corretamente classificados, mas ainda com 118 instáveis erroneamente classificados como estáveis, o que destaca a complexidade do problema e a importância de modelos robustos para evitar falsos negativos. A análise de importância das variáveis indicou que fatores como o *undercutting index* (UI), a metragens de cabos por tonelada (Mc/ton), a profundidade, o ângulo de mergulho (HW Dip) e características do *footwall* (Q') foram os que mais contribuíram para o desempenho do modelo, sendo majoritariamente variáveis geotécnicas e operacionais, o que valida a coerência técnica do aprendizado realizado.

Já a rede neural artificial, ainda que mais sensível à variação da partição dos dados, apresentou acurácia média de 66%, com resultados variando entre 41% e 84%. A maior dispersão dos resultados reforça a natureza não determinística e a dependência da estrutura dos dados de entrada, algo comum em RNAs. No entanto, a análise de importância por permutação demonstrou consistência com os resultados da floresta aleatória, destacando novamente a relevância do *undercutting index*. Esse alinhamento entre algoritmos distintos sugere que há, de fato, um padrão de variáveis-chave relacionado à estabilidade dos realces.

Em paralelo, a tentativa de aplicação do gráfico de estabilidade de Potvin (1988) aos dados estudados demonstrou limitações claras de aplicabilidade. Ao se utilizar a metodologia proposta pelo autor, os dados reais não se concentraram dentro das zonas definidas pelo modelo empírico. Muitos dos realces instáveis apareceram na zona considerada “estável” pelo gráfico, o que invalida sua capacidade preditiva para este contexto específico. Essa constatação reforça os argumentos já discutidos por Rodrigues (2023), Costa (2017) e Suorineni (2012), que destacam a necessidade de adaptar ou substituir tais ferramentas empíricas em cenários geológicos e operacionais

mais complexos, como veios estreitos com forte variabilidade estrutural.

Dessa forma, o trabalho não apenas demonstrou a eficiência dos modelos de aprendizado supervisionado como ferramentas complementares aos métodos convencionais, como também forneceu subsídios práticos para a priorização de variáveis e para a melhoria do controle operacional em lavra subterrânea. A robustez do método de floresta aleatória e a capacidade interpretativa das redes neurais artificiais apontam para um caminho promissor na integração entre geotecnia e ciência de dados, especialmente quando se busca aumentar a segurança, otimizar os custos operacionais e reduzir a exposição a riscos em ambientes subterrâneos. Por fim, os resultados reforçam a importância do uso de abordagens baseadas em dados reais, que respeitem a complexidade local, como complemento aos modelos empíricos tradicionalmente utilizados. Essa combinação permite análises mais alinhadas com a realidade das operações modernas, sem desconsiderar o valor histórico e prático dos métodos empíricos, mas reconhecendo suas limitações diante da variabilidade e especificidade de cada cenário.

## REFERÊNCIAS

ATLAS COPCO. **Mining methods in underground mine**. 2.ed. 2007. Disponível em: <[https://miningandblasting.files.wordpress.com/2009/09/mining\\_methods\\_underground\\_mining.pdf](https://miningandblasting.files.wordpress.com/2009/09/mining_methods_underground_mining.pdf)>. Acesso em: 30 dez. 2024.

COSTA, Leandro Caio Barbosa. **Metodologias para prever e reduzir o risco de diluição não planejada em lavras estreitas pelo método sublevel stoping: estudo de caso: mina córrego do sítio, Santa Bárbara/MG**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia Geotécnica) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

HARTMAN, H. **Introductory mining engineering**. 2002

JANG, H.; TOPAL, E.; KAWAMURA, Y. **Unplanned dilution and ore loss prediction in longhole stoping mines via multiple regression and artificial neural network analyses**. Artigo. The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, volume 115, p. 449-456. 2015.

JUNG, D.; CHOI, Y. **Systematic Review of Machine Learning Applications in Mining: Exploration, Exploitation, and Reclamation**. Artigo. Minerals, volume 11, 20 p. 2021.

MAGALHÃES AMARAL, T. K. **Proposta de uma metodologia para análise de estabilidade para os realces de uma mina subterrânea por meio de inteligência artificial**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Minas) - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Araxá, 2019.

MATHEWS, K. E.; HOEK, E.; WYLLIE, D.; STEWART, S. B. **Prediction of Stable Excavation Spans for Mining at Depths Below 1000 meters in Hard Rock**. Canmet Report. 1981.

OLIVEIRA, Michel Melo. **Dimensionamento empírico de realce em sublevel stoping**. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

PAKALNIS, R. **Empirical stope design at ruttan mine**. 1986. Tese (Doutorado) – University of British Columbia, Canadá, 1986.

POTVIN, Y.; HUDYMA, M. **The stability graph method for open stope design**. Paper nº44, University of British Columbia, Edmonton, Alberta, Canadá, 1988.

QI, C.; CHEN, Q. **Evolutionary Random Forest Algorithms for Predicting the Maximum Failure Depth of Open Stope Hangingwalls**. Artigo. IEEE Access, volume 6, p. 72808 72813. 2018.

RODRIGUES, Caio Oliveira. **Previsão da diluição em realces subterrâneos por meio de técnicas de aprendizado de máquina**. 2023. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2023.

RUSSELL, Stuart; NORVIG, Peter. **Inteligência Artificial**. Tradução de Regina Célia Simille de Machado. 3. ed. São Paulo: Elsevier, 2013.

SANTOS, Allan Erlichman Medeiros. **Classificação de maciços rochosos por meio de técnicas da estatística multivariada e inteligência artificial**. 2021. 222 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mineral, Departamento de Engenharia de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

SILVA, Laura Adriele Moura da. **Determinação do RMR por meio da utilização de redes neurais artificiais**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Unidade Araxá, Araxá, 2022.

SUORINENI, Francis. Tedy. **The Stability Graph After Three Decades in Use: Experiences and the Way Forward**. International Journal of Mining Science and Technology, v. 22, n. 1, p. 3–7, 2012.

## Anexo A – Dataset

ID	Profundidade (m)	Ext Strike (m)	Altura Dip (m)	HW Dip (°)	RH	UI (m/m)	Qlinha	A	B	C	Nlinha	sigmav	alfa	Mc/ton	ICEGS	PE	FEhw	FEfw	Diluição
1	317	16.7	67.4	67.4	5.9	0.8	69.4	1.0	0.2	5.7	87.5	8.6	7.4	0.01	0.3	2.6	0.8	0.4	13
2	317	15.7	75.1	75.1	5.5	1.7	34.6	1.0	0.2	6.5	43.7	8.6	16.2	0.02	0.2	2.2	0.7	0.0	16
5	237	12.0	71.1	71.1	5.5	2.0	31.9	1.0	0.2	6.1	42.2	6.4	8.2	0.04	0.6	1.7	0.2	0.4	33
7	438	26.0	70.0	70.0	5.6	1.1	34.6	0.7	0.2	5.9	27.8	11.8	11.6	0.02	0.6	3.5	0.5	0.1	32
8	227	26.4	75.7	75.7	7.8	1.7	19.7	1.0	0.2	6.5	25.6	6.1	11.7	0.00	0.4	2.8	0.5	0.4	26
10	239	16.2	58.1	58.1	6.2	1.7	95.9	1.0	0.2	4.8	92.6	6.5	10.1	0.05	0.9	1.9	0.2	0.8	49
11	287	19.9	71.2	71.2	6.3	1.3	14.5	1.0	0.2	6.1	17.5	7.7	23.2	0.08	0.8	2.9	0.4	0.7	27
12	395	28.5	76.8	76.8	8.2	1.8	59.1	0.8	0.2	6.6	59.7	10.7	14.5	0.09	0.5	2.4	0.4	0.3	25
13	438	26.4	67.7	67.7	6.5	2.0	55.8	0.7	0.2	5.7	43.1	11.8	19.9	0.06	0.0	4.5	0.0	0.3	51
14	297	20.3	81.2	81.2	6.4	1.2	58.2	1.0	0.2	7.1	82.4	8.0	13.8	0.00	0.3	3.3	0.8	0.4	10
16	169	20.7	66.2	66.2	4.6	1.0	59.86	1.0	0.2	5.6	66.7	4.6	14.1	0.10	0.6	1.7	0.0	1.0	14
17	476	15.6	53.9	53.9	4.5	1.3	26.9	0.6	0.2	4.5	14.6	12.9	19.6	0.27	0.6	3.5	0.7	0.8	33
18	476	16.0	68.9	68.9	4.8	0.8	14.4	0.6	0.2	5.8	10.9	12.9	8.7	0.01	0.4	3.2	0.1	0.3	30
21	428	17.4	69.2	69.2	4.1	2.2	34.20	0.7	0.2	5.9	27.8	11.6	12.3	0.09	0.4	1.2	0.0	0.4	54
22	237	24.8	77.5	77.5	7.4	1.6	38.7	1.0	0.2	6.7	59.5	6.4	7.0	0.01	0.0	2.9	0.4	0.4	10
23	237	20.3	72.0	72.0	8.0	1.1	24.3	1.0	0.2	6.1	34.7	6.4	6.8	0.03	0.2	3.6	0.8	0.5	12
24	355	24.5	75.1	75.1	8.2	1.1	42.7	0.9	0.2	6.5	54.1	9.6	7.2	0.00	0.6	3.8	0.9	0.7	8
27	258	14.6	76.6	76.6	5.3	1.8	46.0	1.0	0.2	6.6	60.8	7.0	29.8	0.06	0.2	2.1	0.0	0.6	13
29	405	24.9	71.0	71.0	6.3	0.9	39.0	0.7	0.2	6.0	35.4	10.9	9.7	0.07	0.7	3.5	0.0	0.9	9
30	201	9.3	54.5	54.5	3.8	1.4	64.4	1.0	0.2	4.5	65.7	5.4	7.4	0.15	0.1	1.7	0.0	0.8	16
31	448	21.0	77.5	77.5	3.4	1.4	36.4	0.7	0.2	6.7	32.0	12.1	13.5	0.05	0.3	1.5	0.3	0.5	21
33	395	22.5	84.7	84.7	8.0	2.1	19.8	0.8	0.2	7.4	22.4	10.7	29.2	0.01	0.0	2.3	0.1	0.2	49
34	365	17.8	78.2	78.2	6.2	1.4	15.1	0.8	0.2	6.8	17.0	9.9	22.1	0.00	0.2	2.8	0.8	0.3	20
35	258	13.8	78.2	78.2	5.0	1.1	18.2	1.0	0.2	6.8	25.1	7.0	9.5	0.03	0.5	2.3	0.4	0.8	19
36	395	25.4	74.2	74.2	6.3	1.2	38.1	0.8	0.2	6.4	36.9	10.7	13.3	0.02	0.4	2.3	0.0	0.5	8
37	237	19.4	76.7	76.7	7.2	2.1	22.5	1.0	0.2	6.6	29.8	6.4	13.2	0.16	0.7	2.2	0.0	0.4	27
38	258	15.1	79.7	79.7	6.2	0.9	42.0	1.0	0.2	6.9	64.7	7.0	7.7	0.01	0.5	2.9	0.5	0.9	10
41	201	13.7	64.7	64.7	6.2	1.3	45.5	1.0	0.2	5.4	49.4	5.4	12.1	0.20	0.8	2.6	0.3	0.4	45
42	395	26.8	70.2	70.2	7.8	1.3	61.6	0.8	0.2	6.0	56.0	10.7	14.6	0.08	0.7	3.4	0.2	0.9	19
44	428	22.3	78.7	78.7	7.9	0.9	12.2	0.7	0.2	6.8	11.6	11.6	28.3	0.04	0.6	2.7	0.3	0.5	32.3
45	395	19.5	68.6	68.6	7.3	1.7	59.1	0.8	0.2	5.8	58.2	10.7	7.7	0.08	0.7	2.4	0.2	0.7	22.8
46	237	19.9	70.1	70.1	6.4	3.2	24.5	1.0	0.3	6.0	40.3	6.4	2.4	0.27	0.6	1.3	0.0	0.1	34.4
48	237	19.5	72.6	72.6	5.9	2.2	17.0	1.0	0.2	6.2	22.1	6.4	9.0	0.21	0.2	1.3	0.0	0.6	35.0

49	395	24.0	80.2	80.2	5.9	0.9	57.9	0.8	0.2	7.0	61.5	10.7	20.6	0.01	0.4	3.1	1.0	0.4	32.0
51	237	16.0	73.7	73.7	6.9	2.1	47.2	1.0	0.2	6.3	67.0	6.4	7.5	0.16	0.8	2.4	0.4	0.2	18.2
52	340	19.2	55.9	55.9	7.8	0.7	39.4	0.9	0.2	4.6	33.0	9.2	10.3	0.01	0.1	2.6	0.8	0.5	13.9
54	276	19.2	75.8	75.8	7.8	1.9	10.4	1.0	0.2	6.5	13.6	7.5	13.4	0.12	0.6	3.2	0.0	0.6	20.9
56	365	49.0	7.7	77.6	3.4	2.7	32.7	0.8	0.2	6.7	36.6	9.9	22.6	0.00	0.1	4.0	0.0	0.1	22.1
57	426	27.0	16.4	77.7	5.2	1.4	8.4	0.7	0.2	6.7	7.9	11.5	10.4	0.04	0.2	2.3	0.1	0.3	20.6
59	192	37.0	11.2	73.8	4.4	0.9	24.5	1.0	0.2	6.3	31.0	5.2	13.1	0.08	0.3	2.6	0.3	0.6	9.4
60	426	28.2	14.4	75.2	4.9	0.7	15.9	0.7	0.2	6.5	15.6	11.5	8.2	0.00	0.3	2.7	1.0	0.2	9.5
61	258	49.0	19.3	69.7	7.2	2.0	15.7	1.0	0.2	5.9	20.6	7.0	7.8	0.17	0.3	1.8	0.0	0.0	30.3
62	276	69.8	23.0	70.8	9.0	1.5	26.5	1.0	0.2	6.0	34.6	7.5	8.3	0.18	0.7	3.1	0.2	0.2	19.7
63	385	45.0	26.2	78.4	8.4	1.0	28.3	0.8	0.2	6.8	30.1	10.4	15.4	0.02	0.2	2.7	0.9	0.8	11.1
64	340	45.0	16.0	60.9	6.5	1.8	13.5	0.9	0.2	5.1	14.4	9.2	6.8	0.17	0.0	3.0	0.0	0.3	20.7
65	496	20.0	17.0	52.5	5.2	1.4	31.6	0.6	0.2	4.3	16.0	13.4	20.2	0.24	0.9	1.4	0.4	0.5	29.9
66	258	39.0	15.0	70.8	5.6	2.5	17.8	1.0	0.2	6.0	25.4	7.0	6.3	0.08	0.3	1.8	0.0	0.0	16.1
67	294	32.0	23.0	73.7	6.9	1.2	8.1	1.0	0.2	6.3	11.4	7.9	7.7	0.16	0.5	2.8	0.5	0.3	14.0
68	340	27.0	21.4	79.3	6.0	1.8	14.0	0.9	0.2	6.9	17.5	9.2	11.7	0.02	0.1	2.3	0.3	0.2	13.7
69	258	41.0	16.0	75.3	5.9	2.5	16.1	1.0	0.2	6.5	21.7	7.0	9.2	0.27	0.3	2.0	0.2	0.0	27.7
70	276	18.0	24.9	79.0	5.3	2.3	15.6	1.0	0.2	6.9	21.4	7.5	15.1	0.17	0.4	3.4	0.0	0.8	27.6
71	340	15.0	26.2	68.4	4.9	1.4	19.5	0.9	0.2	5.8	20.4	9.2	17.5	0.05	0.2	1.9	0.1	0.6	8.8
72	276	59.0	22.8	79.7	8.3	1.6	60.6	1.0	0.2	6.9	84.0	7.5	20.8	0.07	0.3	3.0	0.3	0.2	17.2
75	267	57.0	25.0	71.8	9.0	2.3	12.7	1.0	0.2	6.1	15.6	7.2	10.5	0.15	0.5	2.3	0.2	0.0	34.0
77	294	27.3	22.8	77.6	6.3	2.1	9.5	1.0	0.2	6.7	14.7	7.9	7.0	0.10	0.6	2.1	0.0	0.3	10.5