



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIDADE ARAXÁ
ENGENHARIA DE MINAS

ANGÉLICA DE FÁTIMA CRUZ

MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO
DE *BLEND* DE MINÉRIO

ARAXÁ-MG

2023

ANGÉLICA DE FÁTIMA CRUZ

**MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO
DE *BLEND* DE MINÉRIO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Centro Federal de
Educação Tecnológica de Minas Gerais -
Unidade Araxá, como requisito parcial para
obtenção do grau de Bacharel em
Engenharia de Minas.

Orientador: Me. Guilherme Alzamora
Mendonça.

Coorientador(a): Dra. Aline Fernanda
Bianco Mattioli

ARAXÁ-MG

2023

ANGÉLICA DE FÁTIMA CRUZ

ATA DE APROVAÇÃO

**MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO
DE *BLEND* DE MINÉRIO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Centro Federal de
Educação Tecnológica de Minas Gerais -
Unidade Araxá, como requisito parcial para
obtenção do grau de Bacharel em
Engenharia de Minas.

Data de Defesa: Araxá, 07 de Julho de 2023.

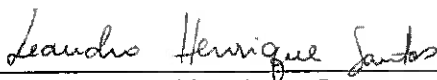

Orientador: Guilherme Mendonça Alzamora

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá



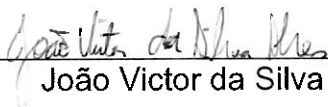
Coorientadora: Aline Fernanda Bianco Mattioli

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá



Leandro Henrique Santos

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá



João Victor da Silva Alves

DEDICO ESTE TRABALHO

Aos meus pais, Evaristo e Maria Abadia, meus irmãos, e em especial ao meu namorado, Victor Hugo, pelo grande incentivo na realização dos meus sonhos e por sempre acreditarem no meu potencial. Obrigada a todos vocês pelo carinho e atenção empreendidos a mim.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela minha vida, por iluminar o meu caminho diariamente, me dando força e bravura para vencer os momentos difíceis, bem como, sabedoria para não desanimar diante das minhas limitações.

Aos meus pais, Evaristo e Maria Abadia, pelo amor incondicional, pela presença na minha vida e por todo suporte que me deram durante essa jornada.

Aos meus irmãos, Luiz Carlos, Santiago, Marcos e Joyce, pelo companheirismo e cumplicidade durante todas as etapas da minha vida.

Ao meu namorado, Victor Hugo, pelo apoio e entusiasmo que me impulsionaram e me deram confiança para seguir na direção dos meus sonhos.

Aos amigos, que sempre estiveram ao meu lado e me apoiam durante essa jornada, em especial, Jakeline, Jaína, Jonathan, Lehanne, Maria Paula e Otávio.

Ao meu orientador Guilherme Alzamora, por me guiar durante a realização do trabalho com paciência e dedicação. Além, de me incentivar e acreditar no meu potencial.

A minha coorientadora, Aline Bianco, pelo apoio durante a faculdade e na realização deste trabalho.

Agradeço a equipe de Processo Mineral que me incentivaram e proporcionaram debates enriquecedores para a minha formação profissional.

Agradeço ao CEFET pelo ensino de qualidade e por toda a estrutura disponibilizada, bem como, agradeço a todos os professores da instituição por todo conhecimento compartilhado.

A todos vocês, meu sincero agradecimento!

EPÍGRAFE

“Tudo que está no plano da realidade já foi sonho um dia.”

Leonardo da Vinci

RESUMO

O cenário econômico mundial do setor mineral encontra-se cada vez mais tecnológico e competitivo. Sabe-se que as empresas estão frequentemente buscando soluções de otimização de processo, visando aumentar a produção e a eficiência operacional, e, ao mesmo tempo, diminuir custos. Nessa perspectiva, as empresas estão cada vez mais interessadas em investir no campo da pesquisa operacional, a fim de aprimorar a tomada de decisões. A grande vantagem dessa área é a possibilidade de simular e analisar variáveis qualitativas e quantitativas em diversos cenários, o que permite uma avaliação crítica antes da execução. Sendo assim, essa área é extremamente relevante para as mineradoras, que muitas vezes resolvem problemas com base em experiências vivenciadas anteriores. Um dos desafios enfrentados pelas mineradoras e solucionados através da utilização da pesquisa operacional é a criação de pilhas de minério provenientes de *blends* de frentes de lavra distintas. O presente trabalho tem como objetivo principal propor um modelo matemático de programação linear que determine as regiões de extração do minério da mina, de modo a garantir que a pilha formada atenda aos critérios estabelecidos pelo planejamento de lavra de curto prazo, além de manter continuidade operacional da usina. O modelo de programação linear foi desenvolvido utilizando o suplemento solver, que possui interface com a planilha eletrônica Excel, facilitando o uso nas empresas, já que a maioria possui licença do pacote Office, da empresa Microsoft. Foram simulados quatro cenários típicos de uma mina de fosfato e todos atingiram as metas estabelecidas. No primeiro cenário, foram utilizadas três frentes e o estoque para a geração do *blend* de minério, tendo como função objetivo a maximização do teor de P_2O_5 . No cenário II, a função objetivo consistiu em maximizar a massa do estoque. No cenário III, o objetivo foi maximizar a massa retomada das frentes com menor teor de P_2O_5 , enquanto no cenário IV, o objetivo foi maximizar a massa retomada das frentes com maior teor de P_2O_5 . Além disso, notou-se que, mesmo em proporções reduzidas, a frente com maior teor de P_2O_5 esteve presente em todos os cenários. Sendo assim, o modelo retornou valores satisfatórios em todos os cenários apresentados, indicando sua eficácia na busca pela melhor combinação de minérios para atender às especificações desejadas. Por fim, a otimização do *blends* de minério utilizando técnicas de pesquisa operacional é de extrema relevância, pois fornece uma visão mais precisa e embasada contribuindo para uma gestão mais eficiente e estratégica.

Palavras-chave: Pesquisa operacional. *Blend* de minério. Modelo matemático.

ABSTRACT

The global economic scenario of the mineral sector is becoming increasingly technological and competitive. It is known that companies are constantly seeking process optimization solutions to increase production and operational efficiency while reducing costs. From this perspective, companies are increasingly interested in investing in the field of operations research to improve decision-making. The major advantage of this area is the possibility to simulate and analyze qualitative and quantitative variables in various scenarios, allowing for critical evaluation before implementation. Therefore, this field is extremely relevant for mining companies, which often solve problems based on past experiences. One of the challenges faced by mining companies, and solved through the use of operations research, is the creation of ore stockpiles from blends of different mining fronts. The main objective of this study is to propose a mathematical model of linear programming that determines the extraction regions of ore from the mine in order to ensure that the formed stockpile meets the criteria established by short-term mine planning while maintaining operational continuity of the plant. The linear programming model was developed using the solver add-in, which has an interface with the Excel spreadsheet, facilitating its use in companies, as most of them have a license for the Microsoft Office suite. Four typical scenarios of a phosphate mine were simulated, and all of them achieved the established goals. In the first scenario, three mining fronts and stockpile were used to generate the ore blend, with the objective function being the maximization of P_2O_5 content. In scenario II, the objective function consisted of maximizing the mass of the stockpile. In scenario III, the objective was to maximize the mass retrieved from fronts with lower P_2O_5 content, while in scenario IV, the objective was to maximize the mass retrieved from fronts with higher P_2O_5 content. Additionally, it was observed that, even in reduced proportions, the front with higher P_2O_5 content was present in all scenarios. Therefore, the model returned satisfactory values in all presented scenarios, indicating its effectiveness in searching for the best combination of minerals to meet the desired specifications. Finally, optimizing ore blends using operations research techniques is of utmost importance as it provides a more accurate and evidence-based perspective, contributing to more efficient and strategic management.

Keywords: Operations research, ore blend, mathematical model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Interface entre frentes de lavra, pilhas e usina.....	22
Figura 2- Interface do suplemento solver.	25
Figura 3 - Fluxograma da Pesquisa.....	26
Figura 4- Proporção das frentes utilizadas.	35

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Tabela 1- Valores dos Teores Utilizados.....	27
Tabela 2 - Valores dos Parâmetros Utilizados.	28
Tabela 3 - Restrições para o Cenário I.....	28
Tabela 4 - Restrições para o Cenário II.....	28
Tabela 5 - Restrições para o Cenário III.....	29
Tabela 6 - Restrições para o Cenário IV.	29
Tabela 7 - Composição final Cenário I.	30
Tabela 8 - Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.	30
Tabela 9 - Composição final do Cenário II	31
Tabela 10-Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.	32
Tabela 11-Composição Final Cenário III.	33
Tabela 12-Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.	33
Tabela 13-Composição final Cenário IV.....	34
Tabela 14- Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.	34

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.2	OBJETIVO GERAL	13
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
2.1	PESQUISA OPERACIONAL.....	14
2.2	PROCESSO DE DEFINIÇÃO E MODELAGEM DE PROBLEMAS	15
2.3	MODELO	16
2.3.1	MODELO DE SIMULAÇÃO	16
2.3.2	MODELO MATEMATICO DE OTIMIZAÇÃO	17
2.4	PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR (PPL)	19
2.5	PROBLEMA DE <i>BLEND</i> DE MINÉRIO	22
2.6	PESQUISA OPERACIONAL APLICADA À MINERAÇÃO	23
2.7	SOLVER	24
3	METODOLOGIA	26
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	30
4.1	CENARIO I.....	30
4.2	CENARIO II.....	31
4.3	CENARIO III.....	32
4.4	CENARIO IV	34
5	CONCLUSÃO	36
6	REFERÊNCIAS.....	37

1 INTRODUÇÃO

O mercado financeiro e comercial da década de 1970 apresenta o conceito da Lei da Oferta e Procura (demanda). A oferta é a quantidade de um produto disponível no mercado, enquanto a demanda é o interesse existente associado a ele. A oferta está diretamente ligada ao preço, quantidade, tecnologia utilizada na fabricação e outros fatores relacionados a produtos e serviços. Já a procura ou demanda é influenciada pelas preferências do consumidor final, compatibilidade entre preço e qualidade e facilidade de compra do produto.

Percebe-se que, antes da década de 1970, a demanda global era maior que a oferta, o que significava que quase tudo o que uma empresa produzia era vendido. Portanto, a empresa não se preocupava com a qualidade do produto. O preço de venda é o resultado da adição do custo de produção ao lucro estipulado pelo produtor.

Nessa época era importante ser capaz de produzir o maior número possível de poucos produtos, independentemente do que os clientes pensassem sobre a qualidade deles. Ocorre que o ritmo acelerado do progresso tecnológico nos últimos anos, especialmente no campo das comunicações, mudou essa lógica, obrigando as empresas a se adaptarem para atender a um mercado consumidor cada vez mais exigente. Ao mesmo tempo, a oferta superou a demanda e os preços começaram a ser determinados pelo mercado, obrigando as empresas a reduzir significativamente os custos.

Nesse sentido vislumbra-se a criação de um ambiente propício para grandes fusões o que, por sua vez, encolhe o mercado para produtores menores. Isso posto, as organizações buscam uma constante melhora nos processos que otimizem os recursos que utilizam para que consigam controlar o custo e, por conseguinte, vender um produto a um preço baixo.

Dessa forma, cresce a importância da Pesquisa Operacional (PO) dentro do ambiente industrial. A busca pela otimização e racionalização dos recursos é dita como uma prioridade. Com a difusão do uso dos computadores essa é uma ciência que vem se desenvolvendo ainda mais no setor industrial.

A Pesquisa Operacional dispõe atualmente de diversas ferramentas para atender e buscar sanar os mais diversos problemas, dentre eles, merece destaque a Programação Linear (PL). Tal recurso de programação é utilizado para reconhecer e

direcionar a produção de modo que a produção atinja os melhores resultados possíveis. Sendo assim, a pesquisa operacional apresenta caráter multidisciplinar, ou seja, pode ser utilizada em praticamente todas as áreas. Por exemplo, na formulação de suprimentos, *Blend* de minérios, designação de tarefas e entre outras. Posto isto, a pesquisa operacional possui contribuições desde a Gestão Empresarial até a Engenharia de Minas.

Portanto, um dos inúmeros desafios das mineradoras é a extração constante de minério que atende as especificações da usina. Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo testar e avaliar a aplicabilidade de técnicas de simulação computacional para otimizar o processo de *blend* de minério, visando a composição adequada das pilhas. Essa otimização se torna uma alternativa necessária e imprescindível para melhorar o aproveitamento dos recursos minerais disponíveis, garantindo assim a continuidade operacional da usina com alta produtividade.

1.2 OBJETIVO GERAL

Elaboração do modelo matemático utilizando programação linear a fim de simular soluções de problemas de *blend* de minérios.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estabelecer cenários operacionais que exigem o aproveitamento distinto das possíveis fontes de minério;
- Avaliar qual o objeto de otimização em cada cenário proposto;
- Determinar as restrições impostas em cada cenário proposto;
- Desenvolver um modelo de programação linear capaz de solucionar o problema de *blend* de minério nas empresas;
- Implementar o modelo desenvolvido utilizando o software de otimização solver.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 PESQUISA OPERACIONAL

A pesquisa operacional, tornou-se reconhecida como a ciência das decisões após a Segunda Guerra Mundial. Nesse período, a economia pós-guerra encontrava-se com escassez de recursos e muitos países estavam destruídos, gerando a necessidade de otimizar os processos logísticos para fortalecer o fluxo de materiais e informações entre o ponto de origem e o destino, de forma mais rápida e eficiente (LABONE, 2023).

Na primeira metade do século XX, a PO surgiu através de esforços de diversos cientistas de diferentes áreas distintas, que se empenharam em resolver problemas militares. Desde então, a pesquisa operacional tem se desenvolvido ao longo dos anos, tornando-se uma ferramenta valiosa na tomada de decisões em diversas áreas, tais como a engenharia, a administração e a economia (CARVALHO, 2003).

A pesquisa operacional pode ser considerada como um conjunto de técnicas que utiliza métodos científicos com o objetivo de auxiliar na tomada de decisões e é amplamente empregada em empresas para solucionar adversidades organizacionais em diferentes setores. Sendo assim, a PO não se trata apenas de uma disciplina acadêmica lecionada em cursos de graduação e pós-graduação, mas sim de uma ciência que busca a análise de dados em um determinado setor para auxiliar o processo de tomada de decisão e contribuir para o aumento da eficácia por meio da otimização (LONGARAY, 2014).

Segundo Taha (2008), a pesquisa operacional é caracterizada pelo uso de técnicas matemáticas, estatísticas e de computação para modelar e solucionar problemas de tomada de decisão. Uma das principais vantagens da pesquisa operacional é a capacidade de lidar com problemas complexos de forma estruturada e sistemática.

A objetividade das técnicas que compõem o sistema metodológico da pesquisa operacional é uma das explicações para seu sucesso no âmbito empresarial. Essas técnicas são instrumentalizadas na prática por meio de modelos que possuem

a capacidade de traduzir, de forma clara, objetiva e estruturada, as situações problemáticas vivenciadas no dia a dia das organizações (LONGARAY, 2014).

2.2 PROCESSO DE DEFINIÇÃO E MODELAGEM DE PROBLEMAS

De acordo com Smith (1989), a definição do termo "problema" pressupõe a existência de uma diferença entre o modo como as coisas são e como deveriam ser. Nesse contexto, um problema pode ser um obstáculo a ser ultrapassado ou uma insatisfação com uma determinada situação, bem como, uma divergência entre o resultado planejado e realizado.

Para resolver um problema por meio da pesquisa operacional, geralmente são necessárias cinco etapas interdependentes e sequenciais. A primeira etapa consiste na determinação ou definição clara do problema. Em seguida, é necessário a elaboração de um modelo que represente o problema de forma matemática, levando em consideração as variáveis e restrições envolvidas. Uma vez criado o modelo, é necessário solucioná-lo, utilizando ferramentas como programação linear, simulação ou outras técnicas da pesquisa operacional. Após a obtenção da solução, o modelo precisa ser validado. Finalmente, a solução deve ser implementada na prática, levando em conta fatores como viabilidade econômica e operacionalidade (LONGARAY, 2014).

O processo de modelagem consiste em um conjunto de procedimentos adotados para construir um esquema que represente um determinado problema. Segundo Hillier e Lieberman (2010), a modelagem envolve a construção de um modelo matemático que representa a situação real de forma simplificada, mas suficiente para permitir a análise e solução do problema.

O modelo matemático pode ser representado por meio de equações algébricas, programação linear, redes, filas, dentre outros. De acordo com Ravindran et al. (2006), a escolha do modelo matemático adequado depende da natureza do problema, dos recursos disponíveis para sua resolução e das informações disponíveis para a construção do modelo.

Além disso, a modelagem envolve a definição das variáveis e parâmetros que irão compor o modelo matemático. Segundo Pindyck e Rubinfeld (2010), as variáveis são as grandezas que representam as quantidades desconhecidas do problema,

enquanto os parâmetros são as constantes que determinam a relação entre as variáveis.

Portanto, o processo de definição e modelagem de um problema na pesquisa operacional é um processo complexo e requer a utilização de métodos matemáticos e técnicas adequadas para a obtenção de resultados precisos e eficientes.

2.3 MODELO

Um modelo pode ser entendido como uma representação abstrata, matemática ou descritiva, de um conjunto de eventos físicos ou aspectos subjetivos que são considerados relevantes para um tomador de decisão em um contexto específico (LONGARAY, 2014).

Um modelo matemático é composto por variáveis, restrições e objetivos, sendo a estrutura lógica que expressa as relações matemáticas entre eles denominada de algoritmo. As variáveis podem ser controláveis ou não controláveis, onde as controláveis são as que o decisor pode atuar sobre para atingir seus objetivos, enquanto as não controláveis afetam os resultados da decisão, mas não podem ser controladas diretamente (LONGARAY, 2014).

O objetivo do modelo é uma função matemática que indica o que se pretende alcançar com a decisão, enquanto as restrições expressam as limitações existentes no cenário do processo decisório. Um critério é uma função matemática que mede o desempenho de uma possível ação. Na pesquisa operacional, os modelos são geralmente classificados em dois grupos: modelos de simulação e modelos de otimização (PINTO, 2022).

2.3.1 MODELO DE SIMULAÇÃO

A simulação é uma técnica da pesquisa operacional que vem ganhando cada vez mais destaque na tomada de decisões em diversos setores, permitindo testar e avaliar diferentes cenários em ambientes controlados. Segundo Law e Kelton (2000), a simulação é uma ferramenta valiosa que auxilia na análise de sistemas complexos,

permitindo simular eventos futuros com base em dados históricos. Já Banks et al. (2005) destacam que a simulação pode ser aplicada em diversas áreas, como na indústria, na logística e no planejamento de operações.

De acordo com Yingling (1992), um sistema é composto por um conjunto de componentes que interagem entre si para atingir um objetivo específico. Na mineração, um exemplo pode ser o sistema de entrega de massa mensal de minério ao britador. Para medir a eficiência do sistema, são calculados indicadores de performance que avaliam a capacidade de cada componente em cumprir sua função dentro do processo. Assim, a utilização de indicadores de performance se torna fundamental para garantir a eficiência e a melhoria contínua dos sistemas em operação.

Os modelos de simulação oferecem uma representação do mundo real a fim de permitir a criação e análise de alternativas, antes da implantação. Sendo assim, a simulação permite a flexibilização e um certo grau de liberdade considerável na implantação e escolha da ação mais coerente para uma determinada situação (CARVALHO, 2003).

Além disso, a simulação permite identificar possíveis empecilhos em processos produtivos, tornando possível avaliar o impacto de diferentes decisões e soluções. Segundo Pidd (1998), a simulação pode ser utilizada para modelar sistemas em situações de incerteza, permitindo identificar as melhores opções em cenários complexos.

Por fim, a realização de um modelo de simulação permite a avaliação de diferentes cenários e facilita a tomada de decisões com base em dados e informações precisas. Sendo assim, a utilização da simulação pode resultar em ganhos significativos de eficiência em diversos meios de produção.

2.3.2 MODELO MATEMATICO DE OTIMIZAÇÃO

Um modelo de otimização é um esquema lógico que representa de forma organizada um determinado problema, buscando obter uma solução única e ideal. O objetivo principal do modelo de otimização é encontrar a solução ótima entre todas as possíveis soluções (LONGARAY, 2014).

Um modelo de otimização é constituído por uma estrutura básica composta por uma função objetivo e um conjunto de restrições. A função objetivo é a parte do modelo que reflete o objetivo a ser alcançado pela tomada de decisão, podendo ser expressa tanto em termos de maximização, quando se busca aumentar algo, quanto em termos de minimização, quando se busca reduzir alguma variável. As restrições são formadas pela relação matemática do que se pretende quantificar (variáveis problemas) com o que as limita. Sendo assim, representam as limitações ou condições que devem ser respeitadas na tomada de decisão (LONGARAY, 2014).

Existem vários tipos de modelos matemáticos de otimização utilizados na pesquisa operacional. Segundo Winston (2013), esses modelos podem ser classificados em três categorias principais: modelos de programação linear, modelos de programação não-linear e modelos de programação inteira.

Os modelos de programação linear são amplamente utilizados na pesquisa operacional, sendo aplicáveis em diversos problemas de otimização. Segundo Bertsimas e Tsitsiklis (1997), esses modelos têm como objetivo maximizar ou minimizar uma função linear sujeita a um conjunto de restrições lineares. São exemplos de problemas de programação linear o problema de transporte, de alocação de recursos, de mistura, de produção e entre outros.

Os modelos de programação não-linear, como o próprio nome sugere, envolvem funções não-lineares. Segundo Nocedal e Wright (2006), esses modelos podem ser utilizados em problemas que não podem ser resolvidos com modelos lineares, como o problema de otimização de redes neurais, o problema de otimização de sistemas dinâmicos, entre outros.

Por fim, os modelos de programação inteira são aqueles em que as variáveis são restritas a assumir apenas valores inteiros. Segundo Wolsey (1998), esses modelos são amplamente utilizados em problemas de decisão que envolvem a escolha de um conjunto de itens ou atividades, como o problema da mochila, o problema de escalonamento de tarefas, entre outros. Assim sendo, a escolha do tipo de modelo matemático de otimização depende das características do problema a ser resolvido e das restrições envolvidas. Cada tipo de modelo tem suas próprias vantagens e limitações.

2.4 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR (PPL)

A programação linear é uma técnica de otimização muito utilizada na pesquisa operacional, uma vez que sua estrutura algébrica se aproxima da forma geral da matemática. Além disso, a linearidade é um aspecto que favorece os usuários de modelos de programação linear, pois muitas pessoas têm o hábito de pensar em seus problemas de forma linear (NOCEDAL E WRIGHT, 2006).

A sua aplicação busca encontrar a melhor solução para problemas que possuem modelos representados por expressões lineares. A simplicidade dessa técnica aliada à sua alta aplicabilidade a torna uma das principais ferramentas de otimização (SHAMBLIN E STEVENS JR., 1989).

De acordo com Bertsimas e Tsitsiklis (1997), a programação linear é um modelo matemático que tem como objetivo maximizar ou minimizar uma função linear sujeita a um conjunto de restrições lineares. A solução desses modelos é realizada através de algoritmos que exploram as propriedades da função objetivo e das restrições para encontrar a solução ótima.

Os modelos de programação linear são amplamente utilizados em problemas de otimização, sendo aplicáveis em diversos contextos, como em problemas de transporte, alocação de recursos, produção, *blend* de minérios entre outros. Segundo Winston (2013), esses modelos podem ser representados matematicamente na forma de um sistema de equações lineares, e a solução ótima é obtida através de métodos de otimização, como o método simplex.

O método simplex é uma técnica de otimização muito utilizada na resolução de problemas de programação linear. Foi desenvolvido por George Dantzig, em 1947, e desde então tem sido amplamente utilizado em aplicações práticas. O método simplex tem como objetivo encontrar a solução ótima de um problema de programação linear, isto é, a combinação de valores das variáveis de decisão que minimiza ou maximiza a função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições lineares (ALVES, 2007).

O método simplex funciona através de um processo iterativo de melhoria da solução. Ou seja, caso exista uma melhoria, a solução é atualizada e o processo se repete até que se chegue à solução ótima. No entanto, o modelo apresenta algumas

limitações, como a dificuldade de tratamento de problemas com muitas variáveis e restrições e a necessidade de encontrar uma solução inicial factível (DANTZIG, 1953).

Dessa forma, as fórmulas matemáticas utilizadas na programação linear são compostas por uma função objetivo e um conjunto de restrições que limitam as variáveis do problema. Um exemplo prático do uso da programação linear é o problema de *blendagem* ou mistura de minérios. As restrições, por sua vez, são os limites impostos aos valores das variáveis do problema. No contexto da mistura de minérios, as restrições podem ser representadas pelos percentuais mínimos e máximos de cada insumo que compõe uma pilha (LONGARAY, 2014).

A equação 2.1 demonstra a função objetivo do problema de *blendagem* de minérios.

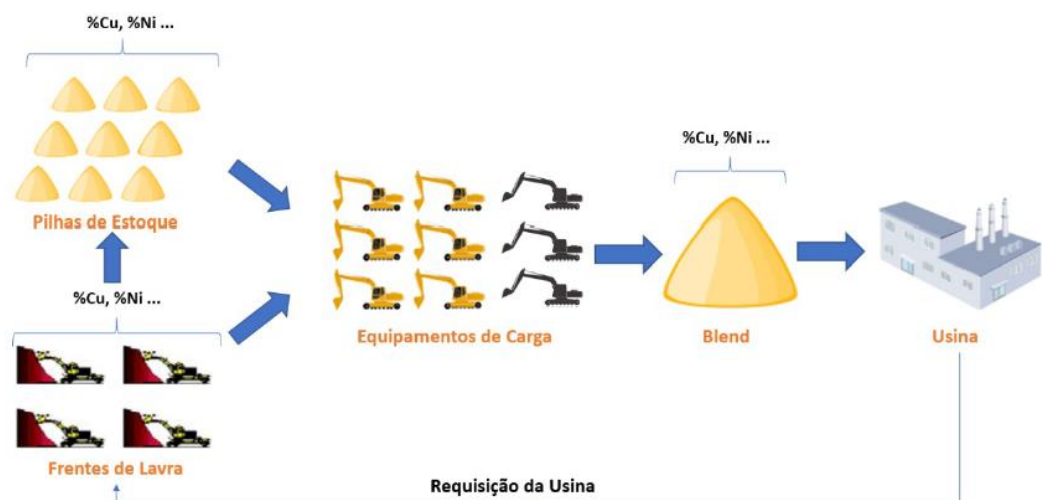
$$\text{Minimizar} = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots C_nX_n \quad (2.1)$$

2.5 PROBLEMA DE *BLEND* DE MINÉRIO

O processo de produção de um bem mineral em uma mina envolve diversas etapas, desde a retirada do minério das frentes de lavra até o beneficiamento mineral. Inicialmente, o minério é desmontado (mecanicamente ou a partir do uso de explosivos), e então carregado e transportado até a etapa de britagem, onde ocorre a primeira etapa de redução granulométrica. Em seguida, esse material passa por um processo de homogeneização, para então ser retomado e encaminhado para a usina onde será realizado o beneficiamento mineral (SILVA et al., 2019).

A *blendagem* de minérios refere-se ao processo de combinação de minérios provenientes de diferentes fontes que, conseqüentemente, apresentam características distintas. Isto é feito com o objetivo de obter uma composição adequada às etapas subsequentes da produção do bem mineral. A Figura 1, apresenta interface entre extração do minério na mina, formação da pilha e usina.

Figura 1-Interface entre frentes de lavra, pilhas e usina.



Fonte: Coutinho, 2022.

A homogeneização e a *blendagem* de minérios são processos distintos. De acordo com Pereira e Amarante (2015), a homogeneização tem como objetivo tornar o material mais uniforme em termos de características físicas e químicas, a fim de garantir a eficiência dos processos posteriores. Já a *blendagem* tem como objetivo combinar diferentes tipos de minérios em proporções adequadas para atender a

especificações de qualidade e quantidade, minimizando custos e otimizando o processo produtivo.

O Problema da Mistura, ou *Blend*, de Minério é um desafio recorrente nas mineradoras. Este problema envolve a determinação da qualidade do minério a partir de um conjunto de frentes de lavras, que precisam ser combinados de forma adequada para formar uma pilha de minério com características que atendam às exigências da usina (COUTINHO, 2022).

Dentro de uma mina existe vários minérios que possuem características diferentes, como, por exemplo, o teor de contaminante, o teor do elemento de interesse, a distribuição granulométrica, entre outros. Sendo assim, ao realizar o *blend* é necessário definir e atender às proporções escolhidas para suportar as metas de quantidade e qualidade requeridas pelo plano de produção anual. Caso as restrições não sejam atendidas, ocorre impacto direto na usina em relação à qualidade e volume produzidos (ALVES, 2007).

2.6 PESQUISA OPERACIONAL APLICADA À MINERAÇÃO

A pesquisa operacional (PO) tem sido amplamente aplicada em diversos setores, inclusive na mineração, com o principal intento de otimizar processos e aumentar a eficiência operacional. De acordo com Silva e Campos (2020), a utilização de técnicas de pesquisa operacional na mineração tem se mostrado eficaz na redução dos custos de produção, no aumento da produtividade e na melhoria da qualidade do produto.

Segundo Dorigo et al. (2015), a PO tem sido empregada com sucesso em várias áreas da indústria mineral. Nesse contexto, essa técnica tem sido amplamente aplicada para otimizar o *blend* de minérios, devido ao fato de que, a escolha do volume de material que deve ser retirada de cada frente de operação dentro de uma mina causa impacto direto na etapa de beneficiamento mineral. Assim sendo, caso a pilha formada não esteja dentro dos parâmetros estabelecidos pela usina, aumenta-se os consumos de insumos, como por exemplo, depressor e coletor gerando a redução da produtividade (ALVES, 2007).

Além disso, a PO tem sido aplicada em diversas etapas do processo de beneficiamento de minérios, como por exemplo, na separação magnética, na flotação e no espessamento (Silva et al., 2017). Sendo assim, a otimização de etapas do tratamento de minérios pode contribuir significativamente para a eficiência do processo produtivo e para a redução de custos operacionais.

Outra área em que a PO é aplicada com sucesso é na gestão da cadeia de suprimentos mineral, visando minimizar custos e maximizar a eficiência na distribuição de insumos e logística de transporte, bem como na gestão de resíduos. De acordo com Almeida et al. (2019), a utilização de técnicas de otimização na gestão de resíduos pode resultar em redução expressiva dos custos de disposição e tratamento desses materiais, além de contribuir para a preservação do meio ambiente.

Um papel fundamental desempenhado pela PO na mineração é a alocação eficiente de equipamentos. Através da criação de planos de alocação otimizados, considerando variáveis como capacidade dos equipamentos, tempos de ciclo, distâncias percorridas, restrições de tempo e prioridades operacionais, é possível melhorar consideravelmente o desempenho operacional (Martins, 2013). De forma geral, a pesquisa operacional tem se mostrado uma ferramenta fundamental para a otimização dos processos na mineração.

2.7 SOLVER

O Solver é uma ferramenta integrada ao Microsoft Excel capaz de resolver problemas de otimização, bem como, permite obter soluções ótimas ou próximas à ótima para uma variedade de situações. Sendo assim, utiliza algoritmos avançados para realizar cálculos complexos e encontrar a melhor combinação de variáveis que atendam aos critérios e restrições estabelecidos. A Figura 2, ilustra a interface do software solver (*Support Microsoft*, 2023).

Amplamente utilizado em diversos campos, como por exemplo, finanças, logística, engenharia, produção etc. essa ferramenta auxilia os profissionais a tomar decisões e a obter resultados otimizados. Além disso, apresenta interface intuitiva e amigável, que permite aos usuários definir os parâmetros do problema, como por

exemplo, as células que representam as variáveis de decisão, a célula objetivo e as células das restrições (VOITTO, 2023).

Figura 2- Interface do suplemento solver.

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: ☒ Máx. ☐ Mín. ☐ Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- \$C\$11 <= \$E\$15
- \$C\$11 >= \$E\$14
- \$B\$19:\$B\$23 <= 0
- \$D\$11 <= \$F\$15
- \$D\$11 >= \$F\$14
- \$F\$11 >= \$H\$14
- \$J\$11 = \$B\$13
- \$F\$11 <= \$H\$15
- \$E\$11 <= \$G\$15
- \$E\$11 >= \$G\$14
- \$B\$14:\$B\$18 >= 0
- \$E\$11 >= \$G\$14

☒ Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Fechar

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

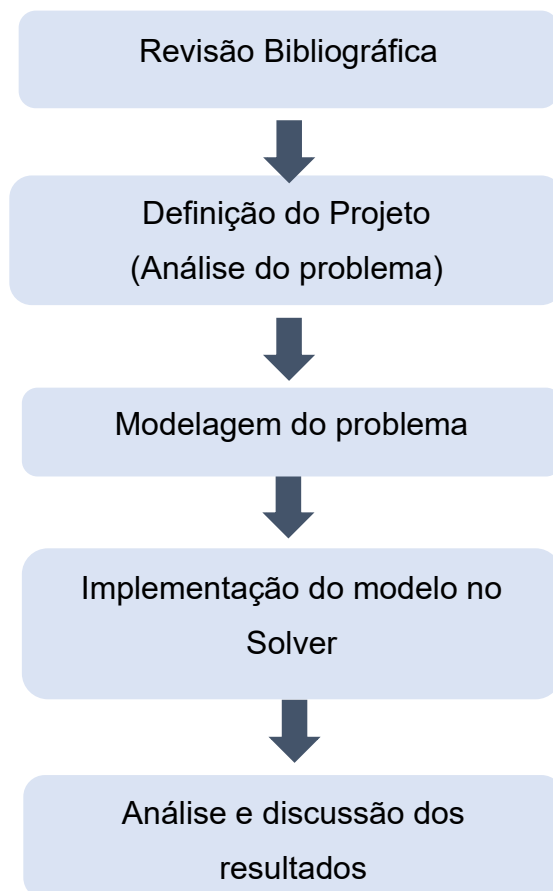
3 METODOLOGIA

O estudo em questão é baseado em uma modelagem matemática, o que lhe confere um caráter predominantemente quantitativo. Ou seja, consiste em uma abordagem metodológica que envolve a coleta, análise e interpretação de dados numéricos. Sendo assim, o foco é dado nos aspectos mensuráveis e quantificáveis do fenômeno estudado, com o objetivo de obter resultados precisos e objetivos.

O primeiro passo necessário para o desenvolvimento da pesquisa foi a realização de uma revisão bibliográfica, a fim de obter um conhecimento sólido sobre o tema. Com base nessa etapa, o próximo passo foi a identificação do problema específico que se pretende otimizar. Sendo assim, o foco foi na solução de problemas de *blend* de minérios utilizando programação linear com base no método Simplex, e implementado através do Suplemento Solver.

Para a elaboração deste projeto, foram adotadas as seguintes etapas conforme ilustradas na Figura 3.

Figura 3 - Fluxograma da Pesquisa.



Fonte: Elaboração Própria.

O presente estudo se concentra na extração de minério de uma mina, com o objetivo de criar pilhas de minério que serão retomadas e encaminhadas para a usina de beneficiamento. Especificamente, considerou-se uma mina de fosfato a céu aberto, na qual as variáveis de controle utilizadas foram os teores de P_2O_5 , Fe_2O_3 , MgO , relação CaO/P_2O_5 e característica do minério (Resistência). Portanto, a Tabela 1 exibe os teores encontrados em cada local que poderá servir de fonte do minério a ser *blendado*, os quais são típicos de uma mina de fosfato.

Tabela 1- Valores dos Teores Utilizados.

	Frente 1	Frente 2	Frente 3	Estoque
P_2O_5	10,71	11,02	10,99	10,57
Fe_2O_3	36	25,7	30,42	30,87
MgO	3,51	6	3,15	3,23
CaO/P_2O_5	1,33	1,38	1,90	1,41
Resistência	16,62	14,06	14,28	28,00

Para ilustrar a aplicabilidade da metodologia e a funcionalidade do Software, foram criadas situações com características específicas, apresentados nos cenários I, II, III e IV. Sendo assim, as restrições de não negatividade foram aplicadas em todos os cenários a fim de evitar a criação de massas negativas, visto que não seria coerente. Portanto, essas variáveis devem assumir valores maiores ou iguais a zero.

Além disso, a tabela 2 exibe os parâmetros de limite máximo e mínimo dos teores estimados pela usina de beneficiamento de fosfato e aplicado a todos os cenários simulados. Esses parâmetros devem ser rigorosamente seguidos na programação dos *Blends* de minério. Sendo assim, é de extrema importância que os teores permaneçam dentro desses parâmetros, a fim de assegurar a produção esperada e a continuidade operacional da usina. Outro parâmetro determinado e utilizado em todos os cenários foi a massa total da pilha de 125.262 toneladas, para fins de composição do modelo.

Tabela 2 - Valores dos Parâmetros Utilizados.

	Limite Mínimo (%)	Limite Máximo (%)
P₂O₅	8	15
Fe₂O₃	26	35
MgO	2	5
CaO/P₂O₅	1,35	1,8
Resistência	10	25

Para o cenário I, foram utilizados três frentes e o estoque para a geração do *blend* de minério, a função objetivo é a maximização do teor de P₂O₅. A Tabela 3 demonstra as restrições em relação a quantidade máxima e mínima disponíveis de cada frente que pode ser retomado no momento. De maneira geral, esse cenário apresenta a vantagem de utilizar o estoque e frentes com teores com características diferentes o que permite uma simulação mais próxima da realidade diária dentro das mineradoras.

Tabela 3 - Restrições para o Cenário I.

Frente 1 – 1500 (t) ≤ Q ≤ 60.000 (t)
Frente 2 – 2000 (t) ≤ Q ≤ 40.000 (t)
Frente 3 – 3000 (t) ≤ Q ≤ 70.000(t)
Estoque – 1200(t) ≤ Q ≤ 50.000(t)

No cenário II, a função objetivo consiste em maximizar a massa do estoque. A Tabela 4 apresenta as restrições relacionadas à qualidade de massa máxima e mínima de cada frente. Esse cenário é mais adequado para épocas de chuva, pois durante o período chuvoso a circulação de caminhões nas frentes de lavra é limitada devido ao risco alto de acidente, resultando em menor extração de minério na mina.

Tabela 4 - Restrições para o Cenário II.

Frente 1 – 0 ≤ Q ≤ 60.000(t)
Frente 2 – 0 ≤ Q ≤ 130.000(t)
Frente 3 – 0 ≤ Q ≤ 70.000(t)
Estoque – 0 ≤ Q ≤ 150.000(t)

No cenário III, a função objetivo consistiu em maximizar a massa retomada das frentes com menor teor de P_2O_5 . A Tabela 5 apresenta as restrições de quantidade de massa máxima e mínima disponíveis em cada frente. Essa abordagem é de extrema importância, uma vez que possibilita o aproveitamento do minério de baixa qualidade.

Tabela 5 - Restrições para o Cenário III.

Frente 1	$3000(t) \leq Q \leq 60.000(t)$
Frente 2	$1700(t) \leq Q \leq 20.000(t)$
Frente 3	$1500(t) \leq Q \leq 40.000(t)$
Estoque	$1200(t) \leq Q \leq 150.000(t)$

No cenário IV, a função objetivo consistiu em maximizar a massa retomada das frentes com maior teor de P_2O_5 . A Tabela 6 apresenta as restrições relacionadas à qualidade, massa máxima e mínima disponível das frentes utilizadas. Essa abordagem destaca uma estratégia de lavra seletiva, onde prioriza-se a extração do minério com maior concentração de P_2O_5 .

Tabela 6 - Restrições para o Cenário IV.

Frente 1	$0 \leq Q \leq 60.000(t)$
Frente 2	$0 \leq Q \leq 130.000(t)$
Frente 3	$0 \leq Q \leq 70.000(t)$
Estoque	$0 \leq Q \leq 150.000(t)$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, será analisado e discutido os resultados encontrados para cada cenário mencionado na metodologia. É importante destacar que este trabalho pode ser aplicado a diversos cenários, ou seja, esse modelo de otimização pode encontrar infinitas soluções para diferentes situações. No entanto, foram selecionadas as principais circunstâncias existentes nas empresas.

4.1 CENARIO I

No cenário I, o *blend* entre as três frentes e o estoque com a maximização da massa de P_2O_5 gerou uma pilha com os teores dentro dos limites estabelecidos, conforme, mostrado na tabela 7

Tabela 7 - Composição final Cenário I.

	Limite Mínimo (%)	Limite Máximo (%)	Composição Final (%)
P₂O₅	8	15	11
Fe₂O₃	26	35	29,5
MgO	2	5	4,1
CaO/P₂O₅	1,35	1,8	1,7
Resistência	10	25	14,60

A tabela 8, ilustra as quantidades (em toneladas) que devem ser retiradas de cada frente para a formação da pilha. O resultado obtido atende o teor e a produção requerida pela usina, além de retirar material de todas as frentes disponíveis.

Tabela 8 - Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.

-	Frente 1	Frente 2	Frente 3	Estoque	Total (t)
Massa(t)	14.062	40.000	70.000	1.200	125.262

Observa-se que a maior quantidade de massa foi retirada das frentes 2 e 3, uma vez que essas frentes apresentam os maiores teores de P_2O_5 , com valores de 11,02% e 10,99%, respectivamente, bem como, retirou a quantidade máxima de

massa disponível nessas frentes. Além disso, uma quantidade maior de massa foi retirada da frente 1, pois ela possui um teor de P_2O_5 mais elevado em comparação ao estoque. No entanto, o teor de Fe_2O_3 de 36% está acima do limite máximo estabelecido.

Assim, a menor quantidade de massa utilizada foi a do estoque, uma vez que apresenta um menor teor de P_2O_5 . Vale ressaltar que esse material é caracterizado por ser mais duro, uma vez que excede o valor limite superior de dureza.

Portanto, esse cenário representa um esquema ideal, pois reflete a realidade na formação de pilhas nas empresas. Nesse esquema, é possível alocar uma maior quantidade de massa das frentes com minério mais rico e uma menor quantidade de massa das frentes com minério mais pobre sem que ocorra variação da continuidade operacional da usina. Sendo assim, ao utilizar essa estratégia permite a utilização de minérios mais pobres e possibilita o aumento da vida útil da mina, garantindo a exploração mais eficiente dos recursos disponíveis.

4.2 CENARIO II

No cenário II, utilizou-se como função objetivo a maximização da massa de estoque. A tabela 9, representa os teores da composição final do *blend* entre as frentes. Portanto, observa-se que o parâmetro de dureza da composição final encontra-se em linha com o limite máximo desejado.

Tabela 9 - Composição final do Cenário II

	Limite Mínimo (%)	Limite Máximo (%)	Composição Final (%)
P_2O_5	8	15	10,7
Fe_2O_3	26	35	29,8
MgO	2	5	3,8
CaO/P_2O_5	1,35	1,8	1,4
Resistência	10	25	25

O resultado obtido para ambas as frentes utilizadas corresponde às quantidades mássicas em toneladas que deve ser retirado de cada região da mina, a fim de atender o teor e a produção requerida pela usina. A tabela 10, ilustra as

quantidades (em toneladas) que devem ser retiradas de cada frente para a formação da pilha.

Tabela 10-Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.

-	Frente 1	Frente 2	Frente 3	Estoque	Total (t)
Massa(t)	0	26.957	0	98.305	125.262

Observa-se que uma grande quantidade de massa foi retirada do estoque, uma vez que foi solicitado para o software otimizar essa área. No entanto, essa região apresenta um teor menor de P_2O_5 . Além disso, o modelo indica a retirada de massa da frente 2 para atender as especificações de dureza do minério, mas essa frente apresenta um teor de MgO acima dos limites, porém quando combinado com o estoque, fica dentro do parâmetro desejado, como mencionado anteriormente. É importante ressaltar que teores elevados de MgO interferem na etapa de concentração, porque provoca a geração de espuma excessiva nos bancos de flotação e aumenta o consumo de reagentes.

Portanto, esse cenário representa um esquema utilizado em épocas de chuvas, no qual, existe uma limitação de acesso e movimentação de minério na mina. Sendo assim, a equipe de planejamento de curto prazo pode trabalhar com minérios de menor teor, desde que estejam dentro dos limites especificados, a fim de que a usina continue operando normalmente mesmo com chuva.

4.3 CENARIO III

No cenário III, a função objetivo foi maximizar a massa da frente com menor teor de P_2O_5 , ou seja, a Frente 1. A tabela 11, representa os teores da composição final do *blend* entre as frentes. Nota-se que todos os parâmetros desejados foram atendidos.

Tabela 11-Composição Final Cenário III.

	Limite Mínimo (%)	Limite Máximo (%)	Composição Final (%)
P2O5	8	15	10,8
Fe2O3	26	35	33,1
MgO	2	5	3,4
CaO/P2O5	1,35	1,8	1,5
Resistência	10	25	18

A tabela 12, ilustra as quantidades (em toneladas) que devem ser retidas de cada frente para a formação da pilha.

Tabela 12-Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.

-	Frente 1	Frente 2	Frente 3	Estoque	Total (t)
Massa(t)	60.000	1.700	40.000	23.562	125.262

Ao analisar os resultados, fica evidente que a maior quantidade de massa a ser retirada é da frente 1, alcançando sua disponibilidade máxima. Além disso, é necessário retirar a quantidade máxima disponível da frente 3, que apresenta o segundo teor mais elevado entre as frentes, porém, essa frente apresenta a relação CaO/P₂O₅ mais alta. Esta relação é crucial, pois indica a presença de minerais carbonatados (calcita e dolomita) no minério, o que impacta na flotação, pois são considerados contaminantes no concentrado. Sendo assim, o coletor não consegue distinguir adequadamente a apatita (Ca₅(PO₄)₃(F, Cl, OH) dos carbonatos (CaCO₃, CaMg(CO₂)₃) devido a presença do elemento químico cálcio na composição química de ambos os minerais.

Além disso, na formação do *blend*, foi utilizada a quantidade mínima disponível da frente 2 para atender às especificações necessárias. Sendo assim, a estratégia adotada pelas mineradoras tem o objetivo de aproveitar frentes com teores mais baixos, permitindo a liberação de áreas com teores mais elevados que possivelmente estejam localizadas abaixo dessa camada com teor inferior. Dessa forma, ao utilizar essa tática, é possível aproveitar minérios de menor qualidade, o que aumenta a vida útil da mina e permite a liberação de áreas para futuras explorações.

4.4 CENÁRIO IV

No cenário IV, observa-se que a função objetivo foi a maximização do teor de P_2O_5 , sem que houvesse a restrição de ter que alimentar a pilha com material proveniente de todas as frentes disponíveis. A tabela 13, representa os teores da composição final do *blend* entre as frentes. Nota-se que o parâmetro de teor de MgO está em linha com o limite superior desejado.

Tabela 13-Composição final Cenário IV.

	Limite Mínimo (%)	Limite Máximo (%)	Composição Final (%)
P2O5	8	15	11
Fe2O3	26	35	27,4
MgO	2	5	5
CaO/P2O5	1,35	1,8	1,6
Resistência	10	25	14,1

A tabela 14, ilustra as quantidades mássicas em toneladas que devem ser retidas de cada região da mina para a formação da pilha.

Tabela 14- Quantidade que deve ser utilizada de cada frente.

-	Frente 1	Frente 2	Frente 3	Estoque	Total (t)
Massa(t)	0	81.310	43.952	0	125.262

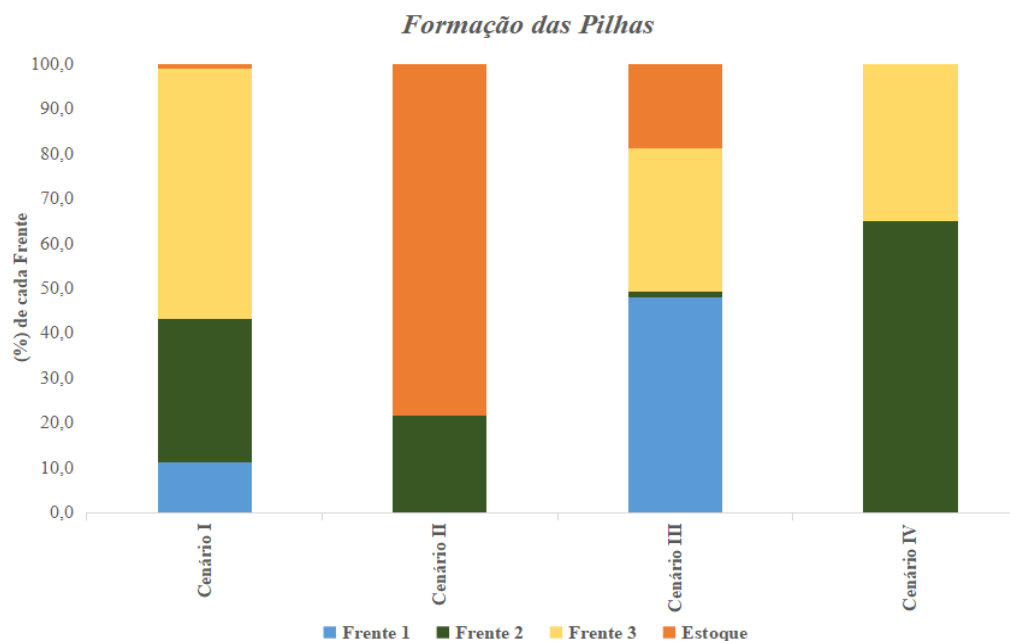
Observa-se que, para a formação da pilha, a massa foi retirada exclusivamente das frentes 2 e 3, que apresentam teores elevados de P_2O_5 , sendo 11,02% e 10,99%, respectivamente. Essa abordagem evidencia uma estratégia de lavra seletiva que consiste em um método de extração de áreas que apresentam maiores teores de mineral-minério, que apresenta valor econômico, deixando as demais áreas para serem utilizadas posteriormente.

Embora a lavra seletiva possa trazer benefícios imediatos ao aproveitar as áreas com minérios mais ricos, ocasiona a diminuição da quantidade de minério disponível para extração no longo prazo. Sendo assim, é importante ressaltar que

essa estratégia reduz drasticamente a vida útil da mina, quando aplicada de forma indiscriminada. Entretanto, em momentos específicos em que há necessidade de atender metas de produção urgentes, esse cenário pode ser selecionado, desde que seja em curto prazo.

Por fim, a Figura 4 representa a proporção de cada frente na composição final do *blend*, para cada cenário avaliado. Observa-se que a frente 2, que possui o maior teor, está presente em todos os cenários, embora em proporções distintas.

Figura 4- *Proporção das frentes utilizadas.*



Fonte: *Elaboração Própria.*

A programação linear baseia-se na resolução de problemas por sistemas lineares. Ou seja, um conjunto de equações geradas a partir de um problema com mais de uma variável. Sendo assim, os problemas de *blend* de minérios são operações que adotam diversas variáveis e múltiplas restrições simultaneamente. Portanto, a pesquisa operacional demonstrou ser útil na resolução de todos os cenários propostos, bem como, pode ser adaptada para diversas outras situações de acordo com as necessidades específicas de cada mina e usina.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo principal a aplicação da programação linear, utilizando o método simplex, para otimizar o processo de *blend* de minério a partir de uma simulação de valores típicos encontrados em uma mina de fosfato. Para tanto, foi utilizado o software solver para solucionar os cenários elaborados. Nesse contexto, a extensão existente nas planilhas eletrônicas do Excel demonstrou-se eficiente e de fácil uso por parte dos usuários que já estão familiarizados.

Os resultados apresentados foram gerados por meio da criação de quatro cenários, ressaltando que esse modelo de otimização pode ser aplicado a diversas situações, o que significa que pode ser aplicado na solução de diferentes problemas. Portanto, foi possível obter a composição final das pilhas em cada situação, em relação aos teores estabelecidos, bem como a dureza do minério. O modelo retornou valores satisfatórios em todos os cenários apresentados, indicando sua eficácia na busca pela melhor combinação de minérios para atender às especificações desejadas.

Dessa forma, a aplicação da pesquisa operacional contribui para a tomada de decisões mais embasadas e eficientes, bem como, possibilita uma gestão estratégica e promove a melhoria contínua na eficiência operacional.

6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C. B. et al. **Aplicação de técnicas de otimização na gestão de resíduos em uma mina de ferro.** In: Anais do Congresso Brasileiro de Mineração, 2019.

ALVES, J. M. C. B. (2007). **Um sistema para o planejamento de produção e vendas de uma empresa mineradora** [Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Ouro Preto]. Biblioteca Digital UFOP. <http://www.bibliotecadigital.ufop.br/handle/123456789/1078>

BANKS, J.; CARSON, J. S.; NELSON, B. L.; NICOL, D. M. **Discrete-Event System Simulation.** Prentice Hall, 2005.

BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. Introduction to Linear Optimization. Belmont, USA: Athena Scientific, 1997.

CARVALHO, Leonardo Jabour Lott. **Otimização de mistura de minérios para a composição de carga na produção de ferro liga: O caso da Companhia Paulista de Ferro Ligas.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2003.

Como Usar o SOLVER no Excel - Exemplo - Guia do Excel. **Disponível em:** www.guiadoexcel.com.br. **Acesso em:** 10 Junho 2023.

COUTINHO, N.S. **Um Modelo De Programação Linear Inteira Mista Para A Blendagem De Minério E Alocação De Equipamentos De Carga Em Uma Mina De Cobre.** Dissertação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022.

CHVATAL, V. **Linear programming.** New York: W. H. Freeman, 1983.

Definir e resolver um problema usando o Solver. **Disponível em:** support.microsoft.com. **Acesso em:** 10 Junho 2023.

DORIGO, L. P., et al. (2015). **Aplicação da pesquisa operacional em empresas do setor mineral: uma revisão sistemática da literatura**. Revista Escola de Minas, 68(4), 471-478.

DANTZIG, George B. **Maximization of a linear function subject to linear inequalities**. In: KUHN, Harold W.; TUCKER, Albert W. (Eds.). Contributions to the theory of games. Vol. 2. Annals of Mathematics Studies, no. 28. Princeton University Press, 1953. p. 147-151.

ELHEDHLI, S. **Introduction to optimization using Lingo**. Lingo software, Inc, 2005.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

LABONE. **Pesquisa Operacional: Saiba o que é e como usar**. Disponível em: <https://laboneconsultoria.com.br/pesquisa-operacional/>. Acesso em: 02 Maio 2023.

LAW, A. M.; KELTON, W. D. **Simulation Modeling and Analysis**. McGraw-Hill, 2000.

LONGARAY, Andre Andrade. **Introdução à pesquisa operacional**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

NOCEDAL, J., & WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. Springer Science & Business Media, 2006.

MARTINS, A. G. (2013). **Simulação das operações de lavra da mina de Brucutu utilizando um modelo de programação linear para alocar os equipamentos de carregamento**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

O que é Solver? **Aprenda como usar essa função do Excel**. Disponível em: voitto.com.br. Acesso em: 10 Junho 2023.

PEREIRA, A. S.; AMARANTE, A. C. Homogeneização de pilhas de minério para processamento: uma revisão bibliográfica. REM - International Engineering Journal, v. 68, n. 2, p. 267-273, 2015.

PIDD, M. **Tools for Thinking: Modelling in Management Science**. Wiley, 1998.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Microeconomia**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PINTO, L.R. **Curso de Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração**. DEMIN-UFOP, Setembro, 2002.

RAVINDRAN, A.; PHILIP, R. N.; SOLBERG, J. S. **Operations research. Principles and practice**. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

SILVA, A. S.; CAMPOS, M. P. **Pesquisa Operacional em mineração: uma revisão bibliográfica**. In: Anais do Congresso Brasileiro de Mineração, 2020.

SILVA, M. A., et al. (2017). **Otimização da blendagem de minérios de ferro em um processo produtivo**. REM: Revista Escola de Minas, 70(4), 513-518.

SILVA, F. B., Oliveira, L. C., & AMARAL, W. A. (2019). **Caracterização do processo de beneficiamento mineral em uma mineradora de médio porte**. Revista de Mineração, 2(1), 35-41. Adaptado.

SHAMBLIN, J. L., & STEVENS Jr., K. E. (1989). **Linear programming**. In **Operations research: principles and applications** (pp. 153-180). John Wiley & Sons.

SMITH, G. **Defining managerial problems: a framework for prescriptive theorizing**. Management Science, v.35, n.8, p.963-981, 1989.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. Pearson Universidades, 8ª edição, 2008.

Winston, W. L. (2013). **Investigação Operacional: Aplicações e Algoritmos**. Thomson Learning.

WOLSEY, L. A. **Integer programming**. New York: Wiley, 1998.

WINSTON, W. L. **Pesquisa Operacional: Aplicações e Algoritmos**. São Paulo, Brazil: Cengage Learning, 2013.

YINGLING, J. C. **Production and Operations Management**. 4. ed. Boston: Houghton Mifflin, 1992.

ZHU, W. et al. **A mathematical programming model for scheduling copper concentrate blending under uncertainty**. Minerals Engineering, v. 100, p. 191-202, 2017.