



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIDADE ARAXÁ
ENGENHARIA DE MINAS

HEITOR PEREIRA ALBUQUERQUE

ESTIMATIVA E CLASSIFICAÇÃO DE RECURSO MINERAL PARA
UM DEPÓSITO DE FERRO

ARAXÁ/MG

2021

HEITOR PEREIRA ALBUQUERQUE

**ESTIMATIVA E CLASSIFICAÇÃO DE RECURSO MINERAL PARA
UM DEPÓSITO DE FERRO**

Projeto de pesquisa apresentado ao Curso de Engenharia de Minas, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Me. Allan Erlichman Medeiros Santos

ARAXÁ/MG

2021

HEITOR PEREIRA ALBUQUERQUE

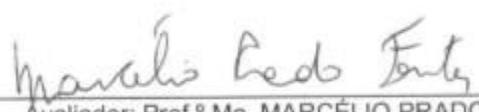
**ESTIMATIVA E CLASSIFICAÇÃO DE RECURSO MINERAL PARA UM
DEPÓSITO DE FERRO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

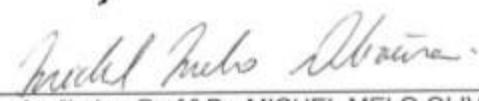
Data de Defesa: Araxá, 20 de abril de 2021.



Orientador: Prof.º Me. ALLAN ERLIKHMAN MEDEIROS SANTOS
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá



Avaliador: Prof.º Me. MARCÉLIO PRADO FONTES
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - Unidade Araxá



Avaliador: Prof.º Dr. MICHEL MELO OLIVEIRA
Departamento de Engenharia de Minas - Universidade Federal de Minas Gerais

RESUMO

A correta estimativa dos teores em um depósito mineral constitui etapa fundamental para o estudo de viabilidade no planejamento de mina. A partir da estimativa dos teores é possível quantificar os volumes de minério e estéril, quantidade de metal da reserva, além de projetar as possíveis receitas e investimentos necessários para concepção do projeto. Esse trabalho teve como objetivo realizar a estimativa dos teores para um depósito de ferro por meio de métodos geoestatísticos, especificamente a krigagem ordinária, quantificar a massa de ferro do modelo, quantificar a incerteza da estimativa e classificar os recursos. O banco de dados em uso se trata de um banco de dados composto por 240 sondagens com informações das coordenadas da boca do furo, profundidade dos furos e teor de Fe. A metodologia empregada neste trabalho foi em sequência a análise exploratória dos dados, análise de agrupamento preferencial das amostras para verificar necessidades de operações de desagrupamento, estudo da continuidade espacial (variografia), interpolação por krigagem ordinária seguida de suas respectivas validações, quantificação das massas do modelo, quantificação dos erros e das incertezas e classificação dos recursos. A escolha da krigagem ordinária como método de interpolação se deve ao fato de a técnica não pressupor uma média local, como o caso da krigagem simples, e também por ela obter como resultado a variância de krigagem, que foi utilizada para o cálculo do erro padrão das estimativas. A massa total de ferro contida no modelo estimado é de 2.12 bilhões de toneladas. O erro global da estimativa calculado foi $\pm 3.73\%$, foi observado que o erro padrão é maior quando o número de amostras utilizadas na estimativa é menor. A classificação do recurso obteve uma massa de ferro para o recurso medido de 1.83 bilhões de toneladas, para o recurso indicado de 229.79 milhões de toneladas, e para o recurso inferido de 55.24 milhões de toneladas.

Palavras-Chave: Estimativa de teores. Análise variográfica. Krigagem ordinária. Incertezas em estimativas. Classificação de recursos.

ABSTRACT

The correct estimation of the grades in a mineral deposit is a fundamental step for the viability study in a mine planning. From the estimate of the grades it is possible to quantify the volumes of ore and waste, tonnes of metal in the reserve, in addition to projecting the possible revenues and investments necessary for the project design. This work aimed to estimate the grade for an iron ore deposit using geostatistical methods, specifically ordinary kriging, to quantify the iron ore mass of the model, to quantify the uncertainty of the estimation and to classify resources. The database used was a database composed of 240 drillholes with information on the drillholes coordinates, hole depth and iron grade. The methodology used in this work was the exploratory data analysis, analysis of preferential cluster of samples to verify the needs of declustering operations, spatial continuity study (variography), interpolation by ordinary kriging followed by their respective validations, quantification of the tonnes of model, quantification of errors and uncertainties and classification of resources. The choice of ordinary kriging as an interpolation method is due to the fact that the technique does not assume a local average, as in the case of simple kriging, and also because it results in the kriging variance, which was used to calculate the standard error of the estimates. The total iron mass contained in the estimated model is 2.12 billion tons. The overall error of the calculated estimate was $\pm 3.73\%$, it was observed that the standard error is greater when the number of samples used in the estimate is smaller. The classification of the resource obtained a mass of iron for the measured resource of 1.83 billion tons, for the indicated resource of 229.79 million tons, and for the inferred resource of 55.24 million tons.

KEYWORDS: Grades estimation. Variographic analysis. Ordinary Kriging. Uncertainties in estimates. Classification of resources.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Informações geológicas representadas no modelo de blocos	16
Figura 2 - Exemplo de um histograma.	21
Figura 3 - Exemplo do polígono de influência de uma amostra.....	24
Figura 4 - Histograma de teores, (a) para blocos pequenos, (b) para blocos grandes.	26
Figura 5 - Parâmetros de um variograma.....	27
Figura 6 - Modelos de variogramas mais comuns.....	28
Figura 7 - Efeito pepita puro.....	29
Figura 8 - Tipos de anisotropia (a) geométrica, (b) zonal, (c) mista.	30
Figura 9 - Problema de estimativa de teor médio de um bloco a partir de valores próximos.....	31
Figura 10 - Fluxograma das etapas do trabalho.....	37
Figura 11 - Disposição dos furos de sondagem.	38
Figura 12 - Direções dos semivariogramas experimentais.....	41
Figura 13 - Mergulho dos semivariogramas na direção horizontal de maior continuidade.	41
Figura 14 - Stereonet com as possíveis direções de menor continuidade espacial. .	42
Figura 15 - Modelo de blocos elaborado para a estimativa.	43
Figura 16 - Histograma de frequências e probabilidade acumulada do teor de ferro.	47
Figura 17 - Disposição das amostras de alto teor.	48
Figura 18 - Disposição das amostras de baixo teor.	49
Figura 19 - <i>Grid</i> estimado pelo vizinho mais próximo.....	49
Figura 20 - QQ-plot das amostras originais e desagrupadas.	50
Figura 21 - Gráfico das médias desagrupadas por células móveis.....	51
Figura 22 - Variograma Omnidirecional.....	52
Figura 23 - Gráfico de radar dos alcances dos variogramas.....	52
Figura 24 - Variograma na direção 67.5° e mergulho 22.5°.	53
Figura 25 - Stereonet com as possíveis direções de menor continuidade espacial. .	53
Figura 26 - Ajuste do modelo ao variograma experimental.	54
Figura 27 - Elipsoide de busca.	55

Figura 28 - Modelo estimado com máximo de 12 amostras.....	56
Figura 29 - Modelo estimado com máximo de 24 amostras.....	57
Figura 30 - Histogramas das estimativas com 12 e 24 amostras.....	57
Figura 31 - Histogramas da soma dos pesos positivos da krigagem com 12 amostras (A), e com 24 amostras (B).	59
Figura 32 - Seção na direção Norte-Sul.....	60
Figura 33 - Seção na direção Leste-Oeste.....	60
Figura 34 - Seção na direção vertical.....	61
Figura 35 - Análise de deriva no eixo X.....	62
Figura 36 - Análise de deriva no eixo Y.....	63
Figura 37 - Análise de deriva no eixo Z.....	63
Figura 38 - Histograma dos erros estimado - real.....	64
Figura 39 - Gráfico do erro pelos valores estimados.....	65
Figura 40 - Gráfico de dispersão Real x Estimado.....	66
Figura 41 - Gráfico de Resíduos x Estimativa prevista.....	67
Figura 42 - Gráfico de tonelagem pelo teor.....	68
Figura 43 - Gráfico do erro padrão médio pelo número de amostras da estimativa.....	69
Figura 44 - Visualização do erro padrão do modelo.....	70
Figura 45 - Recurso medido.....	71
Figura 46 - Recurso indicado.....	71
Figura 47 - Recurso inferido.....	72
Figura 48 - Variograma omnidirecional.....	78
Figura 49 - Variograma azimute de 0° e mergulho de 0°.....	78
Figura 50 - Variograma azimute de 22.5° e mergulho de 0°.....	79
Figura 51 - Variograma azimute de 45° e mergulho de 0°.....	79
Figura 52 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 0°.....	80
Figura 53 - Variograma azimute de 90° e mergulho de 0°.....	80
Figura 54 - Variograma azimute de 112.5° e mergulho de 0°.....	81
Figura 55 - Variograma azimute de 135° e mergulho de 0°.....	81
Figura 56 - Variograma azimute de 157.5° e mergulho de 0°.....	82
Figura 57 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 22.5°.....	82
Figura 58 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 45°.....	83
Figura 59 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 67.5°.....	83

Figura 60 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 90°	84
Figura 61 - Variograma azimute de 166° e mergulho de 20°	84
Figura 62 - Variograma azimute de 178° e mergulho de 40°	85
Figura 63 - Variograma azimute de 200° e mergulho de 58°	85
Figura 64 - Variograma azimute de 247° e mergulho de 67°	86
Figura 65 - Seção 1 na direção X	87
Figura 66 - Seção 2 na direção X	87
Figura 67 - Seção 3 na direção X	88
Figura 68 - Seção 1 na direção Y	88
Figura 69 - Seção 2 na direção Y	89
Figura 70 - Seção 3 na direção Y	89
Figura 71 - Seção 1 na direção Z	90
Figura 72 - Seção 2 na direção Z	90
Figura 73 - Seção 3 na direção Z	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros de busca das estimativas.....	44
Tabela 2 - Intervalos de incerteza para classificação dos recursos.	46
Tabela 3 - Estatística descritiva dos dados.	47
Tabela 4 - Sumário das estruturas do variograma.	55
Tabela 5 - Estatística descritiva das estimativas de teor e dos dados amostrados...58	
Tabela 6 - Comparação estatística das amostras e do modelo estimado.	62
Tabela 7 - Dados da regressão linear.	65
Tabela 8 - Análise de variância.	66
Tabela 9 - Coeficientes do modelo.	66
Tabela 10 - Quantificação da reserva de ferro do modelo estimado.	67
Tabela 11 - Classificação dos recursos.....	70

LISTA DE SIGLAS

ANM	Agência Nacional de Mineração
CFEM	Compensação Financeira pela Exploração Mineral
JORC	Joint Ore Reserves Committee
CV	Coefficiente de Variação
IDW	Inverse distance weighting
IQD	Inverso do Quadrado da Distância
SGeMS	Stanford Geostatistical Modeling Software
GSLib	Geostatistical Software Library

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Modelo de blocos	16
2.2	Recursos e Reservas	17
2.3	Estatística descritiva dos dados amostrais	18
2.3.1	VARIÁVEL	19
2.3.2	MÉDIA	19
2.3.3	MEDIANA	19
2.3.4	VARIÂNCIA	20
2.3.5	DESVIO PADRÃO	20
2.3.6	COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	20
2.3.7	HISTOGRAMA	20
2.4	Métodos clássicos de estimativa de reservas	21
2.5	Princípios da geoestatística	22
2.5.1	VARIÁVEIS REGIONALIZADAS	23
2.5.2	AGRUPAMENTO PREFERENCIAL	23
2.5.2.1	<i>Desagrupamento poligonal</i>	24
2.5.2.2	<i>Desagrupamento por células</i>	25
2.5.3	EFEITO SUPORTE	25
2.6	Continuidade espacial - Variografia	26
2.6.1	PATAMAR	27
2.6.2	ALCANCE	27
2.6.3	EFEITO PEPITA	28
2.6.4	MODELOS DE VARIOGRAMAS	28
2.6.5	ANISOTROPIA	29
2.7	Krigagem	30
2.7.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA KRIGAGEM	31
2.7.2	PARÂMETROS DE KRIGAGEM	32
2.7.2.1	<i>Alcance de busca</i>	33
2.7.2.2	<i>Número de amostras</i>	33
2.7.2.3	<i>Número de setores angulares</i>	33

2.7.3 KRIGAGEM DE BLOCOS	34
2.7.4 VARIÂNCIA DE KRIGAGEM.....	34
2.7.5 PESOS NEGATIVOS NA KRIGAGEM.....	34
2.8 Validações da estimativa	35
2.8.1 ANÁLISE VISUAL (<i>Check visual</i>).....	35
2.8.2 ANÁLISE DE DERIVA.....	35
2.8.3 VALIDAÇÃO CRUZADA.....	35
3 Metodologia	37
3.1 Banco de dados	38
3.2 Estatística descritiva dos dados	39
3.3 Análise de agrupamento preferencial das amostras	39
3.4 Análise variográfica.....	40
3.5 Modelo de blocos	42
3.6 Estimativa dos teores.....	43
3.7 Validações do modelo	44
3.8 Quantificação e classificação dos recursos	45
4 ESTUDO DE CASO.....	47
4.1 Estatística descritiva dos dados	47
4.2 Análise de agrupamento preferencial.....	49
4.3 Análise de continuidade espacial	51
4.4 Estimativa de teor.....	56
4.5 Validação do modelo.....	59
4.5.1 VALIDAÇÃO VISUAL	59
4.5.2 COMPARAÇÃO DAS MÉDIAS.....	61
4.5.3 ANÁLISE DE DERIVA.....	62
4.5.4 VALIDAÇÃO CRUZADA.....	64
4.6 Quantificação e classificação dos recursos	67
5 CONCLUSÃO.....	73
REFERÊNCIAS.....	75
ANEXO A – VARIOGRAMAS EXPERIMENTAIS.....	78
ANEXO B – VALIDAÇÕES VISUAIS	87

1 INTRODUÇÃO

Os trabalhos que constituem a exploração mineral são a base para determinar o projeto de implantação e de operação de um empreendimento mineiro. Entre os trabalhos de exploração mineral, a estimativa de recursos minerais constitui etapa essencial para os estudos de viabilidade econômica e o planejamento estratégico. Uma correta avaliação e classificação de recursos e reservas é necessária para o desenvolvimento de atividades no planejamento de longo prazo, tais como determinação da cava final, determinação de zonas mineralizadas de interesse, sequenciamento de lavra, projeção de possíveis receitas e investimentos, e também para operação da usina de beneficiamento.

Os métodos geoestatísticos são comumente utilizados para a realização das estimativas de teores em depósitos minerais. De acordo com Journel (1986), a geoestatística é o ramo da estatística aplicada a análise e modelagem da variabilidade espacial em ciências naturais. Sua contribuição tem sido essencialmente na formulação de problemas complexos onde não é adequado o uso da estatística clássica. Os fenômenos de ocorrência natural como as mineralizações, poluição ou precipitação de chuva não devem ser tratados como variáveis aleatórias, já que sua variabilidade possui uma continuidade espacial. Assim para resolver esses problemas deve ser usado ferramentas que consideram essas variáveis como regionalizadas.

Durante o desenvolvimento de um projeto de mineração, existem incertezas e riscos que estão envolvidos no estudo do planejamento estratégico, relacionados as condições como o preço de mercado do bem mineral, custo de capital e operacionais e taxas de atratividade. Porém um dos principais fatores que impactam na indústria mineira é a incerteza associada ao modelo geológico, já que o seu produto possui uma variabilidade referente às características do corpo de minério. Qualquer estimativa de teores, que são baseadas em dados amostrais, estão sujeitas a um erro que influencia na quantificação e classificação das reservas.

Geralmente, a indústria de mineração é um empreendimento que necessita de um alto valor de investimento, então para que seja lucrativo, as informações quantitativas e

qualitativas do bem mineral a ser explorado devem ser corretamente apresentadas para que se justifique a decisão de investir. Desta forma, pequenas variações nos dados estimados podem causar grandes prejuízos financeiros. Portanto deve haver um grau de confiança aceitável da estimativa de teores realizada, sendo necessário quantificar essa incerteza associada para que as tomadas de decisões sejam mais seguras.

Para Souza (2007), o conjunto de cenários gerados com a determinação das reservas minerais, que são baseados em parâmetros técnicos e econômicos aplicados ao recurso mineral estimado, deve informar a presença de um nível de erro potencial. Porém, são raros os casos que esses limites de confiança são estabelecidos, e quando são, os fatores que causam incerteza nos teores são frequentemente desconsiderados.

Dentre os métodos existentes para quantificar a incerteza, nessa pesquisa foi decidido realizar o cálculo pela variância de krigagem. Essa escolha foi devido sua simplicidade e pelo fato da variância de krigagem já ser obtida como *output* da krigagem ordinária, apesar dos problemas apresentados por ela.

O banco de dados do presente trabalho é constituído por sondagens de um depósito de minério de ferro. Importante ressaltar aqui que utilizamos o banco de dados como um estudo de caso. O ferro é um dos principais bens minerais no cenário econômico brasileiro, de acordo com dados da Agência Nacional de Mineração (ANM), em 2019 o ferro foi a substância metálica que teve maior produção e maior valor agregado das exportações brasileira. Além disso, destaca-se que a substância apresenta maior participação da arrecadação da Compensação Financeira pela Exploração Mineral (CFEM).

Diante dos problemas apresentados na avaliação de recursos e reservas minerais, este trabalho tem o objetivo principal: realizar a estimativa e classificação de recursos para um depósito de ferro. A partir disto quantificar o erro relacionado ao método de estimativa.

Posto isso, este trabalho apresenta os seguintes objetivos específicos:

- Análise exploratória dos dados: análise estatística preliminar; validação do banco de dados; identificação de populações; verificação de agrupamento preferencial nos dados.
- Análise da continuidade espacial: variografia experimental; análise e interpretação; modelamento.
- Previsões: estimativa dos recursos por krigagem ordinária; mapeamento da variância de estimativa; mapeamento do número de amostras utilizadas na interpolação.
- Validação do modelo de previsão: validação visual (*check-visual*); análise de médias; análise de deriva; validação cruzada.
- Quantificação geral do modelo: quantificação dos teores e massas; construção de curva tonelagem x teor de corte.
- Classificação dos recursos.

Importante ressaltar que na etapa de previsões foram utilizadas diferentes estratégias de krigagem com objetivo de buscar a estratégia com melhor resultado nas validações.

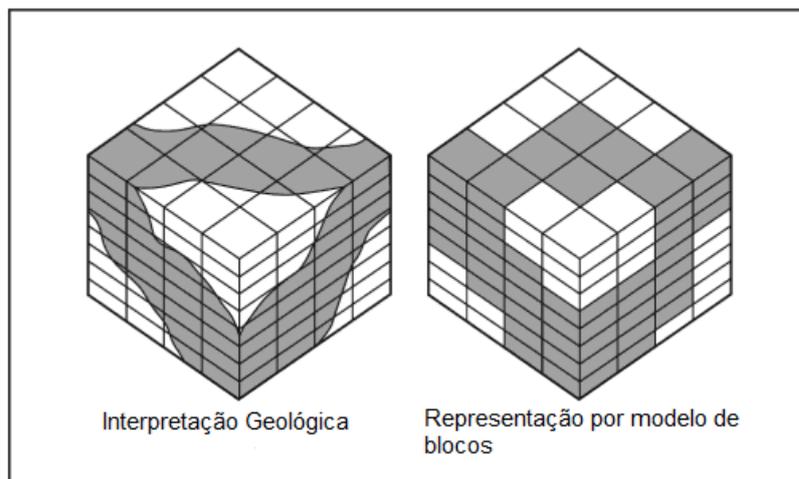
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Modelo de blocos

Para realizar o cálculo de recursos/reservas, o depósito mineral é representado por meio de um modelo de blocos. Esse modelo é subdividido em pequenos blocos com dimensões semelhantes (múltiplos ou submúltiplos) ao espaçamento da malha de amostragem, para que o grau de certeza da estimativa seja alto (YAMAMOTO; ROCHA, 1996). As técnicas de planejamento de lavra ora utilizadas são baseadas em um modelo de blocos geológico. As informações contidas no modelo definem quais blocos são lavrados, quando são lavrados e, depois de lavrados, como são processados (DAGDELEN, 2001).

Segundo Campos (2017), para representar a interpretação geológica, o modelo é construído subdividindo o volume do depósito em blocos regulares ao longo das três dimensões espaciais conforme a Figura 1. Assim, estima-se para cada bloco os teores de minério, densidade e demais variáveis que se deseja conhecer.

Figura 1 - Informações geológicas representadas no modelo de blocos



Fonte: Adaptado de DARLING, 2011.

De acordo com Johnson (1968), a determinação do tamanho dos blocos é influenciada pela dimensão da malha amostral, capacidades dos equipamentos, estrutura geológica, forma da mineração e uso desejado do bloco. Do ponto de vista do

planejamento de mina, quanto menor o tamanho do bloco maior a flexibilidade do plano de lavra. Porém, do ponto de vista geológico, quando o bloco é menor em relação ao espaçamento da malha amostral a incerteza da estimativa aumenta. Portanto, é estabelecido que o tamanho dos blocos não deve ser menor que 1/4 do espaçamento da malha amostral.

2.2 Recursos e Reservas

A classificação de recursos e reservas é relativa ao nível de confiança da pesquisa e à quantidade de informações da campanha exploratória. Além disso, pode-se definir também pela viabilidade técnica e econômica da extração e beneficiamento da substância mineral.

O código de classificação de recursos e reservas minerais foi estabelecido pelo comitê Joint Ore Reserves Committee (JORC), que define Recurso Mineral como uma concentração ou ocorrência de uma substância de interesse econômico contida no interior ou na superfície da crosta terrestre, com a possibilidade de extração econômica (JORC, 2012). Os Recursos Minerais são subdivididos nas categorias Inferido, Indicado e Medido:

- **Recurso Inferido:** É a parte de um Recurso Mineral para o qual a massa e o teor são estimados com base em evidências geológicas limitadas. A evidência geológica é suficiente para implicar, mas não verifica a continuidade geológica e de teor. Possui um nível de confiança baixo e não deve ser convertido em uma reserva mineral (JORC, 2012).
- **Recurso Indicado:** É a parte de um Recurso Mineral para o qual a massa, teor e características físicas são estimadas com detalhes suficientes para apoiar o planejamento e avaliação da viabilidade econômica do depósito. Possui um nível de confiança maior que o Recurso Inferido e pode ser convertido em uma reserva mineral provável (JORC, 2012).

- **Recurso Medido:** É a parte de um Recurso Mineral para o qual a massa, teor e características físicas são estimados com confiança suficiente para apoiar o planejamento detalhado da mina e avaliação da viabilidade econômica final do depósito. O nível de confiança é alto, maior que os Recursos Indicados e Inferidos, e pode ser convertido como uma reserva mineral provada (JORC, 2012).

O código JORC (2012) ainda definiu a Reserva mineral como a parte que é viável economicamente para ser extraída de um Recurso Mineral Medido e/ou Indicado. Leva em consideração os fatores técnicos e econômicos da lavra e do beneficiamento. As Reservas Minerais são subdivididas em Prováveis e Provadas:

- **Reservas Prováveis:** é a parte economicamente lavrável de um Recurso Mineral Indicado. Uma Reserva Provável tem um nível de confiança menor do que uma Reserva Provada, porém possui qualidade suficiente para basear as decisões sobre o avanço do projeto mineiro (JORC, 2012).
- **Reservas Provadas:** É a parte de um Recurso Mineral Medido que é economicamente viável para ser extraída. Uma Reserva Provada de Minério representa a categoria com o grau de confiança mais elevado na continuidade geológica e de teor. Porém elas podem não ser alcançáveis em alguns depósitos devido ao estilo de mineralização e outros fatores (JORC, 2012).

2.3 Estatística descritiva dos dados amostrais

A estatística tem como objetivo descrever a realidade observada usando métodos numéricos e gráficos. Pode-se dizer que a estatística descritiva trata os dados de forma quantitativa e qualitativa e são usadas para caracterizar numericamente as distribuições de frequência. A análise estatística é uma etapa que antecede a geoestatística e estimativa por krigagem pois permite condensar os dados que são analisados (YAMAMOTO, 2001).

Em um empreendimento minerário, para um melhor entendimento das variáveis de interesse de um depósito, a análise estatística é feita com intenção de caracterizar e

descrever a distribuição de dados (OLIVEIRA, 2008). Por isso, para realização de qualquer estudo estatístico é utilizada uma amostra ou população, que deve representar um todo. Essa representatividade se faz necessária pois generalizações precisam ser feitas, já que a mineração trata de grandes áreas, dados e informações. Esses estudos são feitos utilizando as ferramentas da estatística, as medidas de tendência central.

2.3.1 VARIÁVEL ALEATÓRIA

A variável é um atributo da estítica, mensurável ou não, onde valores assumem determinadas características podendo ser classificados como quantitativos ou qualitativos, discretas ou contínuas. O presente trabalho faz uso de variáveis quantitativas contínuas (tipo de variável que pode assumir qualquer valor numérico) (YAMAMOTO, 2001)

2.3.2 MÉDIA

Pode ser definida como a somatória de todos os valores de uma variável dividida pelo número de valores totais, segundo a Equação 1:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (\text{Equação 1})$$

A média exige que a variável seja quantitativa, é pouco sensível a variações nos valores centrais e muito afetada pelos valores extremos da variável.

2.3.3 MEDIANA

Em um conjunto de valores, ordenados de forma crescente, a mediana é aquela localizada exatamente na posição central do conjunto. Ou seja, a quantidade de números que a antecedem e sucedem é igual.

2.3.4 VARIÂNCIA

A variância é definida como a diferença quadrática média entre os valores observados e sua média. É uma medida de dispersão dos dados em torno de uma média como mostrado na Equação 2.

$$s^s = \frac{\sum(x_i-m)^2}{n-1} \quad (\text{Equação 2})$$

2.3.5 DESVIO PADRÃO

Para ser realizada uma comparação real as unidades devem permanecer as mesmas. Por isso o desvio padrão é a raiz quadrada da variância já que esta é expressa em unidade quadrática. A Equação 3 demonstra o mesmo.

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i-m)^2}{n-1}} \quad (\text{Equação 3})$$

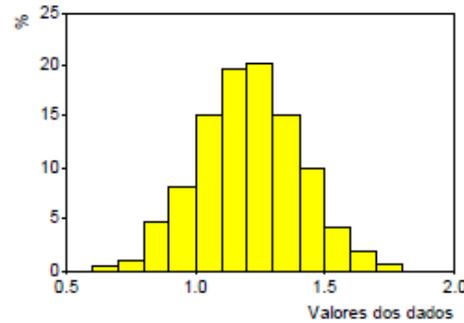
2.3.6 COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

O coeficiente de variação (CV) é a relação entre o desvio padrão e a média. É um parâmetro estatístico adimensional que verifica a dispersão dos dados em relação à média.

2.3.7 HISTOGRAMA

O histograma é uma ferramenta da estatística amplamente utilizada. É uma representação gráfica simples da distribuição de dados numéricos, ou seja, é um modelo estatístico para organização de dados mostrando a distribuição de frequências, como as unidades de uma amostra estão distribuídas em um intervalo. A Figura 2 representa um histograma para uma variável aleatória.

Figura 2 - Exemplo de um histograma.



Fonte: YAMAMOTO, 2001.

2.4 Métodos clássicos de estimativa de reservas

Existem diversos métodos conhecidos como métodos clássicos, ou convencionais. Estes métodos de estimativa de reserva têm grande importância na história da mineração. Anteriormente ao advento da tecnologia na aquisição, armazenamento e processamento de dados estes métodos eram aplicados. Dentre os métodos clássicos destacam-se o inverso das distâncias ponderadas e o método do vizinho mais próximo.

Um dos métodos clássicos de interpolação utilizados é o Inverso das distâncias ponderadas, (*inverse distance weighting* - IDW), no qual o método IQD se enquadra. O método é baseado em uma observação empírica em que o peso de cada amostra é inversamente proporcional a um expoente da distância entre o ponto de estimação à amostra (DARLING, 2011).

As equações 4 e 5 apresentam a determinação do peso $w_i(x)$ e a determinação do teor $z(x)$, respectivamente.

$$w_i(x) = \frac{1}{d(x,x_i)^p} \quad (\text{Equação 4})$$

$$z(x) = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{w_i(x)z_i}{\sum_{j=0}^n w_j(x)} \quad (\text{Equação 5})$$

Na Equação $d(x, x_i)^p$ é a distância entre a amostra x_i e o ponto a ser estimado x , p é o peso aplicado. Na Equação $z(x)$ é o teor estimado, n o número de amostras, $w_i(x)$ e $w_j(x)$ os pesos das amostras e z_i o teor da amostra utilizada na estimativa.

Portanto, quanto mais distante uma amostra estiver do ponto a ser estimado, menor é a sua influência no processo de interpolação.

Outro método clássico de estimativa é o vizinho mais próximo (*Nearest neighbor search* - NNS), esse método assume que a variável de estudo tem um valor constante dentro de uma área em torno do ponto amostrado, essa área é delimitada por retas perpendiculares traçadas nos pontos médios das retas das distâncias entre as amostras (RAMÍREZ, 2009). Desse modo, o valor do ponto estimado é igual ao valor da amostra mais próxima a ele.

2.5 Princípios da geoestatística

A geoestatística, definida por Matheron (1963), consiste em um conjunto de técnicas estatísticas utilizadas no estudo da distribuição de variáveis aleatórias no espaço, o que faz com que tenha uma importante aplicação prática para os problemas decorrentes da avaliação de jazidas minerais.

Quando se trata de mineração, a geoestatística se faz muito presente já que a mesma é amplamente utilizada em análises quantitativas na avaliação de recursos e reservas minerais, trazendo informações que determinam a viabilidade de um empreendimento econômico, pois para um investimento lucrativo o depósito deve ter quantidade, qualidade e longevidade suficiente para implantação de um empreendimento minerário. Posto isso, de acordo com Matheron (1963), a geoestatística nasceu junto com a necessidade dos mineradores de prever os valores de suas jazidas, pois a partir do momento que a característica espacial da mineralização foi levada em conta a geoestatística trouxe um melhor entendimento dos recursos minerais.

2.5.1 VARIÁVEIS REGIONALIZADAS

As variáveis regionalizadas são elementos básicos para a geoestatística. Para Matheron (1963) uma variável regionalizada enfatiza a dimensão espacial dos fenômenos e tem um valor definido para cada ponto no espaço. Ou seja, é uma função numérica $Z(x)$ com distribuição espacial que varia de um ponto a outro. Para o autor as variáveis possuem duas características: aleatória e estruturada.

A variável pode ser aleatória nos valores obtidos, já que estes podem variar entre si, porém, é estruturada já que os valores das amostras são dependentes da sua localização espacial. Por esta razão os métodos estatísticos clássicos não atendem ao caso, já que os valores numéricos são dependentes entre si (MATHERON, 1963).

As variáveis regionalizadas possuem uma continuidade espacial, podem mudar até certo grau dependendo do fenômeno que a originou, mas sempre existe uma continuidade de ponto a ponto (MATHERON, 1963).

2.5.2 AGRUPAMENTO PREFERENCIAL

Os métodos de amostragem mais eficientes são aqueles que cobrem uniformemente uma área ou um volume de interesse, como malhas regulares. Porém, frequentemente ocorre um adensamento de amostras em uma região que é esperada conter valores anômalos da variável de interesse, por intuição geológica ou por dados previamente amostrados (OLEA, 2007). De acordo com Costa (2014), esse adensamento ocorre por diversas razões:

- Condições de acessibilidade: áreas próximas a estradas ou fazendas são mais fáceis de serem amostradas que terrenos acidentados ou de mata densa;
- Valores de atributos esperados: a amostragem é frequentemente adensada em áreas que são julgadas críticas (ou de interesse), por exemplo, com altos teores ou grande concentração de metais;

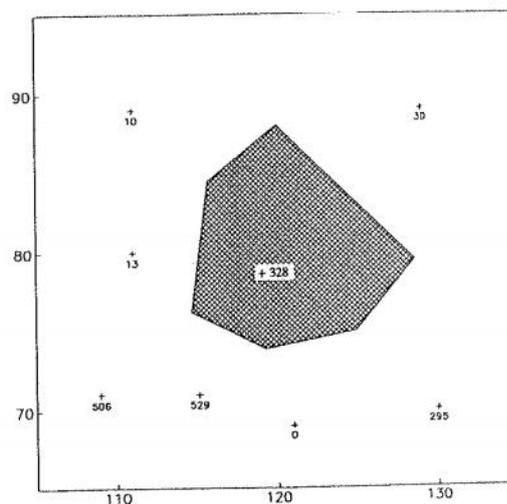
- Estratégia de amostragem: amostras agrupadas podem ter sido coletadas para caracterizar a variabilidade de curto alcance, para auxiliar na análise variográfica.

De acordo com Souza (2016), a amostragem em maior número em áreas de alto teor influencia a análise estatística do depósito em estudo. Assim, a média e a mediana apresentaram valores mais altos do que os valores reais do depósito.

2.5.2.1 Desagrupamento poligonal

Esse método consiste na elaboração de um polígono de influência em torno de cada ponto amostrado, assim, o peso de desagrupamento de cada amostra é a razão da área desse polígono pela área total estudada (SOUZA, 2016). Os polígonos de influência são definidos pelo diagrama de Volonoi, que consiste em traçar uma bissetriz perpendicular ao segmento de reta que une as amostras próximas, a união dessas bissetrizes formam os polígonos de cada amostra (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989), a Figura 3 mostra um exemplo desse polígono.

Figura 3 - Exemplo do polígono de influência de uma amostra.



Fonte: ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989.

Com esse método as amostras em regiões adensadas possuem um polígono de menor área, conseqüentemente recebem menor peso no desagrupamento.

2.5.2.2 Desagrupamento por células

O método de desagrupamento por células realiza uma divisão de toda a área de estudo em células retangulares, o peso de desagrupamento recebido por cada amostra é inversamente proporcional ao número de amostras contidas em sua mesma célula (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989). A Equação 6 mostra o cálculo do peso recebido por cada amostra:

$$w_i = \frac{1}{n.N} \quad (\text{Equação 6})$$

Onde n é o número de amostras na célula ocupada pela amostra i , e N é o número total de células.

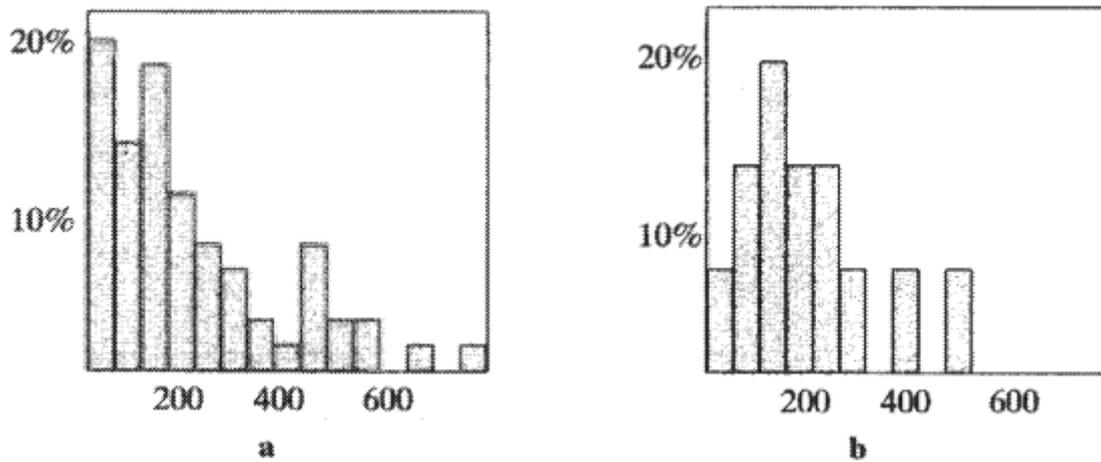
De acordo com Isaacs e Srivastava (1989), o resultado obtido com esse método de desagrupamento depende do tamanho da célula definida para usar. Se as células forem muito pequenas coincide apenas uma amostra em cada célula, assim todas as amostras recebem pesos iguais a 1. Se as células forem grandes quanto a área total, todas as amostras caem em uma mesma célula, e novamente recebem pesos iguais. Portanto o tamanho de célula ideal está entre esses dois valores extremos.

2.5.3 EFEITO SUPORTE

Conforme Armstrong (1998), o termo suporte em geoestatística se refere ao tamanho ou volume de uma amostra ou bloco. Quando se analisa os histogramas de blocos com diferentes suportes, pode-se observar que os blocos menores são mais dispersos, apresentam a mesma média, porém a variância dos blocos menores é maior.

Assim, quanto maior o suporte menor é a variância dos dados e a média permanece igual, a Figura 4 mostra dois histogramas de blocos com suportes de tamanho diferentes, o histograma de blocos maiores apresenta uma menor dispersão dos dados que o histograma de blocos menores.

Figura 4 - Histograma de teores, (a) para blocos pequenos, (b) para blocos grandes.



Fonte: ARMSTRONG, 1998.

2.6 Continuidade espacial - Variografia

Segundo Matheron (1963) o variograma é definido como uma curva que representa o grau de continuidade de uma mineralização. Descreve quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado, permitindo a análise do grau de dispersão natural das variáveis regionalizadas.

Yamamoto (2001), define a função variograma $2\gamma(h)$ pela Equação 7:

$$2\gamma(h) = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} \quad (\text{Equação 7})$$

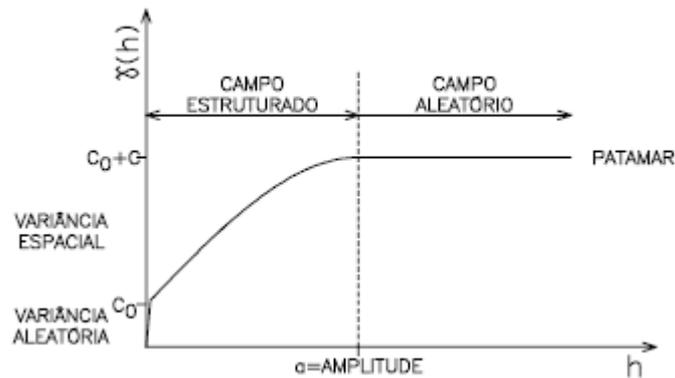
Onde:

- $2\gamma(h)$ é a função variograma;
- n é o número de pares de pontos separados por uma distância h ;
- $Z(x)$ é o valor da variável regionalizada no ponto x ;
- $Z(x+h)$ é o valor da variável no ponto $(x+h)$;

Comumente faz-se uso da função semivariograma que é definida como a metade da função variograma.

O variograma é uma função crescente (Figura 5) onde a distância h entre duas amostras aumenta fazendo com que a influência de uma amostra sobre a outra diminua. Geralmente, o variograma não é o mesmo em todas as direções no espaço, ou seja, o mesmo se deforma com a mudança do vetor direção (h).

Figura 5 - Parâmetros de um variograma.



Fonte: YAMAMOTO, 2001.

2.6.1 PATAMAR

De acordo com Provenzi (2012), o patamar (*sill*) é o valor em que o variograma tende a se estabilizar, assim, a variância entre os pares de amostras permanece constante, portanto, não há dependência espacial entre elas. O uso da variância a priori dos dados amostrados em um domínio geológico, é uma boa estimativa para se determinar o patamar do variograma.

2.6.2 ALCANCE

A distância em que o variograma atinge o patamar é chamada de alcance, ou *range*, a partir dessa distância não existe correlação significativa entre as variáveis em estudo. Os conceitos de alcance e patamar estão vinculados entre si (PROVENZI, 2012).

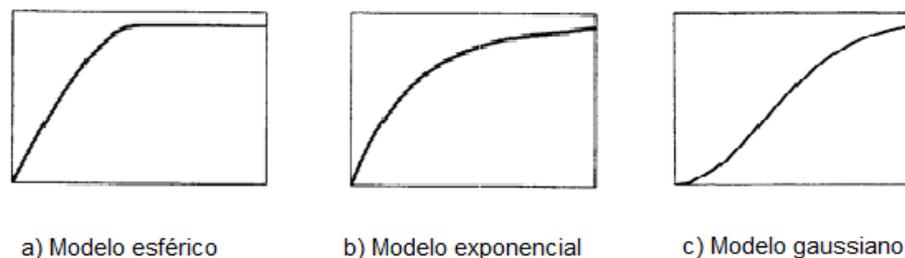
2.6.3 EFEITO PEPITA

Teoricamente quando as amostras estão espaçadas com uma distância de zero, o valor do variograma também deve ser zero, porém, frequentemente o variograma apresenta uma descontinuidade na origem, essa descontinuidade é chamada de efeito pepita (*nugget effect*). Esse fato pode ocorrer por uma variação em pequena escala que não conseguiu modelar pelo variograma, ou por erros presentes nas análises das amostras (PROVENZI, 2012).

2.6.4 MODELOS DE VARIOGRAMAS

Após o cálculo do variograma experimental é necessário ajustar um modelo matemático a este variograma para que possa realizar a estimativa. A Figura 6 apresenta os modelos mais comuns de variograma.

Figura 6 - Modelos de variogramas mais comuns



Fonte: Adaptado de ARMSTRONG, 1998.

Segundo Armstrong (1998), o modelo esférico é provavelmente o mais utilizado, pois tem uma expressão polinomial simples, sua forma tem um crescimento quase linear até uma distância onde se estabiliza, representado pela Equação 8. O modelo exponencial também apresenta uma característica linear em pequenas distâncias como o modelo esférico, porém com uma inclinação maior e apenas tende ao patamar sem alcançá-lo, é calculado pela Equação 9. O modelo gaussiano representa um fenômeno extremamente contínuo, mostra uma instabilidade numérica que geralmente ocorre quando é usado sem um efeito pepita, ele é formulado pela Equação 10.

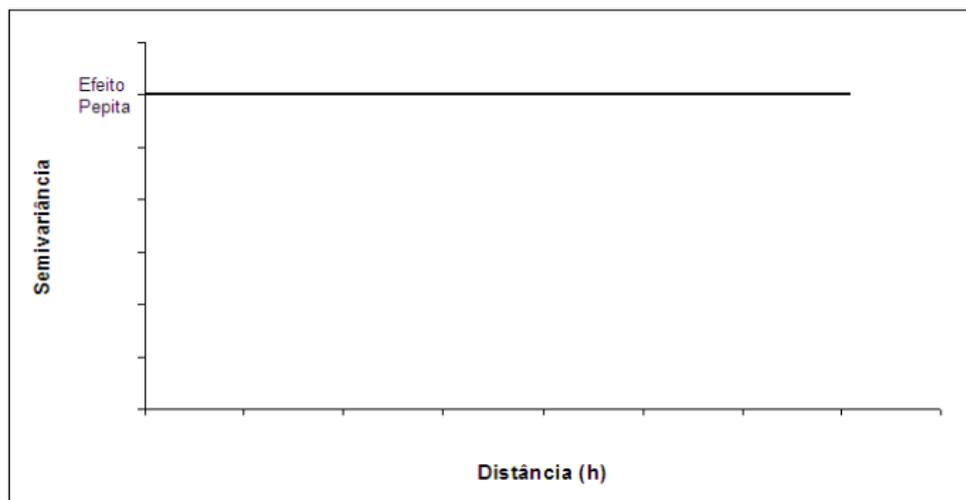
$$y(h) = \begin{cases} C \left(\frac{3}{2} \times \frac{|h|}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{|h|^3}{a^3} \right) \right) & \text{se } |h| < a \\ C & \text{se } |h| \geq a \end{cases} \quad (\text{Equação 8})$$

$$y(h) = C(1 - \exp(-\frac{|h|}{a})) \quad (\text{Equação 9})$$

$$y(h) = C(1 - \exp(-\frac{|h|^2}{a^2})) \quad (\text{Equação 10})$$

A Figura 7 mostra o modelo efeito pepita puro, esse modelo corresponde um fenômeno que ocorre quando não há correlação entre os valores, independente de quão próximo eles estejam.

Figura 7 - Efeito pepita puro.



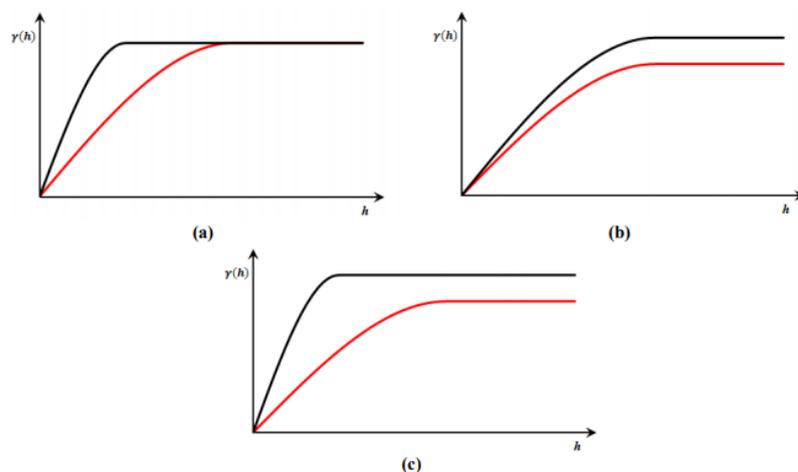
Fonte: SEIDEL; OLIVEIRA, 2014.

2.6.5 ANISOTROPIA

O variograma é obtido através do cálculo da covariância de uma mesma variável espaçada em uma distância h , em uma dada direção. Ao variar essa direção, o valor da covariância pode ser alterado, esse fenômeno é chamado de anisotropia, quando isso não ocorre dizemos que o fenômeno é isotrópico, porém, os depósitos minerais raramente são isotrópicos (SOUZA, 2016).

Três tipos de anisotropia são apresentados: geométrica, zonal e mista, ilustradas pela Figura 8. A anisotropia geométrica é quando a mudança de direção altera o alcance do variograma, no caso da anisotropia zonal é o patamar que altera com a direção, chamamos de anisotropia mista quando o alcance e o patamar são alterados. Para determinar essa anisotropia calcula-se o variograma em várias direções e mergulho, estabelecendo as direções de máximo, médio e mínimo alcance do variograma (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

Figura 8 - Tipos de anisotropia (a) geométrica, (b) zonal, (c) mista.



Fonte: SOUZA, 2016.

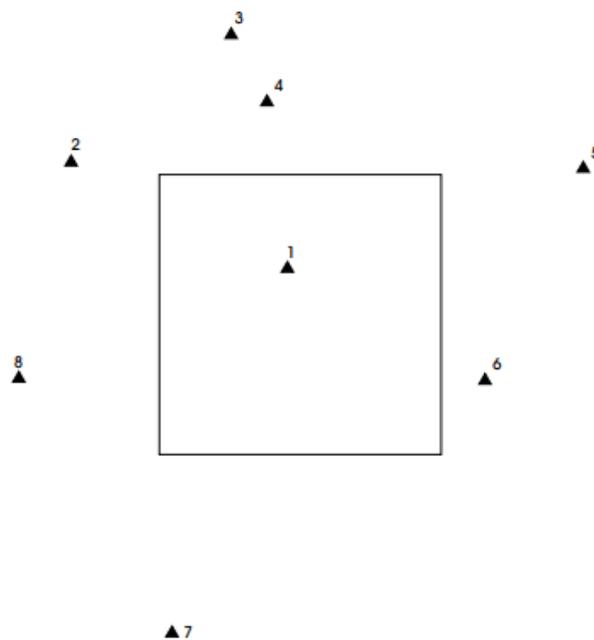
2.7 Krigagem

A krigagem é um método geoestatístico de estimativa que usa de medidas da continuidade espacial. Considerando que nas variáveis regionalizadas existe a continuidade espacial, a krigagem usa a correlação dessas variáveis para atribuir os pesos das amostras na estimativa de um ponto ou bloco. Posto isso, o método considera as relações espaciais e a aproximação das amostras, anisotropia, agrupamento das amostras e magnitude da continuidade espacial.

Para Yamamoto (2001) a krigagem ocorre após a análise geoestatística (após o cálculo dos variogramas, que podem indicar o uso ou não do método caso o comportamento da variável regionalizada seja completamente aleatório).

O problema geral a ser resolvido pela krigagem é para fornecer a melhor estimativa possível de um ponto ou bloco desconhecido a partir de um conjunto de dados discretos (amostras), como mostrado esquematicamente na Figura 9. Neste exemplo, oito dados estão disponíveis para estimar bloco B, e há uma suposição implícita de que o uso de dados fora e dentro do bloco vai melhorar a estimacão (SINCLAIR; BLACKWELL, 2002).

Figura 9 - Problema de estimativa de teor médio de um bloco a partir de valores próximos.



Fonte: SINCLAIR; BLACKWELL, 2002.

Um método específico  o de krigagem ordinária, que tem como principal característica a precisão local das estimativas, ponto de grande importância quando se trata de estimativa de recursos naturais, e principal desvantagem a suavizao da variância e do variograma, o que acarreta em uma perda da precisão global (YAMAMOTO, 2001).

2.7.1 FORMULAO MATEMÁTICA DA KRIGAGEM

De acordo com Costa (2014), estimativa de krigagem simples  calculada conforme a equao 11.

$$Z_{SK}^*(u) = m + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} [Z(u_{\alpha}) - m] \quad (\text{Equação 11})$$

Onde m é a média das amostras $Z(u_i)$ assumida como conhecida e constante em todos os locais, e λ_i o peso associado a cada amostra i para as n selecionadas.

A Equação 12 apresenta o sistema de equações para calcular o conjunto de ponderadores da krigagem simples.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j * C(u_i, u_j) = C(u_i, u_j), \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{Equação 12})$$

Na krigagem ordinária a média local não é assumida como conhecida, essa média local é possível de ser estimada dentro da vizinhança de busca pela krigagem da média, assim o cálculo da estimativa por krigagem ordinária é feito conforme a Equação 13.

$$Z_{OK}^*(u) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{SK}(u) Z(u_{\alpha}) + \lambda_m^{SK}(u) m_{OK}^*(u) \quad (\text{Equação 13})$$

Onde a média local é estimada conforme a Equação 14.

$$m_{OK}^*(u) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha M}^{OK}(u) Z(u_{\alpha}) \quad (\text{Equação 14})$$

Assim, o conjunto de pesos da krigagem ordinária é dado conforme a Equação 15.

$$\sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\beta m}^{OK}(u) C(u_{\alpha} - u_{\beta}) + \mu_m^{OK}(u) = 0 \quad (\text{Equação 15})$$

Onde o somatório dos pesos $\sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\beta M}^{OK}(u) = 1$.

2.7.2 PARÂMETROS DE KRIGAGEM

Para se realizar uma boa estimativa é necessário definir quantas e quais amostras são usadas pelos algoritmos de interpolação, assim, temos que definir alguns

parâmetros de vizinhança de busca que selecionam quais amostras são incluídas nesse processo (RUBIO, 2018). A escolha desses parâmetros impacta diretamente na qualidade da estimativa.

2.7.2.1 Alcance de busca

O alcance de busca é delimitado por uma elipse (2D) ou uma elipsoide (3D) centrada no ponto que está sendo estimado, assim só são utilizadas as amostras dentro dos limites dessa elipsoide. A orientação dessa elipsoide pode ser conforme a anisotropia padrão do depósito em estudo, assim sendo, o eixo principal do elipsoide é paralelo à direção de maior continuidade espacial. Portanto, a direção e o alcance do elipsoide de busca pode ser estimado a partir da análise do variograma (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

2.7.2.2 Número de amostras

O número de amostras que é utilizada no processo também tem grande impacto na estimativa do bloco, vários fatores podem influenciar na determinação da quantidade de amostras que são utilizadas, dentre eles, o tipo de mineralização, a malha amostral e o agrupamento de amostras em algumas regiões. Se o número de amostras for maior pode causar uma suavização excessiva da krigagem, ou ocasionar pesos negativos que afetam o teor do bloco. Por outro lado, se o número de amostras for pouco teremos uma carência de informação e a krigagem é pouco suavizada (RUBIO, 2018).

2.7.2.3 Número de setores angulares

Frequentemente, pode haver um adensamento de amostras em algumas regiões em relação às outras, algumas dessas amostras então podem se tornar redundantes em consequência disso. Portanto, é recomendado que o elipsoide de busca seja subdividido em setores angulares para diminuir esse efeito, assim, limitamos o número de amostras selecionadas em cada setor (RUBIO, 2018).

2.7.3 KRIGAGEM DE BLOCOS

Os métodos de krigagem focam na estimativa de um ponto, no entanto, frequentemente necessitamos de uma estimativa de bloco, um valor médio da variável dentro de um volume. Para realizar essa estimativa, a solução é discretizar a área do bloco em vários pontos, assim o valor do bloco é a média das estimativas desses pontos (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

2.7.4 VARIÂNCIA DE KRIGAGEM

Uma das vantagens do uso da krigagem ordinária é que ela permite quantificar a incerteza relacionada à estimação através da variância de krigagem, porém ela apresenta alguns problemas. De acordo com Dohm (2005), a variância de krigagem ordinária depende do modelo de variograma, e a configuração espacial da malha de amostragem em relação ao bloco que está sendo estimado.

Segundo Goovaerts (1997), os valores dos pontos amostrados não influenciam na variância de krigagem, podendo apresentar o mesmo valor para banco de dados diferentes, desde que tenham o mesmo modelo de covariância, impossibilitando avaliar a variabilidade local da variável. Portanto, a variância de krigagem não é uma boa medida de incerteza da estimativa.

2.7.5 PESOS NEGATIVOS NA KRIGAGEM

Conforme Sinclair e Blackwell (2002), os pesos negativos ocorrem em certas geometrias de dados do sistema de krigagem combinados com um alto grau de continuidade (incluindo um efeito pepita baixo) no modelo do variograma. Em alguns casos os pesos negativos podem causar um grande erro de estimativa.

Segundo Rubio (2018), matematicamente, a ocorrência de pesos negativos está correta, porém, do ponto de vista físico elas não fazem sentido, essencialmente quando estão associados a amostras de alto teor, pois assim podem ocasionar valores estimados negativos. De acordo com Vann *et al.* (2003), os pesos negativos não são

necessariamente um problema, contanto que eles correspondam a uma pequena proporção do peso total.

2.8 Validações da estimativa

Após um processo de estimativa de uma variável é necessário avaliar a qualidade do método de estimativa realizado, nesse trabalho foi realizado uma validação qualitativa através da análise visual, e validações quantitativas pelos métodos de análise de deriva e validação cruzada.

2.8.1 ANÁLISE VISUAL (*CHECK VISUAL*)

O método de validação por análise visual fundamenta-se em comparar visualmente os dados amostrados com o modelo de blocos estimado. Essa comparação é realizada seção a seção, observando se as zonas de alto e baixo teor do modelo estimado e dos dados amostrados estão correlacionados. Assim, esses valores devem estar coerentes, valores fora do esperado demonstram problemas na estimativa (RUBIO, 2018).

2.8.2 ANÁLISE DE DERIVA

A análise de deriva é uma comparação da média local do modelo de blocos estimado com a média local das amostras. Nesse método é efetuado uma segmentação em faixa dos dados ao longo dos eixos X, Y e Z, as médias de cada faixa são calculadas e plotadas em um gráfico, onde os resultados estimados são confrontados com os amostrados (MOHR *et al.*, 2015).

2.8.3 VALIDAÇÃO CRUZADA

Na validação cruzada o método de estimativa é testado nas localizações das amostras existentes. O valor da amostra em um local específico é descartado temporariamente

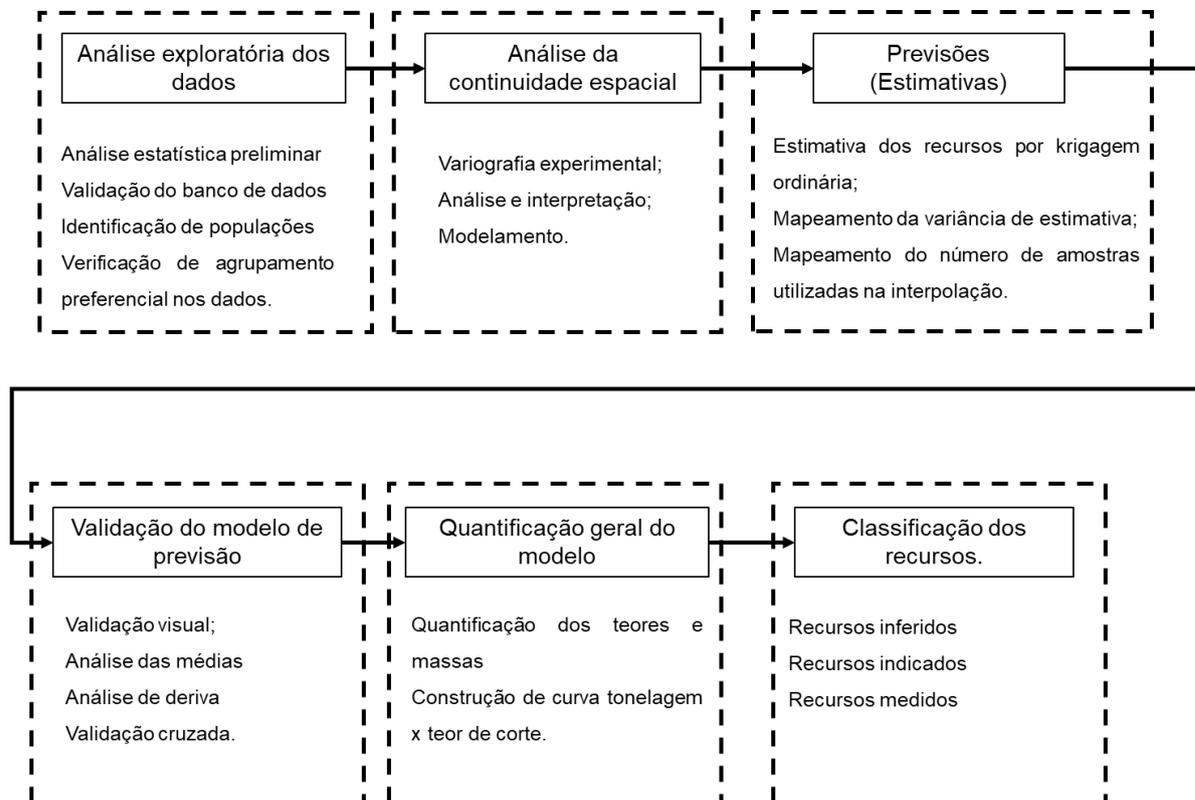
do conjunto de dados das amostras, o valor no mesmo local é então estimado usando as amostras restantes e os mesmos parâmetros da krigagem realizada para estimar o modelo. Uma vez que a estimativa é calculada, podemos compará-la com o valor real que foi removido inicialmente. Este procedimento é repetido para todas as amostras do banco de dados (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

3 METODOLOGIA

Com os objetivos definidos, foram traçadas as etapas para o desenvolvimento da pesquisa. Importante ressaltar que cada etapa tem objetivo e justificativas específicas que são descritas neste tópico. Cada etapa precede a etapa posterior, logo destaca-se a importância dessa sequência. As etapas foram: análise exploratória dos dados, análise da continuidade espacial, estimativa dos recursos, validação do modelo de estimativa, quantificação geral do modelo, e por fim a classificação dos recursos, conforme a Figura 10.

Os procedimentos da presente pesquisa foram realizados utilizando os softwares Wingslib (Interface para utilização dos aplicativos GSLib) e o SGeMS (*Stanford Geostatistical Modeling Software*), que é de domínio público, e o Excel. A Figura 10 ilustra as etapas desenvolvidas neste trabalho.

Figura 10 - Fluxograma das etapas do trabalho.



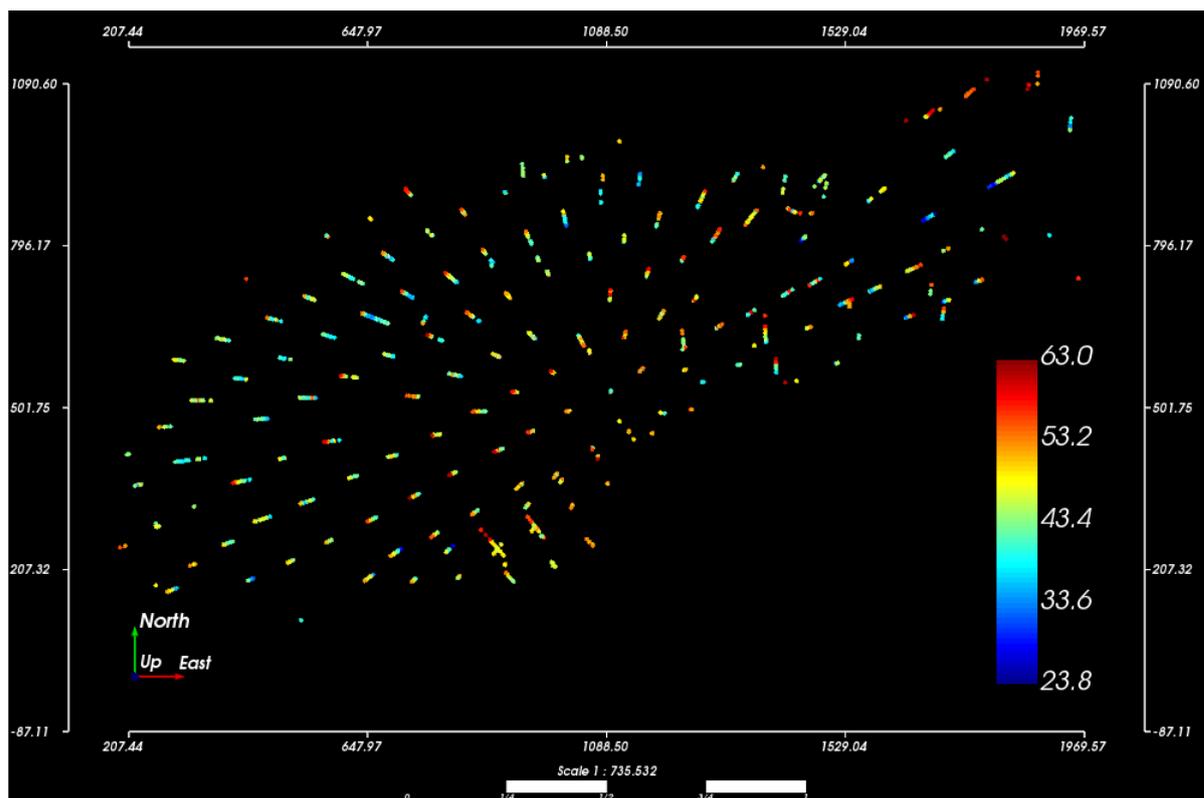
Fonte: Autoria própria.

3.1 Banco de dados

Para o desenvolvimento deste trabalho, o banco de dados utilizado são furos de sonda em um depósito de minério de ferro. O banco de dados é composto por 240 furos de sonda, totalizando 1195 amostras com as informações das coordenadas dos furos, *log* dos furos e o teor de ferro. A malha de amostragem é regular, com algumas regiões que não são regulares, possui um espaçamento médio de 100 metros.

A Figura 11 mostra a disposição espacial dos furos de sondagem deste banco de dados, a escala de cor representa o teor de ferro de cada amostra. A maioria dos furos realizados são verticais.

Figura 11 - Disposição dos furos de sondagem.



Fonte: SGeMS, 2021.

3.2 Estatística descritiva dos dados

Foi realizado o estudo estatístico dos teores de ferro, para se conhecer melhor o banco de dados que são utilizados nas estimativas, isto permite conferir a base de dados, reconhecer valores anômalos e medidas importantes como a média, variância, mediana e valores máximos e mínimos. Foi elaborado os mapas de alto teor e baixo teor com base nos valores do quartil superior e do quartil inferior.

Essa análise foi feita pelo estudo da distribuição de frequências simples e acumuladas utilizando os *softwares* SGeMS e Excel 2019, assim os dados foram agrupados e representados graficamente na forma de histograma, e a partir dele, identificou de quantas populações os dados são provenientes.

3.3 Análise de agrupamento preferencial das amostras

Foi efetuado o desagrupamento pelo método dos polígonos de influência e pelo método das células móveis, com o objetivo de identificar a presença de um agrupamento preferencial das amostras.

Para o método dos polígonos, foi gerado um modelo de blocos com o tamanho de células pequenas em relação ao espaçamento da malha, com dimensões de 20x20x10 metros, esse modelo foi estimado pelo método do vizinho mais próximo, assim as células recebem o mesmo valor da amostra mais próxima à ela, representando o polígono de influência dessa amostra.

O desagrupamento por células móveis foi executado pelo software GSLib. Para o cálculo do desagrupamento foi definido 20 tamanhos de células diferentes, variando de 0 a 2000 metros.

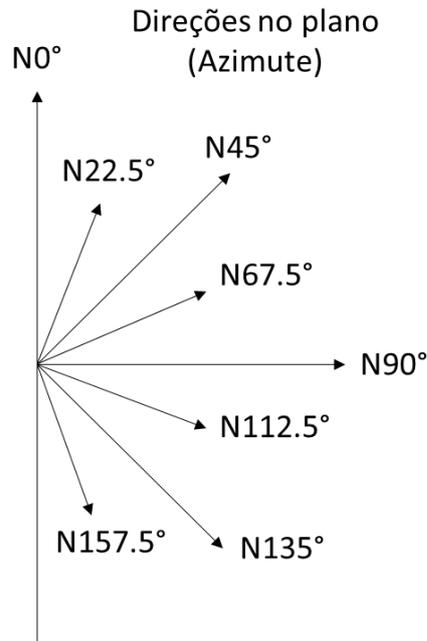
3.4 Análise variográfica

Foi feita a análise variográfica dos dados com o objetivo de interpretar o comportamento espacial da variável teor de ferro, possibilitando identificar as direções de maior, média e menor continuidade das amostras e os alcances do variograma.

Inicialmente foi produzido um variograma omnidirecional para determinação do efeito pepita, portanto, para selecionar amostras muito próximas foi definido um *lag* com separação de 10 metros e tolerância de 5 metros, com um total de 50 *lags*. O variograma omnidirecional foi definido com um azimute de 0 graus, um mergulho de 90 graus, porque na vertical as amostras estão mais próximas, e uma tolerância angular de 90 graus.

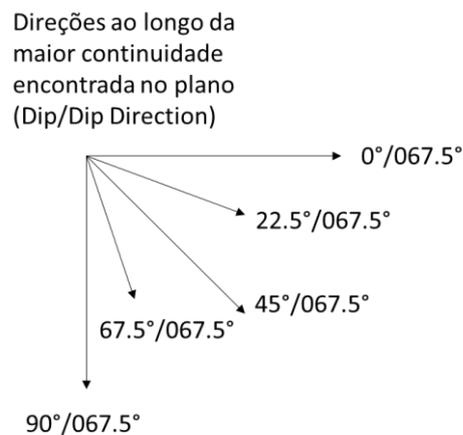
Para determinar a direção de maior continuidade espacial, foram elaborados variogramas em 8 direções distintas no plano horizontal (mergulho igual a 0°), começando com um azimute de 0 graus, com incrementos de 22.5 graus (0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90°, 112.5°, 135°, e 157.5°), definiu-se uma tolerância angular de 22.5° e uma largura de banda (*bandwidth*) de 100 metros. Como a malha das amostras tem um espaçamento médio de 100 metros, o *lag* foi definido com uma separação de 100 metros e uma tolerância de 50 metros, com um total de 10 *lags*. A Figura 12 representa as direções dos semivariograma experimentais calculados.

Figura 12 - Direções dos semivariogramas experimentais.



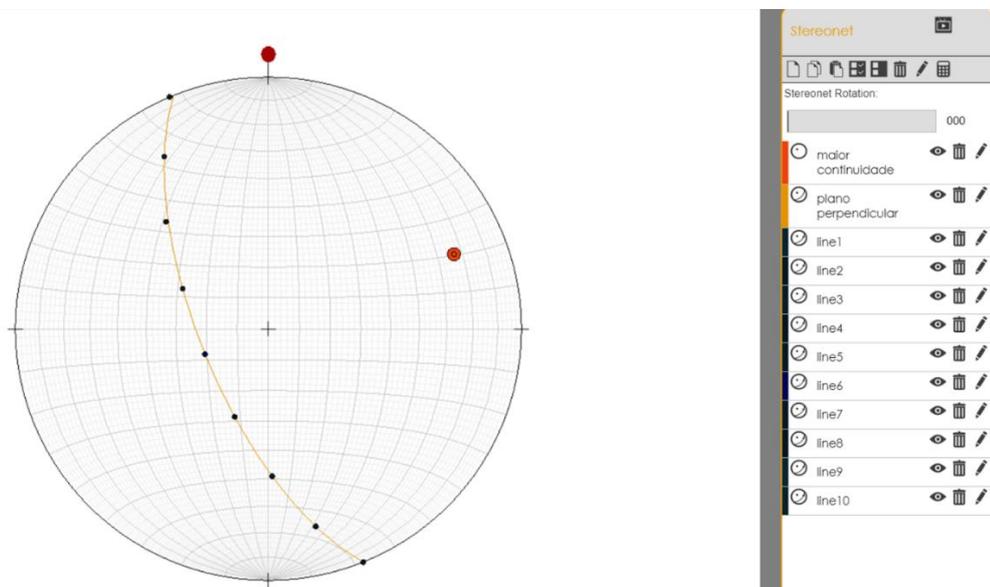
Após definir a direção horizontal de maior continuidade, foi produzido mais 4 variogramas com azimute de 67.5°, variando o mergulho de 22.5°, 45°, 67.5° e 90°. A Figura 13 representa os mergulhos dos semivariogramas na direção horizontal de maior continuidade.

Figura 13 - Mergulho dos semivariogramas na direção horizontal de maior continuidade.



A direção de menor continuidade geralmente é perpendicular à direção de maior, assim foi utilizado o aplicativo *stereonet* do site Visible Geology, onde foi plotado um plano perpendicular à direção de maior continuidade, nesse plano foi plotado um *rake* variando de 0° a 90°, com incrementos de 22.5°, o azimute e mergulho de cada *rake* foi considerado como as possíveis direções de menor continuidade espacial e assim fez-se a variografia para cada ponto buscando a menor continuidade. A Figura 14 representa as direções

Figura 14 - Stereonet com as possíveis direções de menor continuidade espacial.



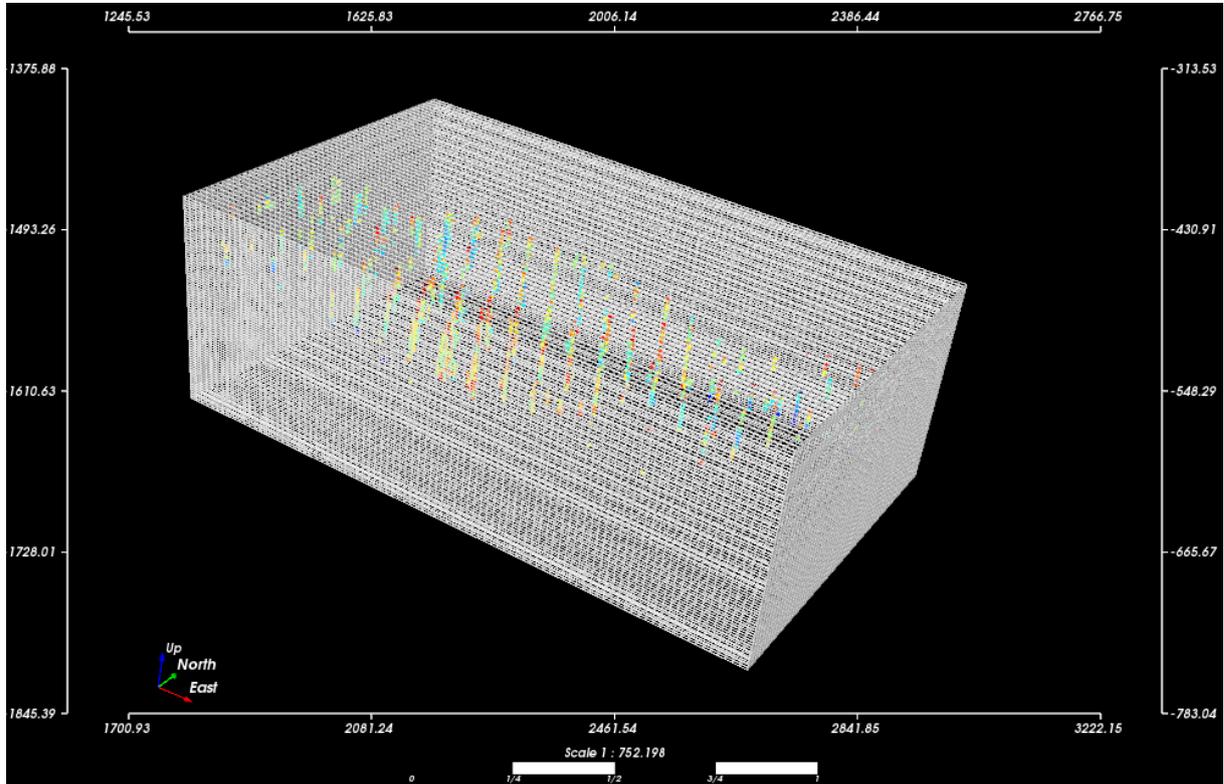
Fonte: SEEQUENT, 2021.

3.5 Modelo de blocos

Após interpretar os aspectos estatísticos e variográfico das amostras, elaborou-se as dimensões do modelo de blocos para efetuar a estimativa dos teores. A dimensão dos blocos do modelo foi definida como 1/4 do espaçamento da malha de amostragem, assim, nas direções X e Y com lados de 25 metros, como na direção Z as amostras estão próximas foi estabelecido 10 metros de altura. As coordenadas mínimas das amostras são 25 no eixo X, 30 no eixo Y e 7.1 no eixo Z, a partir disso a origem do modelo de blocos foi definida no ponto (20; 20; 0). Para o modelo abranger todo o volume amostrado foi produzido 89 blocos na direção X, 53 blocos na direção Y e 78

blocos na direção Z, totalizando 367.926 blocos. A Figura 15 mostra o modelo de blocos representado por *wireframes*.

Figura 15 - Modelo de blocos elaborado para a estimativa.



Fonte: SGeMS, 2021.

3.6 Estimativa dos teores

O método de estimativa realizado foi o de krigagem ordinária. Optou-se por realizar a krigagem de blocos, pois como as dimensões do bloco são grandes pode haver uma variabilidade dentro do seu volume, e com a krigagem de blocos é calculado um valor médio das estimativas pontuais dentro do bloco. Portanto, as células do modelo foram discretizadas em sub-blocos de dimensão 5x5x5 metros. Os parâmetros de busca da krigagem foi determinado conforme a análise variográfica, foram realizadas duas estimativas alterando o número máximo de amostras, uma com máximo de 12 amostras e a outra com máximo de 24 amostras, a Tabela 1 mostra os parâmetros de busca utilizados nas duas estimativas de teores. Os dados do variograma foram inseridos no algoritmo da krigagem e executado a estimativa, foi selecionado como

output da krigagem os valores da variável estimada, o número de amostras utilizadas na estimativa, distância média das amostras, soma dos pesos da krigagem, soma dos pesos positivos da krigagem e a variância da krigagem.

Tabela 1 - Parâmetros de busca das estimativas.

Parâmetros de krigagem	Estimativa 01	Estimativa 02
Número de amostras (Mín/máx)	4/12	4/24
Direção elipsoide de busca (Azimute/dip)	067° / 22°	067° / 22°
Alcance máximo	750 metros	750 metros
Alcance médio	460 metros	460 metros
Alcance mínimo	90 metros	90 metros
Discretização dos blocos (X/Y/Z)	5 m / 5 m / 5m	5 m / 5 m / 5m
Busca por octante	Não	Não

Fonte: Autoria própria.

3.7 Validações do modelo

Com o modelo geológico pronto e as informações de teores estimadas, é necessário avaliar os resultados obtidos bem como a qualidade da krigagem ordinária realizada. Posto isso, para realizar as validações da estimativa foi utilizado os métodos de análise visual, comparativo das médias, análise de deriva e validação cruzada. Para a análise visual foi feita três seções em cada direção para comparar os dados estimados com as amostras. Na direção X as seções 1, 2 e 3 foram elaboradas respectivamente em 300 metros, 1150 metros e 1900 metros, na direção Y em 135 metros, 680 metros e 1120 metros, na direção Z em 115 metros, 408 metros e 670 metros.

Para a análise de deriva, foi elaborado uma estimativa pelo método do vizinho mais próximo utilizando o mesmo modelo de blocos, essa estimativa representou os dados amostrados como referência. Os dados foram divididos em 10 faixas em cada direção para cálculo da média local.

A validação cruzada foi realizada através do software *Geostatistical Software Library* (GSLib), devido a versão do SGeMS utilizada nesse trabalho não possuir a ferramenta *xvalid* (validação cruzada). Os principais resultados obtidos da validação cruzada são o teor estimado e o erro de estimativa. O erro de estimativa é dado pela diferença entre o teor real e o teor estimado.

As ferramentas utilizadas para avaliar o modelo a partir da validação cruzada foram: o coeficiente de correlação proveniente da regressão entre a variável teor estimado e teor real; histograma da variável erro de estimativa; e a plotagem dos resíduos da regressão linear.

3.8 Quantificação e classificação dos recursos

Com o modelo de blocos estimado e validado, foi feito a quantificação do volume da reserva. Para o cálculo da massa total da reserva e a tonelage de ferro, visto que não há informação de densidade no banco de dados, considerou um valor médio de densidade de minério de ferro constante para todo o depósito, como o objetivo é a avaliação da etapa de estimativa de teores, isto não irá interferir nos resultados.

Santos (2006) fez um estudo da densidade média dos minérios de ferro do quadrilátero ferrífero, nesse estudo ele encontrou um valor de 3.19 t/m³ para a densidade média do itabirito compacto, portanto foi estabelecido esse valor para calcular a massa do modelo estimado.

Para o cálculo do erro padrão bloco a bloco, Souza (2002) propõe uma adaptação conforme a Equação 6:

$$Z^*(x) \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_z^2}{n}} \quad (\text{Equação 16})$$

Onde $Z^*(x)$ é o teor médio estimado no ponto x , $t_{n-1, 1-\alpha/2}$ é o valor crítico da distribuição *t* de *student* para o um grau de liberdade $n-1$ e um nível de confiança de

$1-\alpha/2$, σ_z^2 é a variância de krigagem do bloco e n o número de amostras usada na estimativa. A incerteza foi calculada como a razão do erro padrão pelo teor médio estimado para cada bloco.

Yamamoto e Rocha (1996), recomenda que a classificação dos recursos pela incerteza da estimativa seja de 20% para o recurso medido, 50% para o recurso indicado e acima de 50% o inferido. Como a incerteza da estimativa nessa pesquisa estão variando entre 1% e 38%, os intervalos definidos para a classificação dos recursos em medido, indicado e inferido foram definidos conforme a Tabela 2.

Tabela 2 - Intervalos de incerteza para classificação dos recursos.

Recurso	Medido	Indicado	Inferido
Intervalo da incerteza	0% - 10%	10% - 20%	Acima de 20%

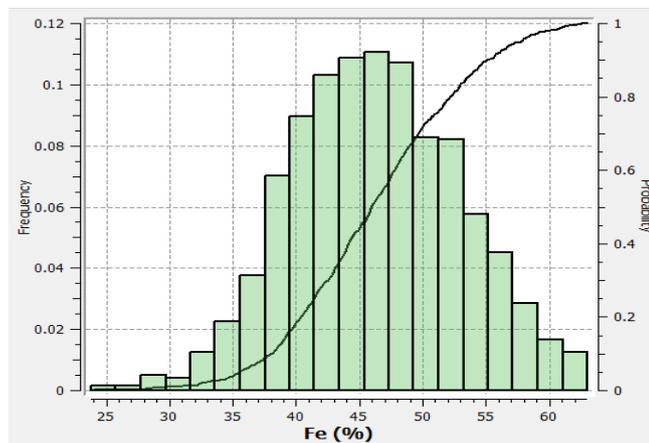
Fonte: Autoria própria.

4 ESTUDO DE CASO

4.1 Estatística descritiva dos dados

O estudo do depósito mineral se iniciou com uma estatística exploratória dos dados. Primeiramente foi elaborado, no *software* SGeMS, um histograma de frequência e de probabilidade acumulada dos teores de ferro, o histograma foi apresentado pela Figura 16. O cálculo das estatísticas descritivas foi feito pelo *software* Excel, e está demonstrado pela Tabela 3.

Figura 16 - Histograma de frequências e probabilidade acumulada do teor de ferro.



Fonte: SGeMS, 2021.

Tabela 3 - Estatística descritiva dos dados.

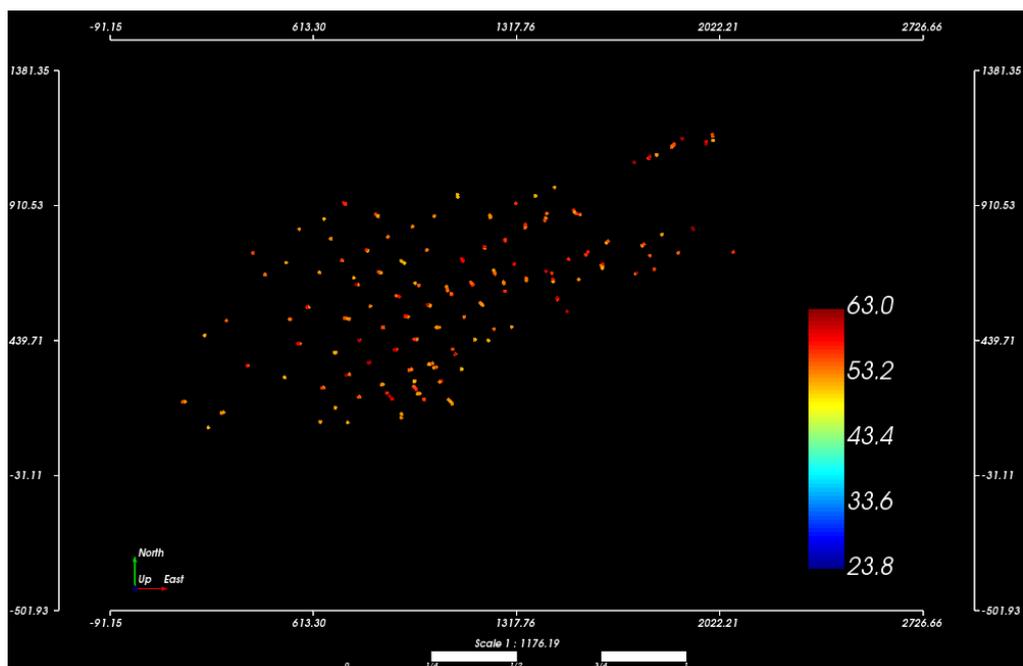
Estatística teor de Fe (%)	
Número de amostras	1195
Média	46.2938
Variância da amostra	44.9326
Desvio padrão	6.7032
Coefficiente Variação	0.1448
Curtose	-0.2048
Assimetria	0.0105
Mínimo	23.8
Quartil inferior	41.5
Mediana	46.1
Quartil superior	51
Máximo	63

Fonte: EXCEL, 2021.

Analisando o histograma e os dados da Tabela 3, podemos constatar que se trata de uma distribuição monomodal, assim concluímos que os dados são provenientes de uma única população. Podemos observar que o valor da média (46,29%) está muito próximo do valor da mediana (46,1%), e um coeficiente de assimetria muito próximo de zero (0,01%).

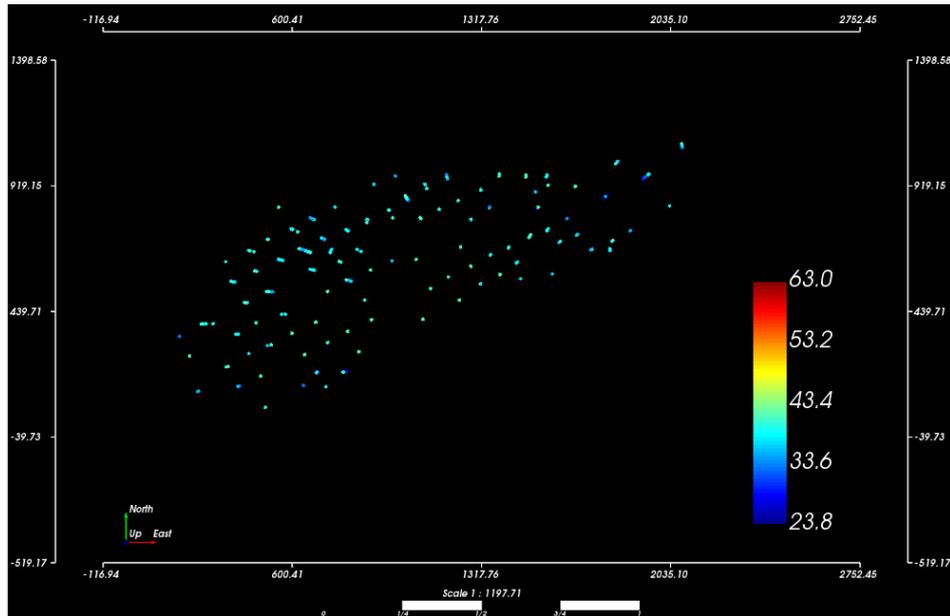
Observando o valor dos quartis podemos afirmar que 75% dos dados possui um teor maior que 41,5%, e 15% dos dados possui um teor maior que 51%. A partir dessas informações foram confeccionados os mapas das amostras de alto teor (valores maiores que o quartil superior) e de baixo teor (valores menores que o quartil inferior), que estão representados pela Figura 17 e Figura 18 respectivamente.

Figura 17 - Disposição das amostras de alto teor.



Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 18 - Disposição das amostras de baixo teor.

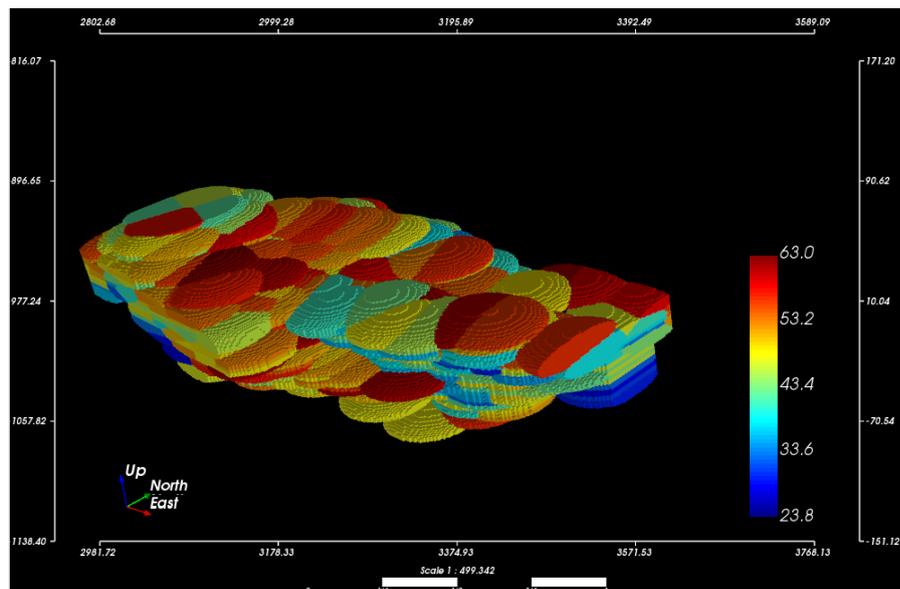


Fonte: SGeMS, 2021.

4.2 Análise de agrupamento preferencial

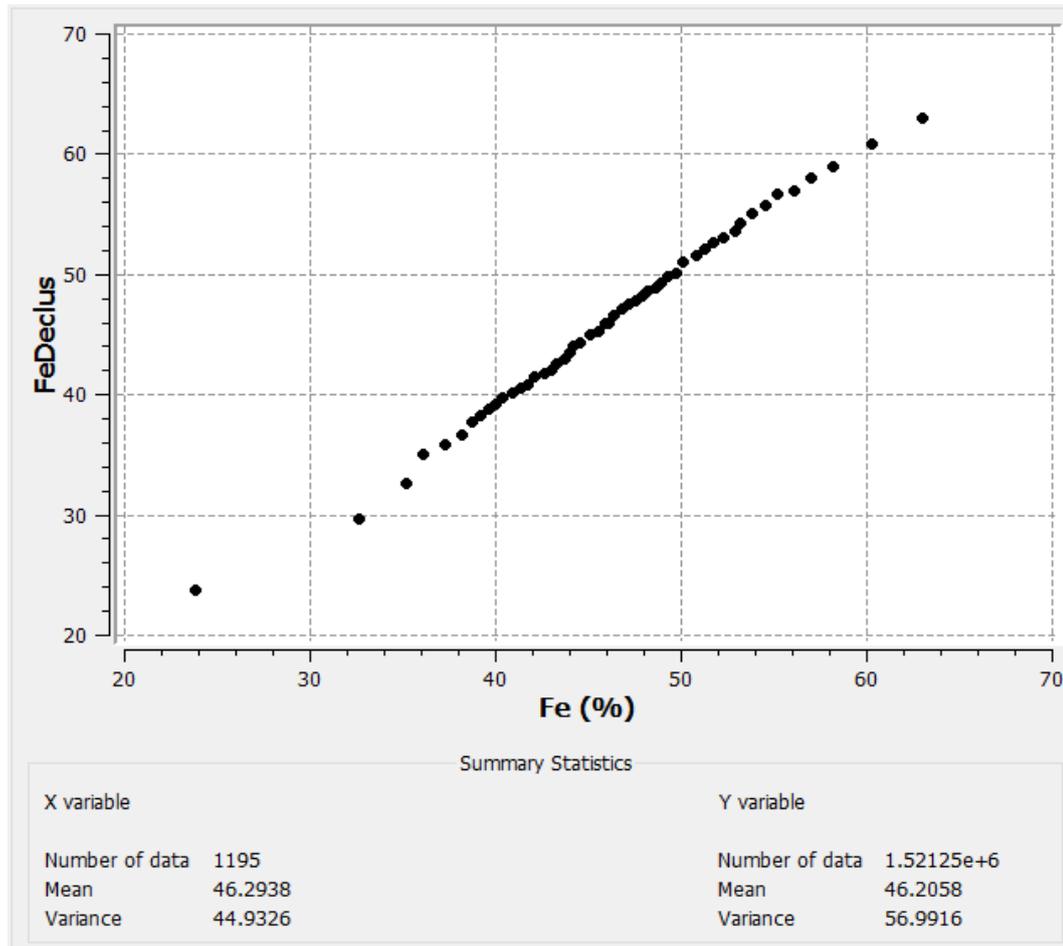
O modelo estimado pelo vizinho mais próximo está apresentado na Figura 19, foi feito a comparação das distribuições desse modelo e das amostras plotando um gráfico QQ-Plot conforme a Figura 20.

Figura 19 - *Grid* estimado pelo vizinho mais próximo.



Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 20 - QQ-plot das amostras originais e desagrupadas.

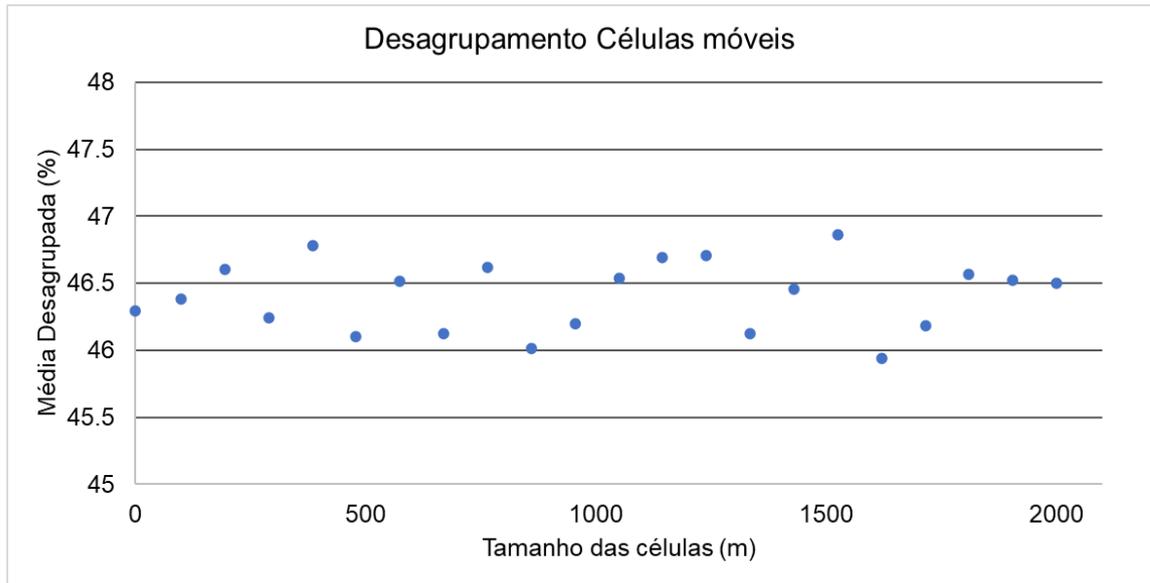


Fonte: SGeMS, 2021.

Nesse gráfico, os valores das amostras originais foram plotados no eixo X e os valores desagrupados foram plotados no eixo Y. Podemos observar que a variância do desagrupamento ficou maior do que a variância das amostras pelo fato do número de dados ser maior, porém a média desagrupada obteve um valor muito semelhante à média das amostras. O gráfico plotado teve um comportamento linear, com uma inclinação muito próxima de 45°. A partir dessas observações podemos concluir que a distribuição dos dados desagrupados não teve diferença considerável da distribuição das amostras.

A Figura 21 mostra o gráfico dos valores das médias desagrupadas pelo método das células móveis que foi plotado utilizando o *software* Excel.

Figura 21 - Gráfico das médias desagrupadas por células móveis



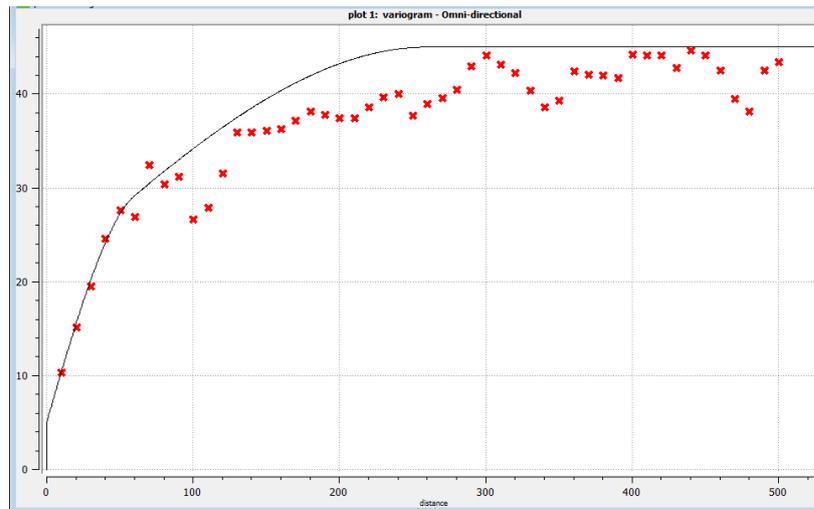
Fonte: SGeMS, 2021.

Analisando o gráfico, podemos constatar que as médias desagrupadas se mantiveram constantes na faixa entre 46% e 47%, com pequenas variações. Portanto, os resultados dos desagrupamentos nos mostram que não há um agrupamento preferencial dos dados amostrados.

4.3 Análise de continuidade espacial

O variograma omnidirecional que foi produzido para determinar o efeito pepita está apresentado na Figura 22. A partir desse variograma, foi determinado o efeito pepita com valor de 5.

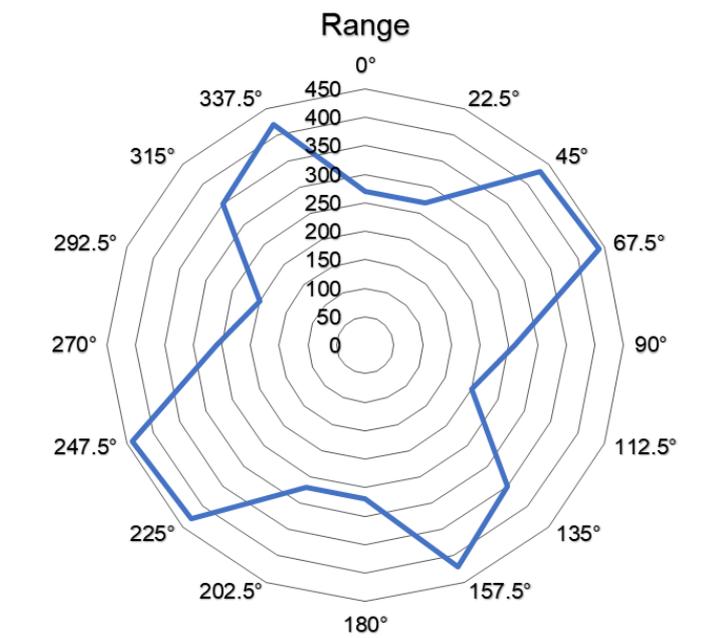
Figura 22 - Variograma Omnidirecional



Fonte: SGeMS, 2021.

O modelo do variograma ficou melhor ajustado com duas estruturas, a primeira foi um modelo esférico com o patamar igual a 24, a segunda também foi um modelo esférico com um patamar igual a 16, a soma do patamar das duas estruturas e o efeito pepita totalizaram 45, mesmo valor da variância das amostras. A Figura 23 mostra o gráfico de radar confeccionado a partir dos alcances (*Range*) dos variogramas encontrados em cada direção.

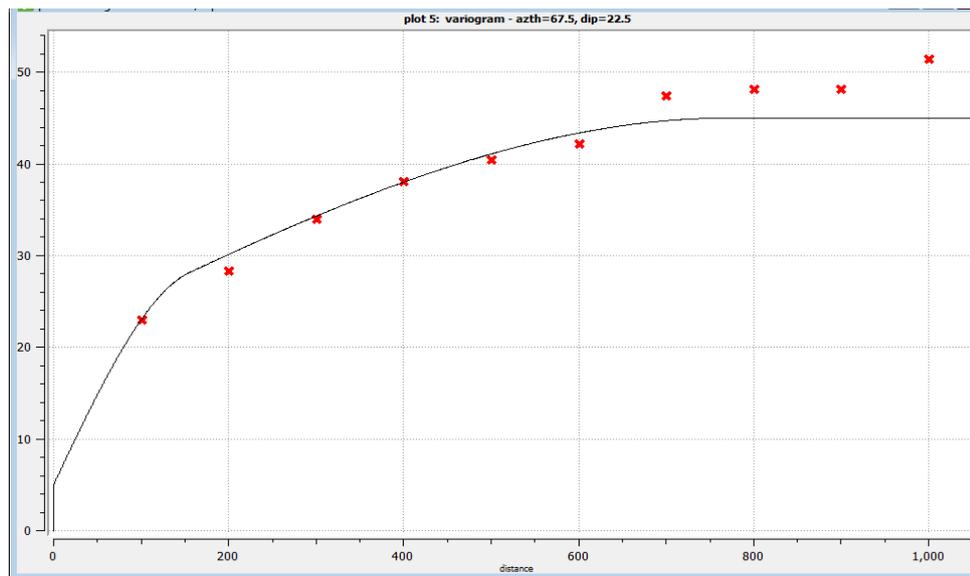
Figura 23 - Gráfico de radar dos alcances dos variogramas



Fonte: SGeMS, 2021.

A direção no plano horizontal que apresentou um maior alcance foi de 67.5° . A estrutura 01 apresentou um alcance de 650 metros e a estrutura 02 apresentou um alcance de 110 metros. A Figura 24 mostra o variograma do azimute 67.5° e mergulho 22.5° , essa foi a direção que apresentou maior continuidade espacial.

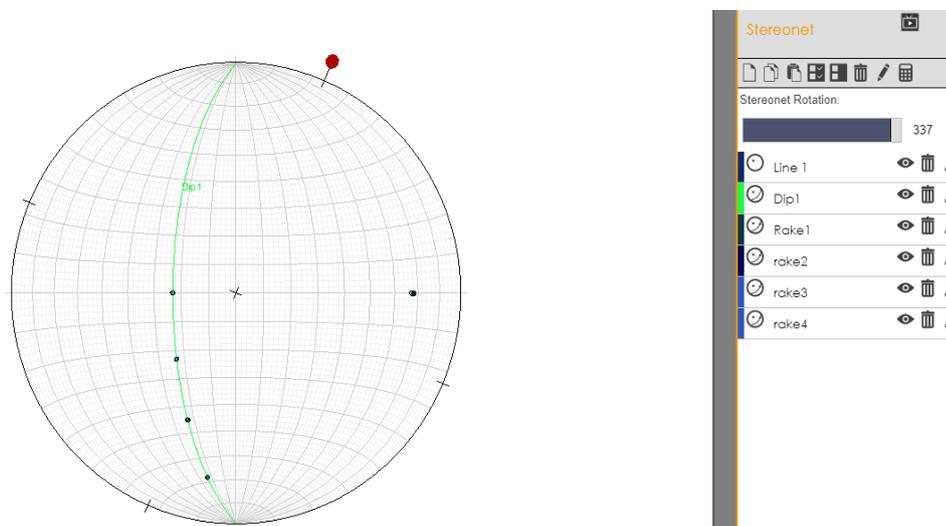
Figura 24 - Variograma na direção 67.5° e mergulho 22.5° .



Fonte: SGeMS, 2021.

A Figura 25 mostra a plotagem da Stereonet para avaliar as possíveis direções de menor continuidade espacial.

Figura 25 - Stereonet com as possíveis direções de menor continuidade espacial.

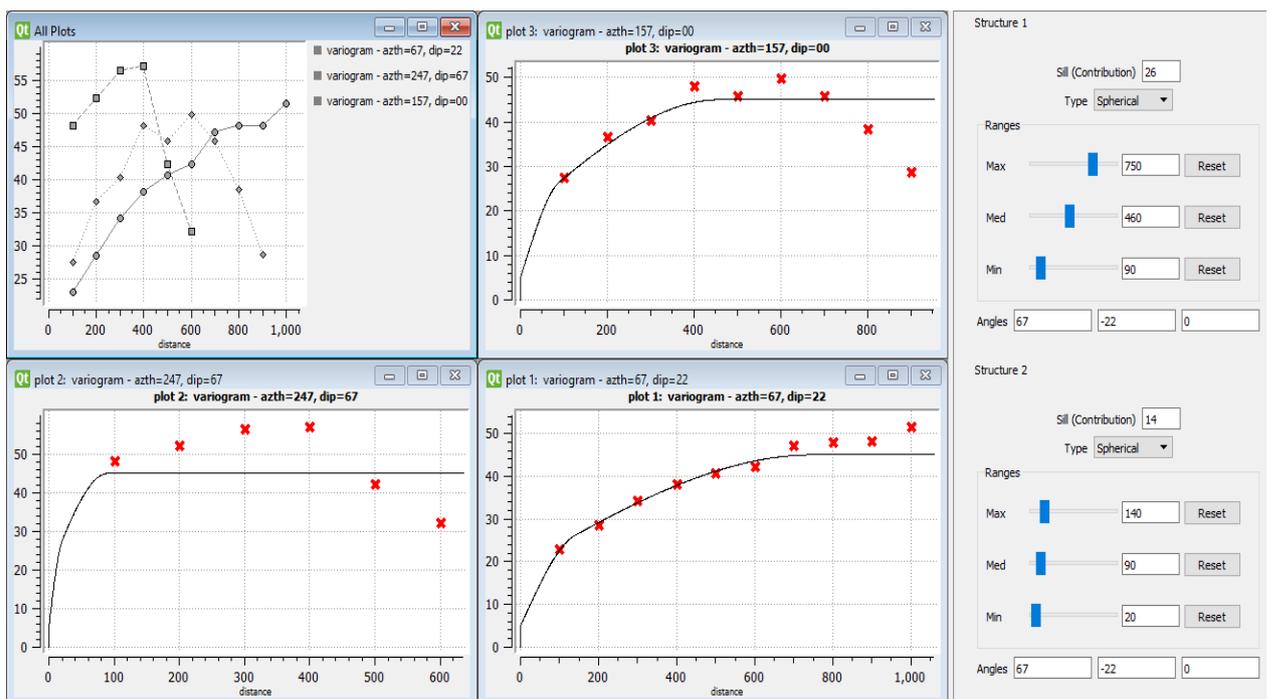


Fonte: SEEQUENT, 2021.

Foi realizado mais uma análise variográfica dessas direções, a direção que apresentou um menor alcance foi o azimute de 247° e mergulho de 67° . Nessa direção o alcance da estrutura 01 foi de 90 metros e da estrutura 02 de 40 metros. A partir desses resultados, a direção ortogonal às direções de maior e menor continuidade, com azimute de 157° e mergulho de 0° , foi definida como a direção continuidade espacial intermediária.

Com essas 3 direções, foi ajustado o modelo do variograma ao variograma experimental, esse ajuste está apresentado na Figura 26. O modelo do variograma obteve o valor do alcance máximo de 750 metros, o alcance médio de 460 metros e o alcance mínimo de 90 metros.

Figura 26 - Ajuste do modelo ao variograma experimental.



Fonte: SGeMS, 2021.

Os parâmetros definidos para cada estrutura do modelo do variograma estão apresentados pela Tabela 4.

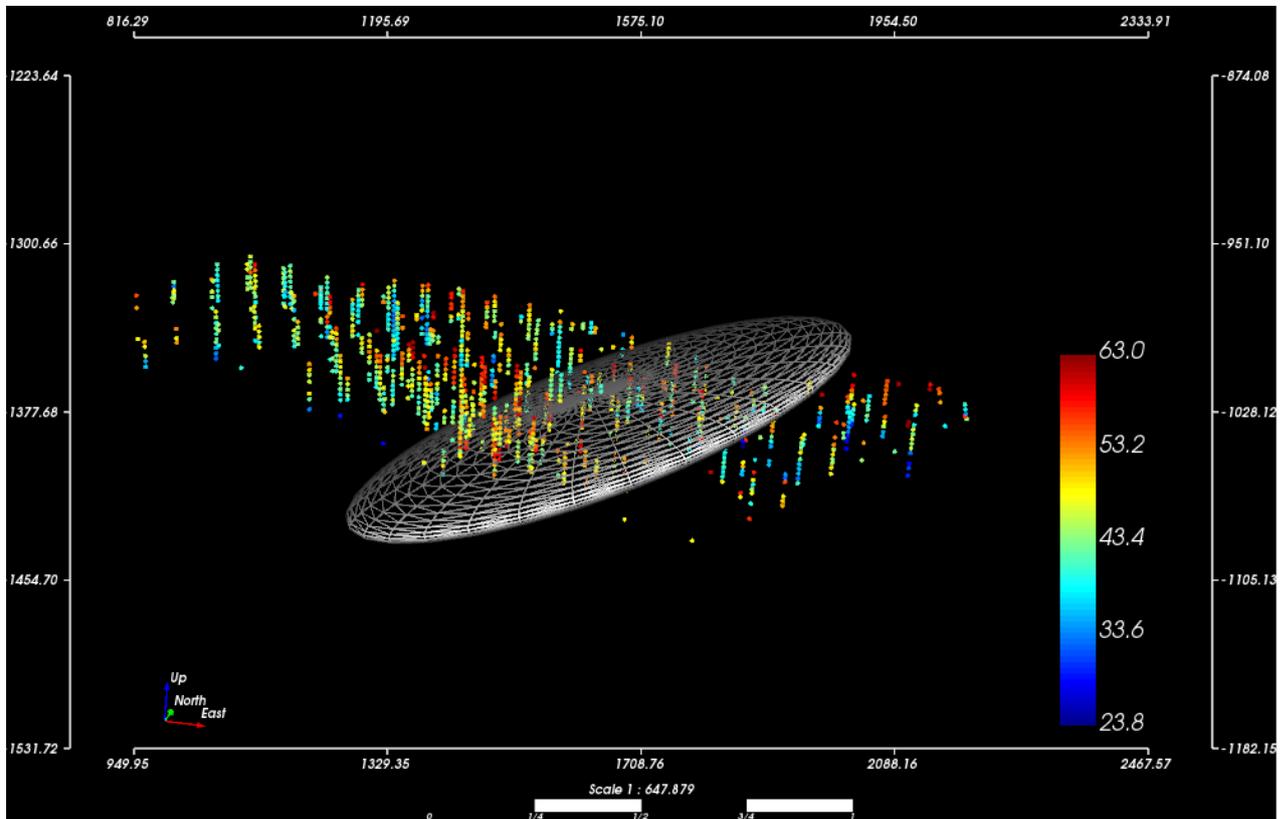
Tabela 4 - Sumário das estruturas do variograma.

Estruturas	Modelo	Patamar	Alcance máximo	Alcance médio	Alcance mínimo
Efeito Pepita	Efeito pepita	5	-	-	-
Estrutura 01	Esférico	26	750	460	90
Estrutura 02	Esférico	14	140	90	20

Fonte: Autoria própria.

O elipsoide de busca definido a partir da variografia foi plotado e está apresentado pela Figura 27.

Figura 27 - Elipsoide de busca.



Fonte: SGeMS, 2021.

A função matemática que representa o variograma modelado está apresentada na Equação 17.

$\gamma(h) = \text{Efeito pepita} + \text{Estrutura 1} + \text{Estrutura 2}$

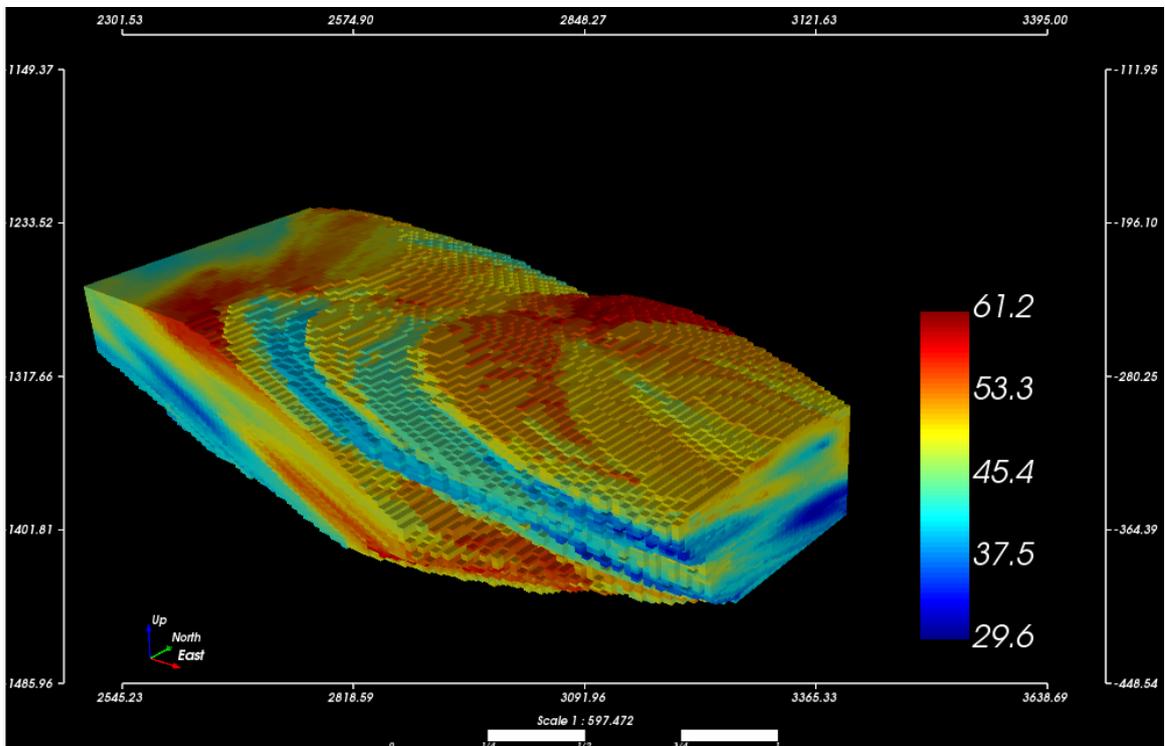
$$\gamma(h) = 5 + 14. \text{Sph} \left[\frac{h_{N67/Dip22}}{140} + \frac{h_{N157/Dip0}}{90} + \frac{h_{N247.5/Dip67}}{20} \right] + 26. \text{Sph} \left[\frac{h_{N67/Dip22}}{750} + \frac{h_{N157/Dip0}}{460} + \frac{h_{N247.5/Dip67}}{90} \right] \quad (\text{Equação 17})$$

Toda a variografia está apresentada no Anexo A deste trabalho.

4.4 Estimativa de teor

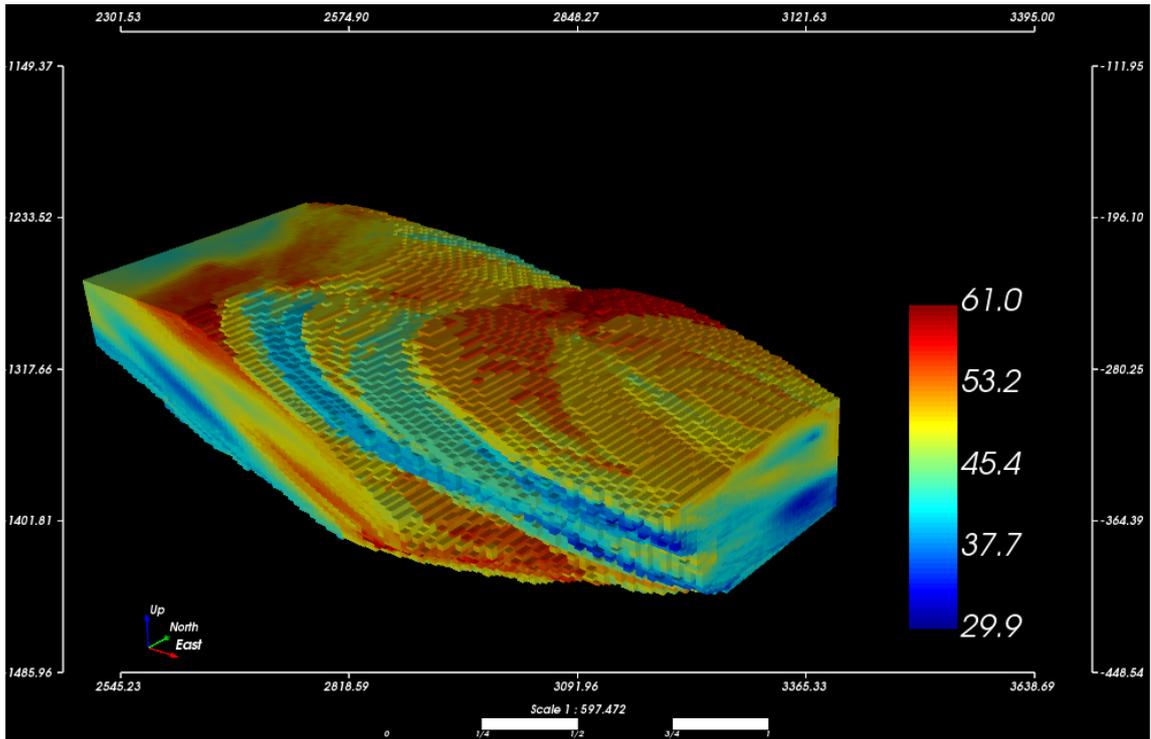
A estimativa desse modelo foi feita pelo método da krigagem ordinária, através do software SGeMS. O eixo principal e o alcance do elipsoide de busca foram determinados de acordo com o variograma, conforme foi citado na metodologia deste trabalho. A Figura 28 mostra o modelo de blocos estimado com o máximo de 12 amostras, e a Figura 29 apresenta o modelo estimado com o máximo de 24 amostras.

Figura 28 - Modelo estimado com máximo de 12 amostras.



Fonte: SGeMS, 2021.

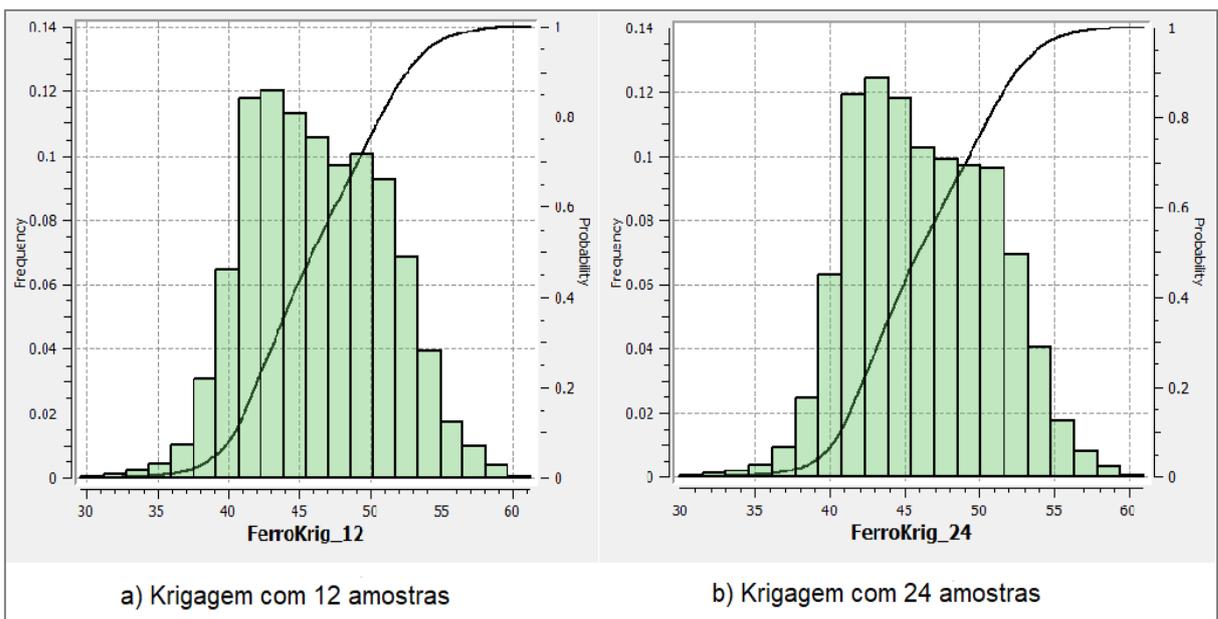
Figura 29 - Modelo estimado com máximo de 24 amostras.



Fonte: SGeMS, 2021.

A Figura 30 exibe os histogramas das estimativas. A Tabela 5 faz um comparativo da estatística das duas estimativas realizadas e dos dados amostrados.

Figura 30 - Histogramas das estimativas com 12 e 24 amostras.



Fonte: SGeMS, 2021.

Tabela 5 - Estatística descritiva das estimativas de teor e dos dados amostrados.

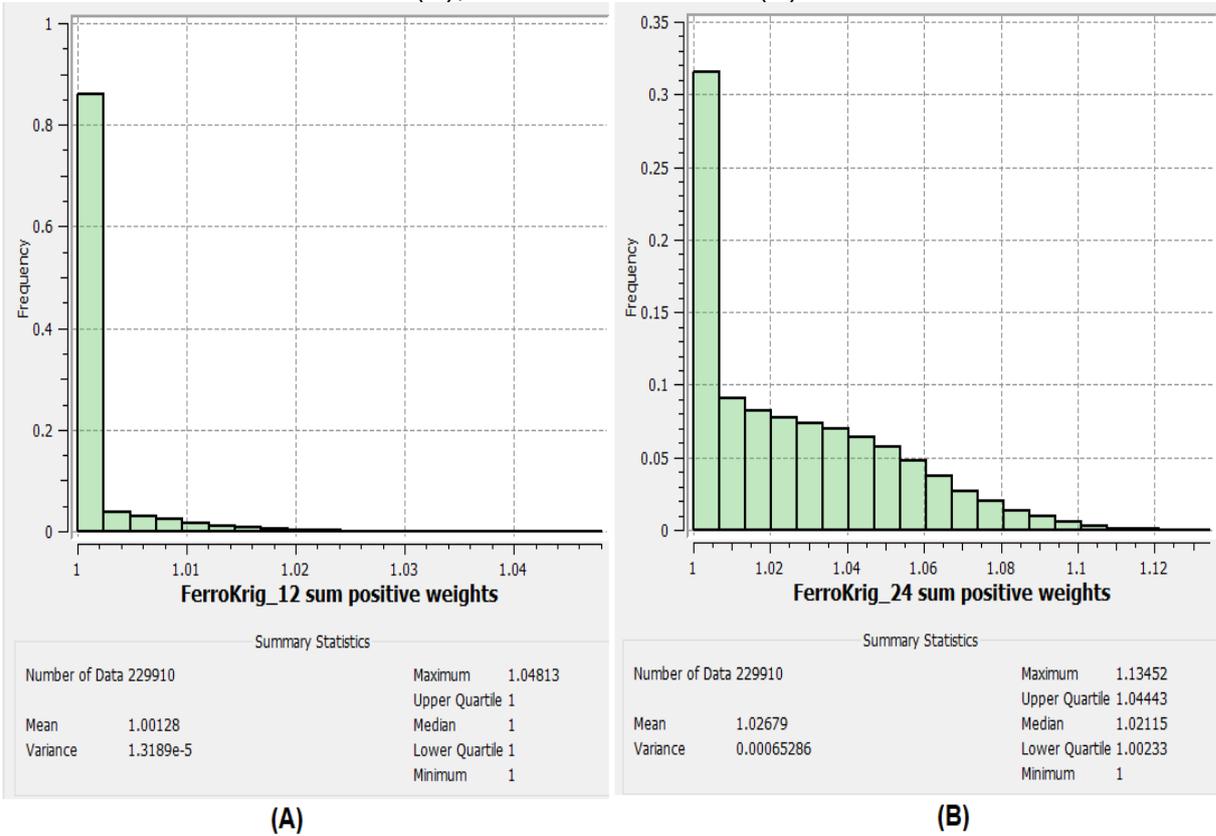
Estatística descritiva	Estimativa com 12 amostras	Estimativa com 24 amostras
Média	46.2341	46.2866
Variância	22.6006	21.0686
Mínimo	29.63	29.9
Quartil inferior	42.53	42.67
Mediana	45.94	45.93
Quartil superior	49.86	49.87
Máximo	61.24	60.99
Assimetria	0.1198	0.1359

Fonte: SGeMS, 2021.

A análise dos histogramas mostra que não houve diferença significativa em realizar a estimativa com um máximo de 12 ou de 24 amostras. Esperava-se que selecionando um número maior de amostras para a estimativa resultaria em uma maior suavização da krigagem, isso pode ser observado pelo fato da krigagem com 24 amostras ter apresentado um valor de variância menor do que a krigagem com 12 amostras.

A Figura 31 mostra uma comparação dos histogramas da soma dos pesos positivos das duas krigagens realizadas, como a soma dos pesos da krigagem é igual a 1, se a soma dos pesos positivos for maior que 1 nos indicam a presença de pesos negativos, nos histogramas podemos observar que na krigagem com 24 amostras há uma maior ocorrência de pesos maiores que 1. Como não é desejável que ocorra os pesos negativos e não houve diferença considerável na estatística dos teores estimados pelas duas krigagens, seguiu-se o estudo apenas da estimativa com máximo de 12 amostras.

Figura 31 - Histogramas da soma dos pesos positivos da krigagem com 12 amostras (A), e com 24 amostras (B).



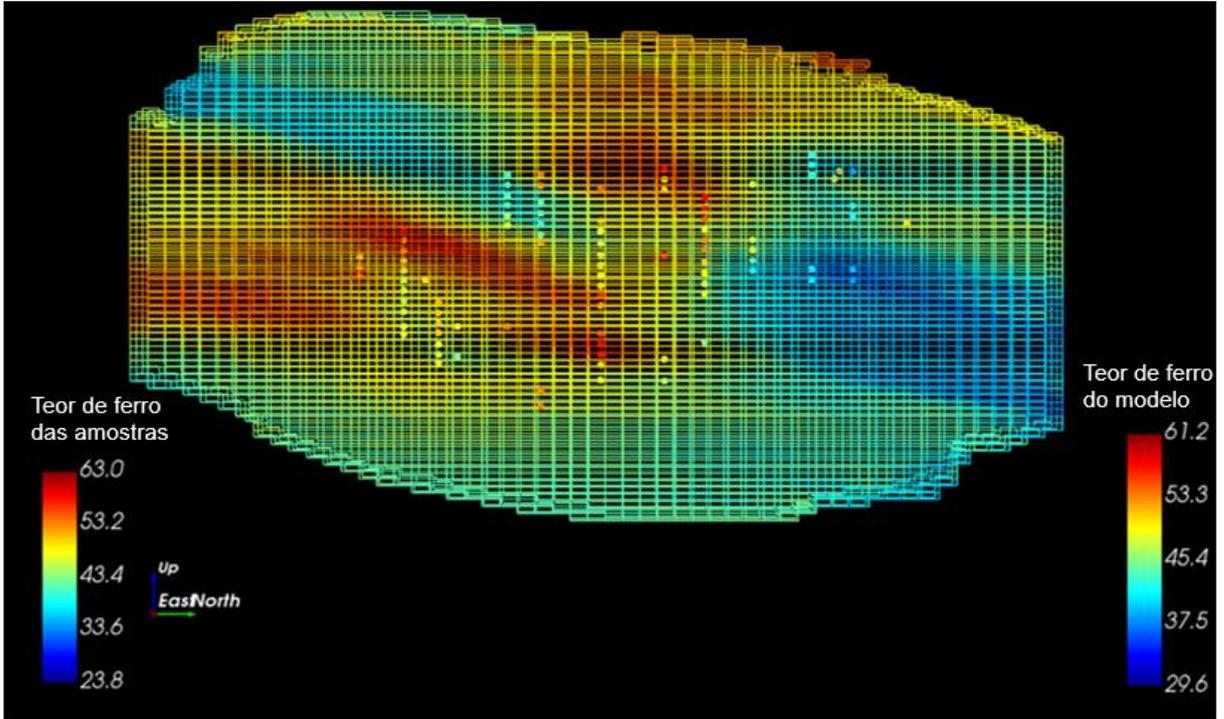
Fonte: SGeMS, 2021.

4.5 Validação do modelo

4.5.1 VALIDAÇÃO VISUAL

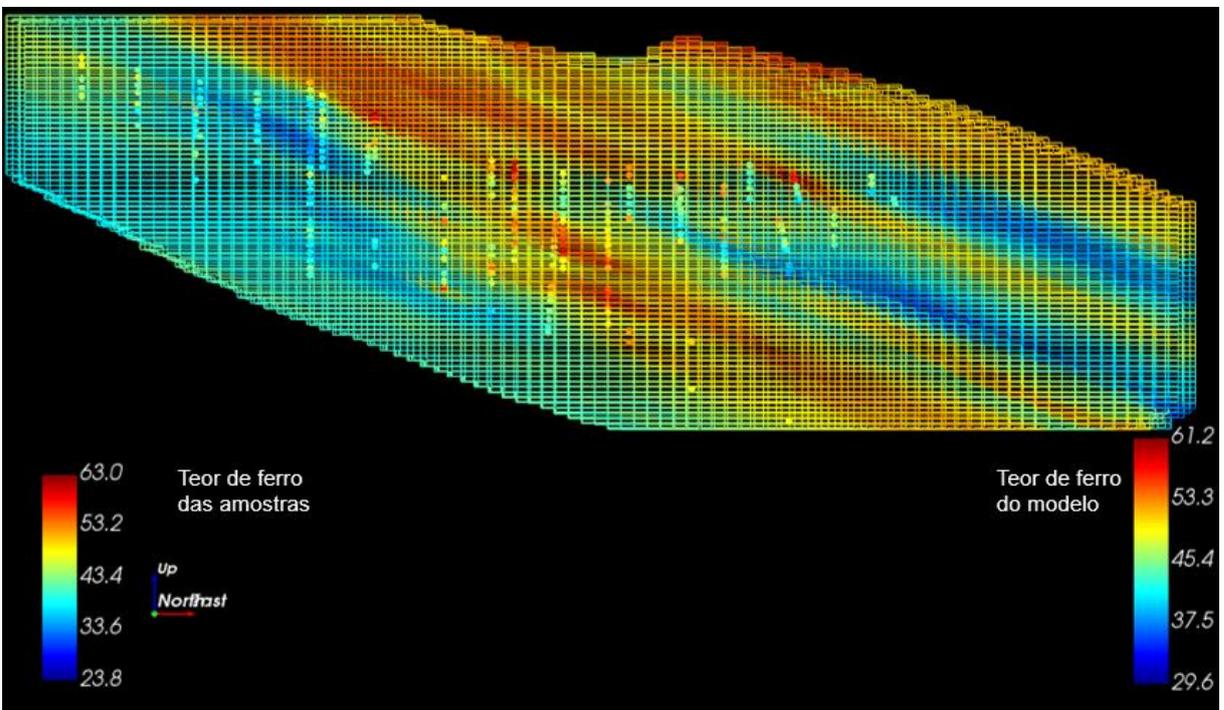
As validações da estimativa realizada tiveram início com a análise visual das seções do modelo confrontadas com os dados amostrados. A Figura 32 mostra a seção realizada na direção Norte-Sul, a Figura 33 apresenta a seção na direção Leste-Oeste e a Figura 34 mostra a seção na direção vertical.

Figura 32 - Seção na direção Norte-Sul.



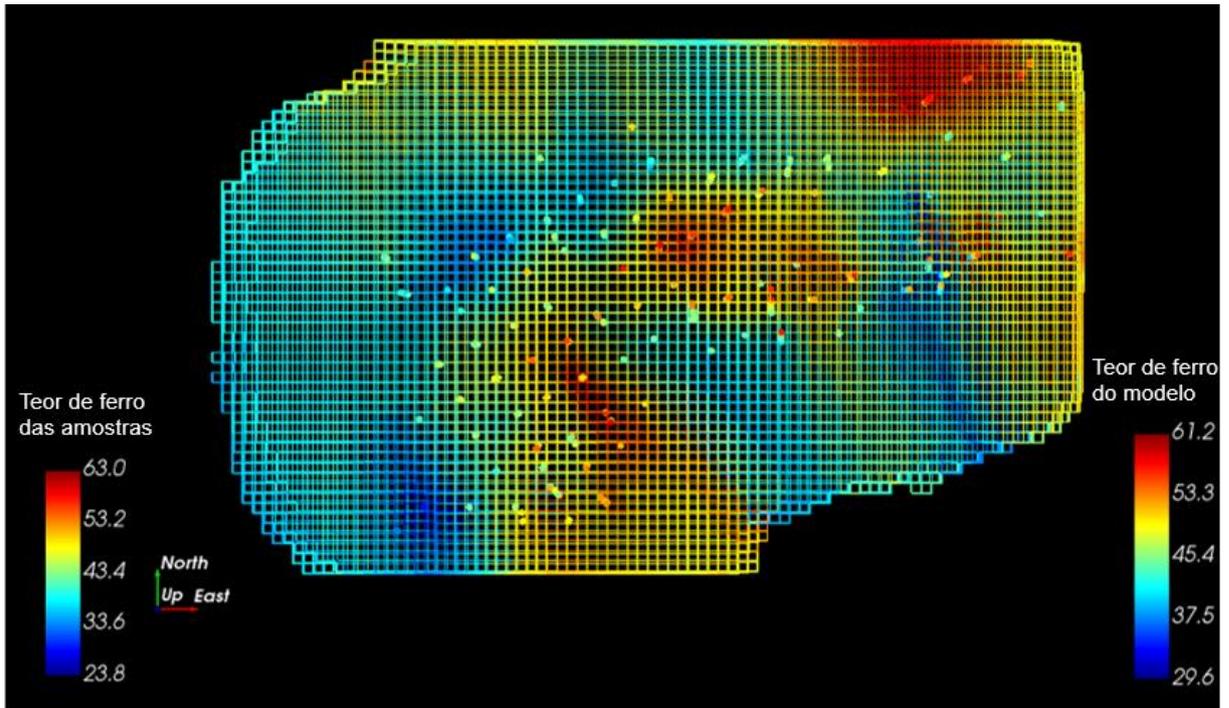
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 33 - Seção na direção Leste-Oeste.



Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 34 - Seção na direção vertical.



Fonte: SGeMS, 2021.

Nas seções temos a visualização do modelo de blocos por *wireframes*, e os pontos representando as amostras. Podemos observar que as amostras de alto teor estão localizadas nas zonas alto teor do modelo, o mesmo acontece com as amostras de baixo teor, visualmente, os resultados das estimativas estão coerentes com o que era esperado. As demais seções elaboradas estão apresentadas no Anexo B.

4.5.2 COMPARAÇÃO DAS MÉDIAS

Através da Tabela 6 é efetuado uma comparação da análise estatística dos dados amostrados e dos valores estimados. Essa análise nos mostra que as médias obtiveram valores muito próximos, o mesmo ocorreu com a mediana e com os quartis. Podemos constatar também que a variância dos dados estimados apresentou valor menor que os dados amostrados, devido o suporte dos blocos serem maior que o suporte dos pontos amostrais.

Tabela 6 - Comparação estatística das amostras e do modelo estimado.

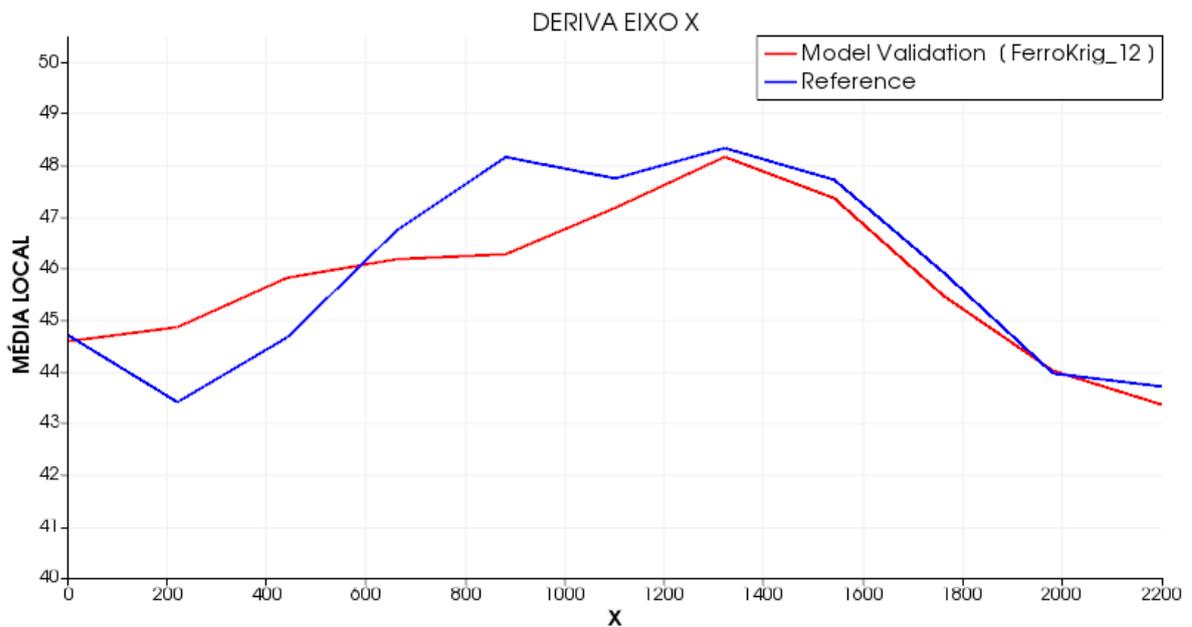
Estatística descritiva	Dados amostrados	Dados do modelo estimado
Média	46.2938	46.2341
Variância	44.9326	22.6006
Mínimo	23.8	29.63
Quartil inferior	41.5	42.53
Mediana	46.1	45.94
Quartil superior	51	49.86
Máximo	63	61.24
Assimetria	0.0104	0.1198

Fonte: EXCEL, 2021.

4.5.3 ANÁLISE DE DERIVA

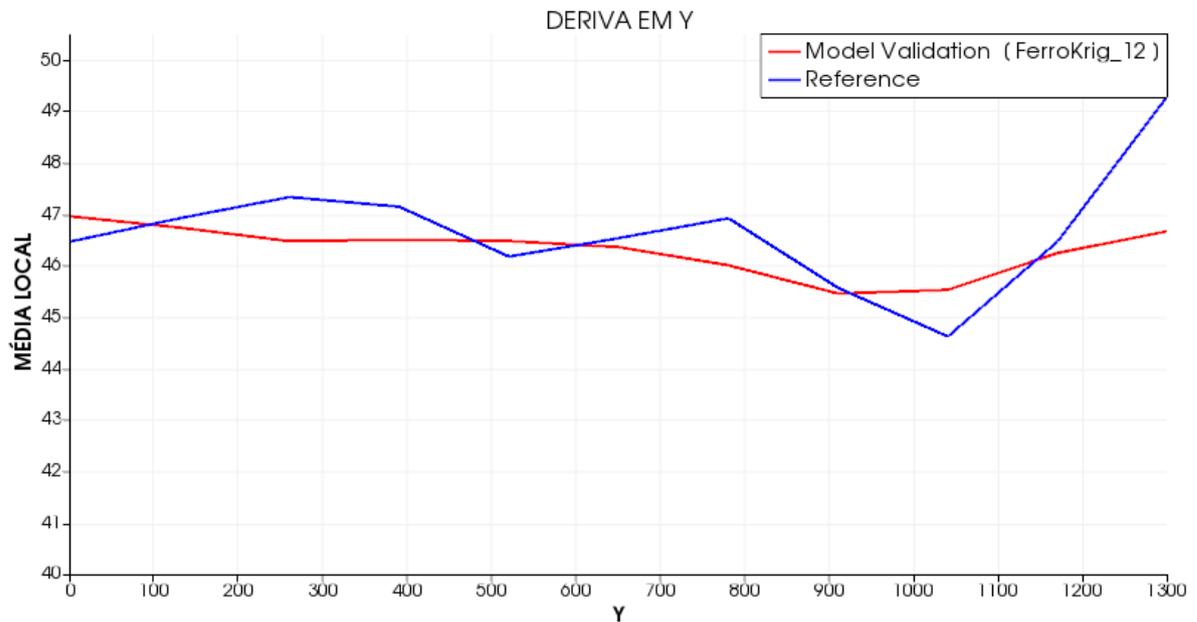
As médias locais do modelo krigado e do modelo que representa as amostras foram calculadas e plotadas pelo *software* SGeMS. O gráfico da deriva no eixo X está apresentado na Figura 35, do eixo Y na Figura 36 e do eixo Z na Figura 37.

Figura 35 - Análise de deriva no eixo X.



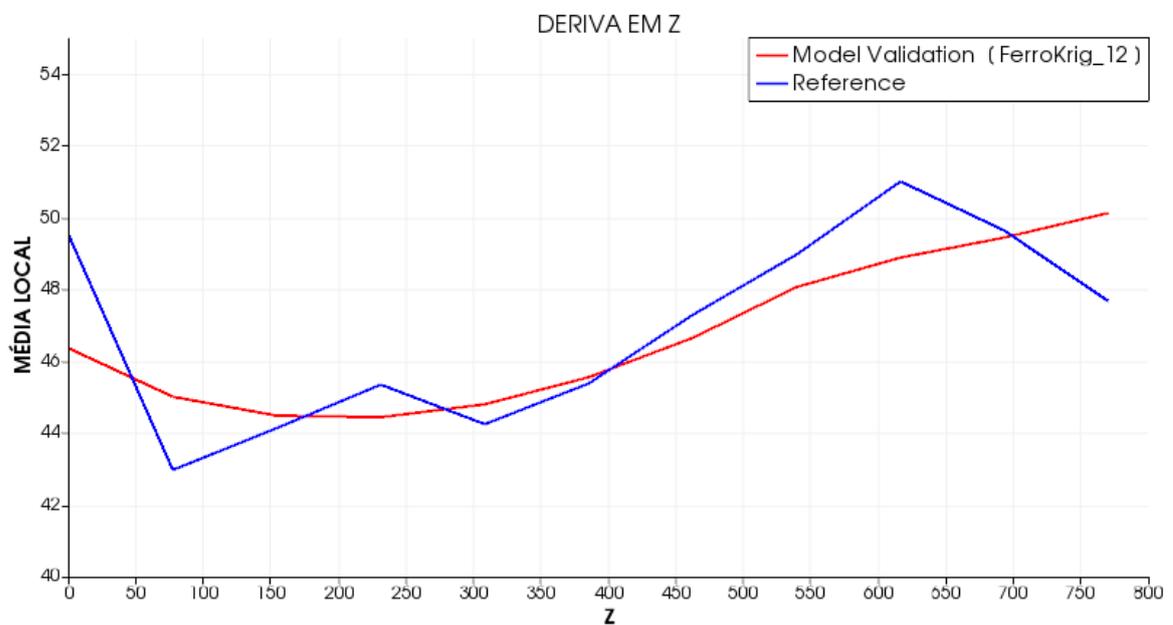
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 36 - Análise de deriva no eixo Y.



Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 37 - Análise de deriva no eixo Z.



Fonte: SGeMS, 2021.

Os gráficos nos mostram que as curvas apresentaram comportamento semelhante, e as médias locais obtiveram valores próximos, isso indica que a qualidade da estimativa foi boa. Pode-se observar também que a curva dos valores estimados está

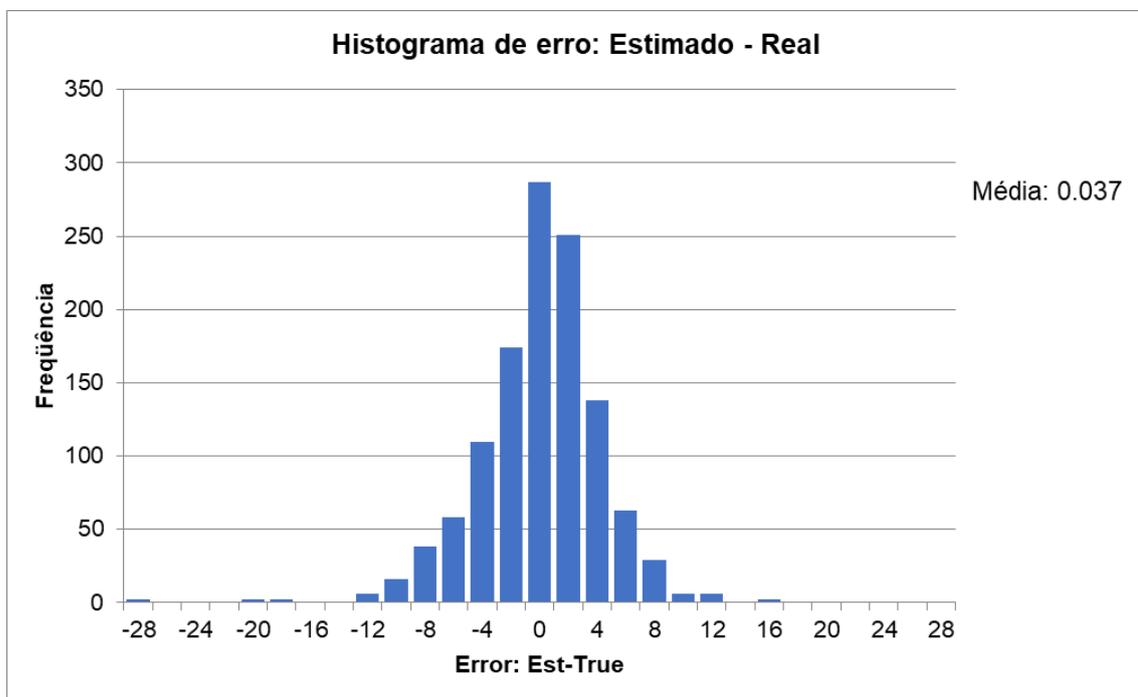
mais atenuada em relação aos valores amostrados, isso ocorre devido ao efeito de suavização da krigagem.

4.5.4 VALIDAÇÃO CRUZADA

A validação cruzada foi realizada através do *software* GSLib, o arquivo de *output* foi importado para o *software* Excel onde foi feito as análises estatísticas do resultado da validação. Os dados estimados obtiveram uma média de 46.33%, valor muito próximo da média dos dados reais que é 46.29%.

A validação teve como resultado também o cálculo do erro, que é a diferença entre os dados estimados menos os dados reais, a Figura 38 mostra a plotagem do histograma dos erros calculados, quanto mais próximo de zero os erros estiverem indicam uma melhor qualidade da estimativa.

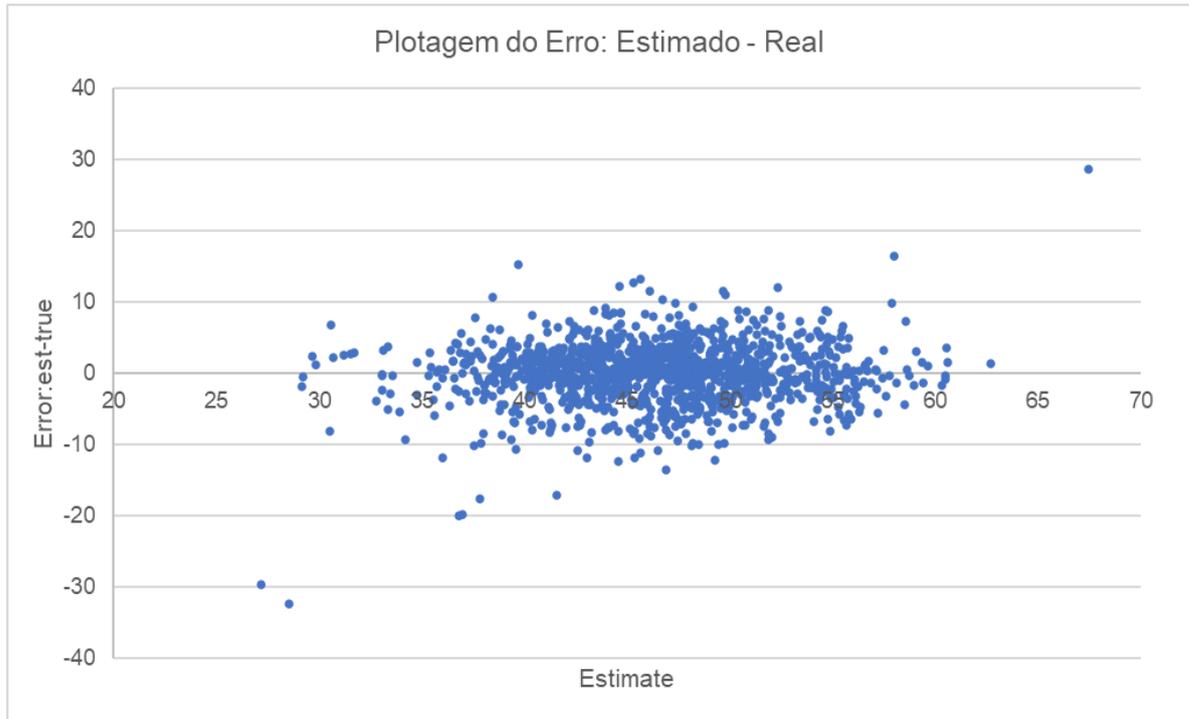
Figura 38 - Histograma dos erros estimado - real.



Fonte: EXCEL, 2021.

A Figura 39 mostra a plotagem da dispersão dos erros em relação aos dados estimados, nele podemos observar que o erro ficou oscilando em torno de zero, o que nos mostra que não houve uma tendenciosidade da estimativa.

Figura 39 - Gráfico do erro pelos valores estimados.



Fonte: EXCEL, 2021.

A Figura 40 mostra o gráfico de dispersão entre os valores reais e estimados, nele foi plotado também o ajuste de linha calculado pela regressão linear dos dados. A Tabela 7, a Tabela 8 e a Tabela 9 mostram os resultados da regressão linear.

Tabela 7 - Dados da regressão linear.

Estatística de regressão	
Coef. de correlação	0.7589
R-Quadrado	0.5760
R-quadrado ajustado	0.5756
Erro padrão	3.59642
Observações	1193

Fonte: EXCEL, 2021.

Tabela 8 - Análise de variância.

	<i>GL</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	1	20922.9165	20922.9165	1617.6424	4.07E-224
Resíduo	1191	15404.6372	12.9342		
Total	1192	36327.5536			

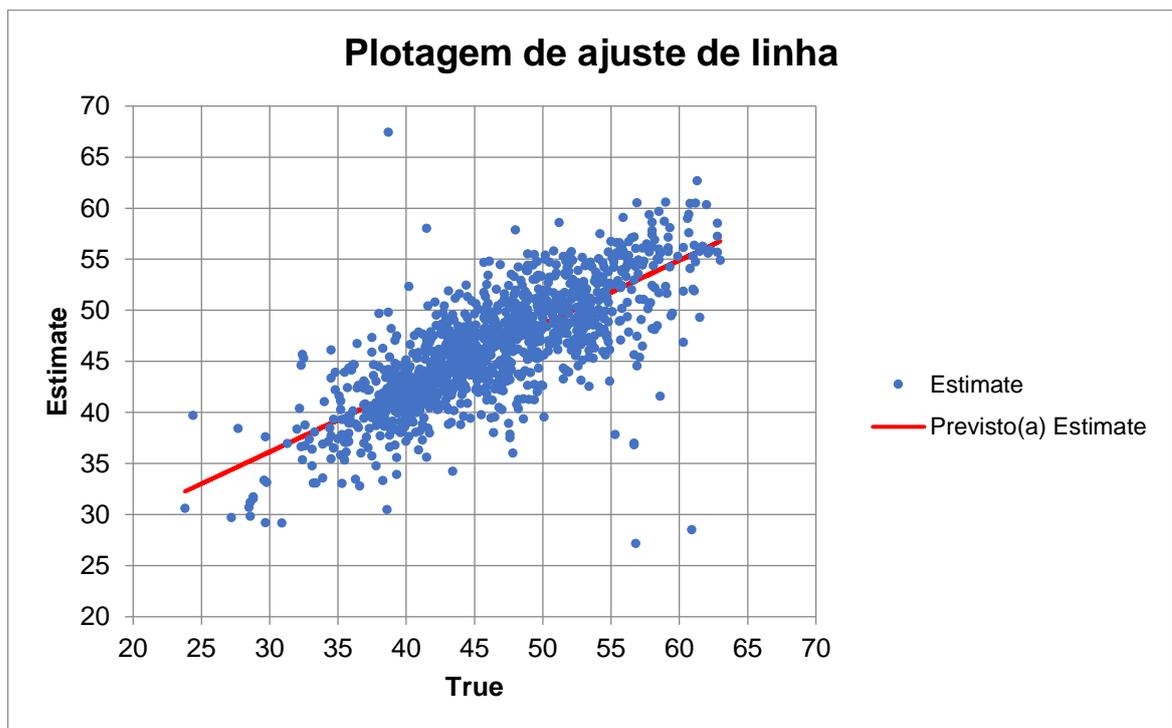
Fonte: EXCEL, 2021.

Tabela 9 - Coeficientes do modelo.

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>
Interseção	17.3828	0.7272	23.90529	1.77E-103
True	0.6253	0.0155	40.21992	4.07E-224

Fonte: EXCEL, 2021.

Figura 40 - Gráfico de dispersão Real x Estimado.

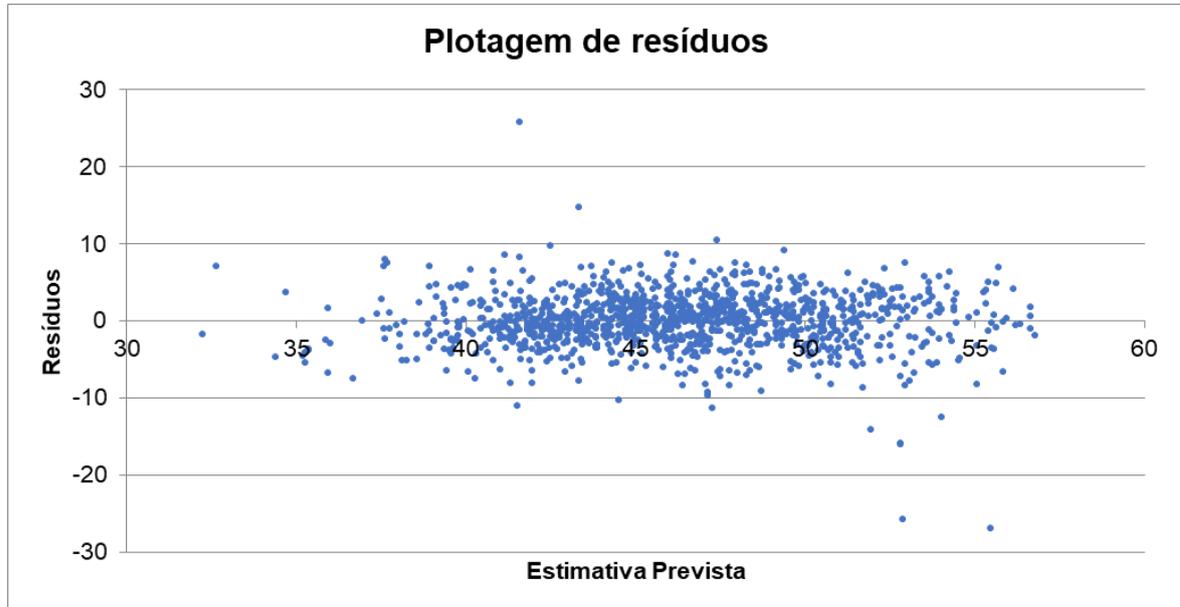


Fonte: EXCEL, 2021.

Os valores reais e estimados apresentaram um coeficiente de correlação igual a 0.76, o R quadrado da regressão foi de 0.576.

Foi plotado na Figura 41 o gráfico dos resíduos da regressão pelos valores estimados ajustados pelo modelo. Podemos observar que os resíduos tiveram uma oscilação linear em torno de zero.

Figura 41 - Gráfico de Resíduos x Estimativa prevista.



Fonte: EXCEL, 2021.

4.6 Quantificação e classificação dos recursos

Com a estimativa dos teores pronta e o modelo validado foi realizado a quantificação das reservas desse depósito. A Tabela 10 expressa os valores da massa total do depósito, a massa total de ferro e o teor médio do depósito.

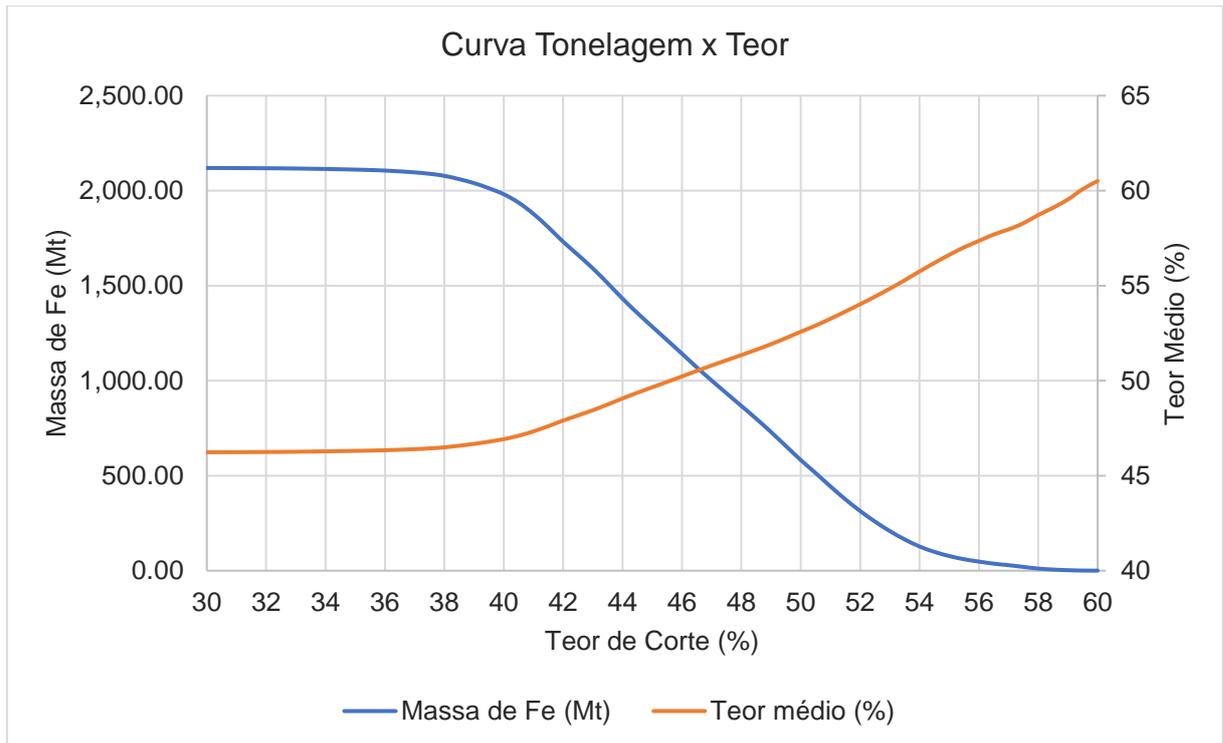
Tabela 10 - Quantificação da reserva de ferro do modelo estimado.

Valores totais do modelo	
Massa (t)	4,583,830,625.00
Massa Fe (t)	2,119,291,509.43
Teor Médio (%)	46.23%

Fonte: EXCEL, 2021.

A partir desses resultados foi elaborado uma curva de teor-tonelagem em função do teor de corte. Como o modelo apresentou um teor mínimo de 29.6% e um teor máximo de 61.2%, a curva foi definida variando o teor de corte de 30% a 60%. O resultado está apresentado pela Figura 42.

Figura 42 - Gráfico de tonelagem pelo teor



Fonte: EXCEL, 2021.

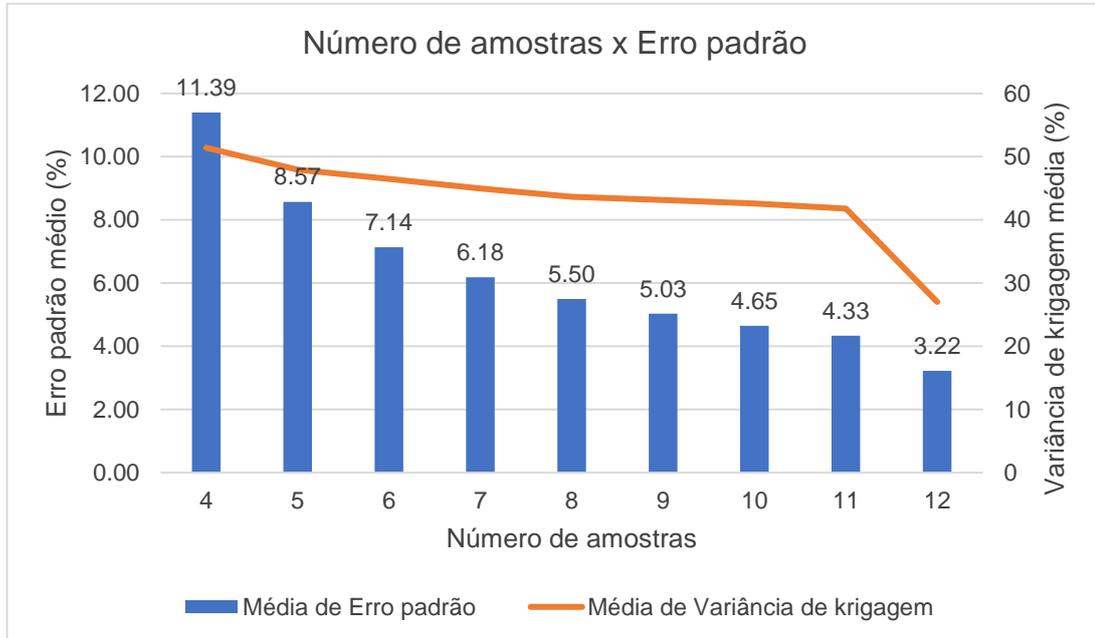
Para finalizar o estudo, foi feito o procedimento para quantificar o erro associado à estimativa. Foi calculado o erro padrão da média estimada para cada bloco com base na variância de krigagem.

O erro padrão obteve um valor mínimo de $\pm 0.965\%$ e um valor máximo de $\pm 12.543\%$. Foi calculado também o erro global do modelo, com ele podemos expressar o intervalo da média do modelo como $46.23\% \pm 3.73\%$, com 95% de confiança.

A Figura 43 mostra o gráfico do erro padrão médio dos blocos para cada número de amostras utilizadas na estimativa, e também a variância de krigagem média. Podemos

observar que a variância e o erro são maiores nas estimativas que usaram poucas amostras.

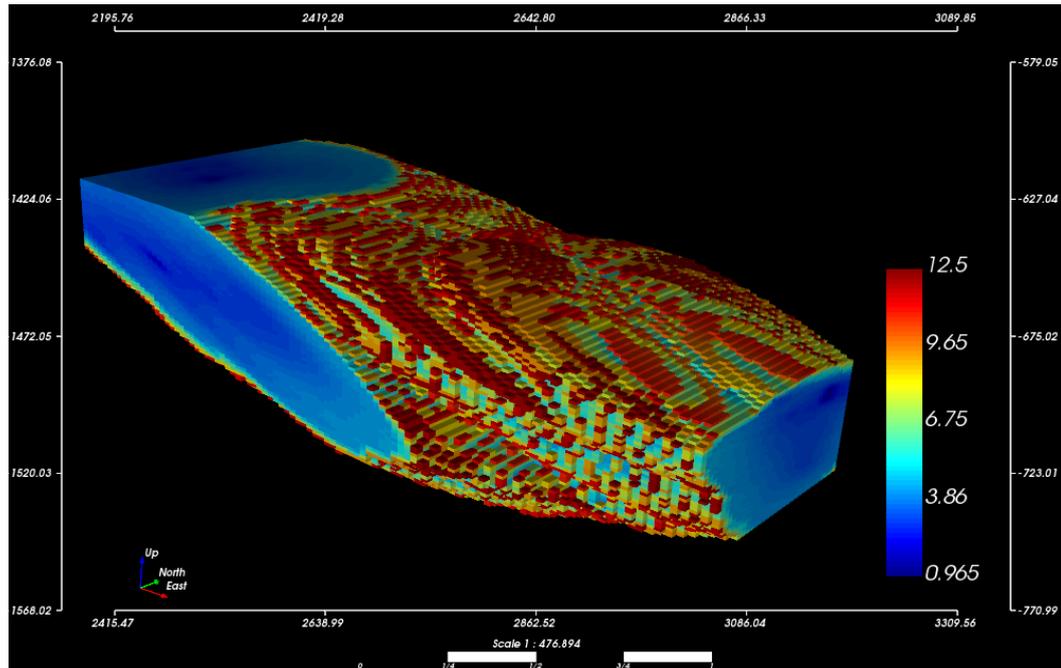
Figura 43 - Gráfico do erro padrão médio pelo número de amostras da estimativa.



Fonte: EXCEL, 2021.

Os resultados do cálculo do erro padrão foram importados para o SGeMS para visualizarmos a distribuição do erro no modelo, essa visualização está apresentada na Figura 44, nela podemos observar que os valores altos do erro estão concentrados nas bordas do modelo, isso ocorre porque nessa região há menos amostras disponíveis para realizar a estimativa, e de acordo com o que já foi discutido, um número menor de amostras na estimativa gera um valor maior de variância de krigagem.

Figura 44 - Visualização do erro padrão do modelo.



Fonte: SGeMS, 2021.

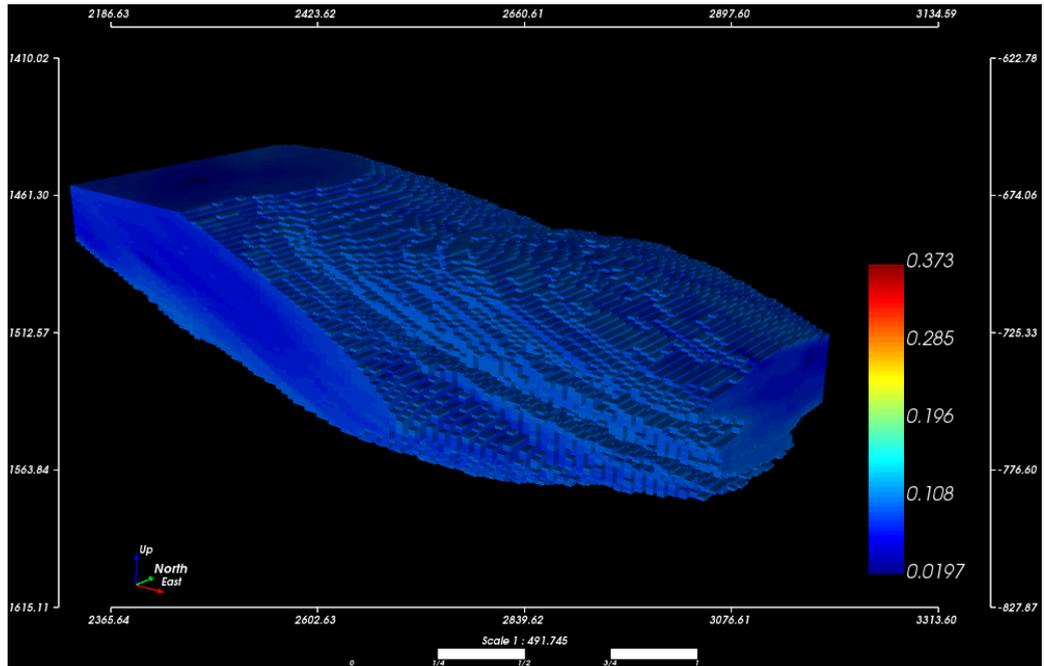
A incerteza da estimativa foi determinada pela razão do erro padrão pela média estimada, esse procedimento foi realizado para todos os blocos. A incerteza apresentou um valor mínimo de 1.97%, um valor máximo de 37.28% e uma média de 8.13%. Esse cálculo foi utilizado para classificar os recursos em medido, indicado e inferido, conforme foi proposto na metodologia desse trabalho, os resultados estão expressos na Tabela 11. O mapa do recurso medido está apresentado pela Figura 45, do recurso indicado pela Figura 46 e do recurso inferido pela Figura 47.

Tabela 11 - Classificação dos recursos.

Recursos	Massa Fe (t)	Teor Médio (%)
Medido	1,834,253,629.98	46.49
Indicado	229,795,287.26	44.51
Inferido	55,242,590.28	45.29

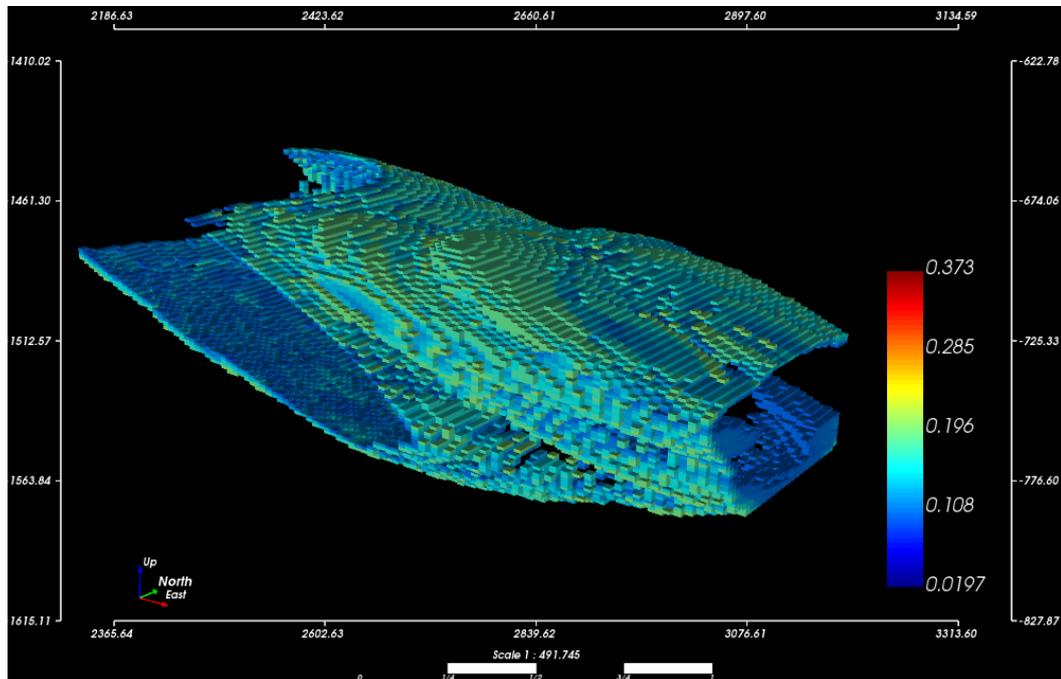
Fonte: EXCEL, 2021.

Figura 45 - Recurso medido.



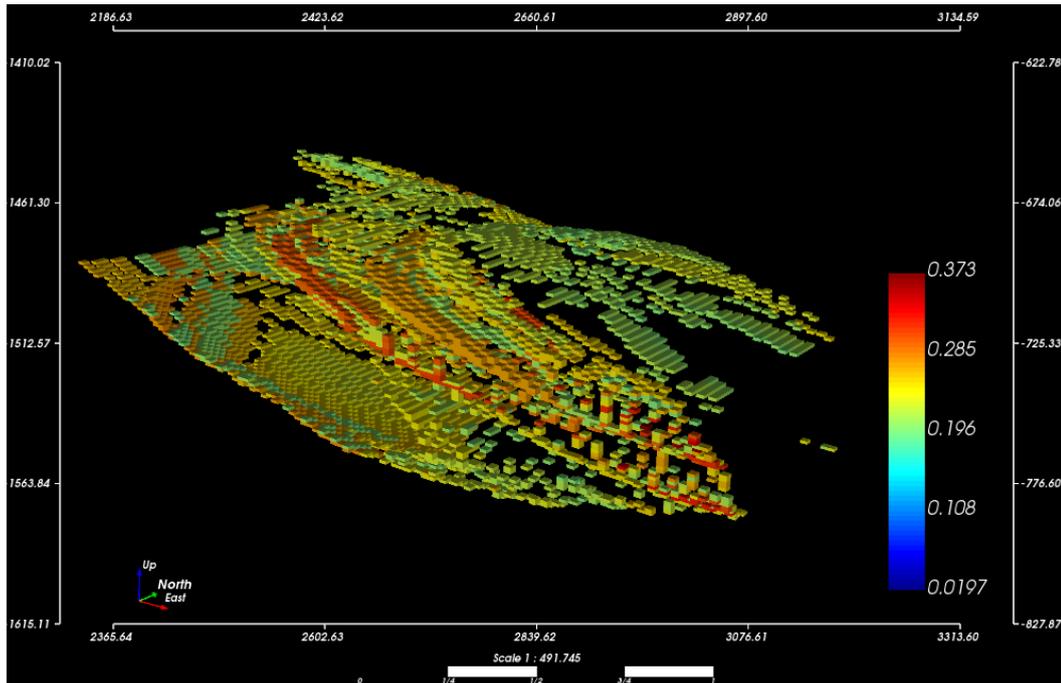
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 46 - Recurso indicado.



Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 47 - Recurso inferido.



Fonte: SGeMS, 2021.

5 CONCLUSÃO

Uma estimativa de teores imprecisa pode acarretar em uma diferença na tonelagem esperada de metal contido no depósito com o valor real. Como o estudo econômico do projeto de mineração é baseado nessa estimativa, um erro pode inviabilizar a implementação do empreendimento e até causar grandes prejuízos financeiros.

O objetivo geral do trabalho foi alcançado, deste modo foram realizadas a estimativa e classificação de recursos para o depósito de ferro em estudo de caso. Assim a partir disto foi quantificado o erro relacionado ao método de estimativa.

A análise exploratória dos dados indicou apenas uma população. Não foram identificados agrupamentos preferenciais. A modelagem variográfica indicou que a direção de maior continuidade (mergulho/azimute) foi de $22^{\circ}/067^{\circ}$, a intermediária de $0^{\circ}/157^{\circ}$ e a de menor continuidade $67^{\circ}/247^{\circ}$.

Duas estratégias de krigagens ordinária foram realizadas, sendo possível observar que ao utilizar um número máximo de 24 amostras não resultou em diferenças significativas dos dados estimados, em relação à estimativa com máximo de 12 amostras. Porém, a estimativa com o máximo de 24 amostras apresentou uma quantidade maior de pesos negativos, que é algo não desejável na krigagem. Posto isso, a krigagem com 12 amostras foi escolhida.

As validações do modelo realizadas mostraram que os resultados estão condizentes com o esperado. A estimativa obteve um erro global pequeno, com poucos blocos apresentando um erro padrão mais elevado, isso pode ser observado pelo valor de tonelagem baixo dos recursos indicados e inferidos em relação ao recurso medido. Foi constatado que os blocos estimados com um menor número de amostras apresentaram um erro padrão maior.

A estimativa realizada apresentou baixos valores de incerteza, porém alguns autores citam alguns problemas do uso da variância de krigagem como medida de incerteza, isso se deve pelo fato dela ser calculada com base apenas na disposição espacial das

amostras, não levando em consideração os valores da variável, em função disso ela não quantifica a variabilidade local da estimativa.

Dentro do fluxo de trabalho no planejamento de lavra, existem sugestões para trabalhos futuros, tais como realizar a criação do modelo econômico; determinação da cava final, pushbacks e sequenciamento de lavra; operacionalização da cava final e dos pushbacks; avaliação do impacto da incerteza no planejamento de lavra de longo prazo. Além disso, fazer uma comparação com outros métodos de quantificação de incertezas como a variância de interpolação e a simulação geoestatística.

REFERÊNCIAS

ARMSTRONG, M. **Basic Linear Geostatistics**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998.

BRASIL. Agência Nacional de Mineração. **Anuário Mineral Brasileiro: principais substâncias metálicas**. Coordenação técnica de Marina Dalla Costa. Brasília: ANM, 2020. 30 p. Disponível em: <https://www.gov.br/anm/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/serie-estatisticas-e-economia-mineral/anuario-mineral/anuario-mineral-brasil-eiro/amb_2020_ano_base_2019_revisada2_28_09.pdf> Acesso em: 25 nov. 2020.

CAMPOS, P. H. A. **Um comparativo de metodologias no planejamento de lavra: sequenciamento direto de blocos vs. planejamento tradicional**. 2017. 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

COSTA, J. F. C. L.; MARQUES, D. M. **Introdução à Geoestatística**: Mestrado em Engenharia de Minas - DEMIN/PPGEM, UFRGS. 2012. Notas de aula.

DARLING, P. **SME Mining Engineering Handbook**. 3. ed. Littleton: Society of Mining, Metallurgy and Exploration, 2011. 1984 p.

DAGDELEN, K. **Open Pit Optimization—Strategies for Improving Economics of Mining Projects Through Mine Planning**. In: 17TH INTERNATIONAL MINING CONGRESS AND EXHIBITION OF TURKEY, 2001, Turquia, p. 117-121

DOHM, C. **Quantifiable Mineral Resource Classification: A Logical Approach**. In: LEUANGTHONG, O.; DEUTSCH, C. V. (Eds.). *Geostatistics Banff 2004. Quantitative Geology and Geostatistics*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2005. v. 14, p. 333-342.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. [s.l.] Oxford University Press, 1997.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An introduction to applied geostatistics**. 1. ed. New York: Oxford University Press, 1989.

JOHNSON, T. B. **Optimum open pit mine production scheduling**. 1968. 120 f. Tese (Doutorado) - Operations Research Department, University of California, Berkeley, 1968.

JORC - Joint Ore Reserves Committee. **Australasian Code for Reporting of Exploration Results, Mineral Resources, and Ore Reserves (The JORC Code)**. unspecified: The Joint Ore Reserves Committee of The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Australian Institute of Geoscientists, and Minerals Council of Australia. Report No.: 2012 Edition. Disponível em: <<http://www.jorc.org/about.asp>>. Acesso em: 26 nov. 2020.

JOURNEL, A. G. **Geostatistics: Models and tools for the earth sciences**. *Mathematical Geology*, v. 18, n. 1, p. 119-140, jan. 1986.

MATHERON, G. **Principles of geostatistics**. *Economic Geology*, v. 58, n. 8, p. 1246-1266, 1 dez. 1963.

MOHR, J. L.; SCUSSIATTO, M. P.; ANTOCHEVIZ, R. B. **Estudo de Pré-viabilidade de um Depósito de Fosfato**. Porto Alegre, RS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015.

OLEA, R. A. Declustering of Clustered Preferential Sampling for Histogram and Semivariogram Inference. *Mathematical Geology*, v. 39, n. 5, p. 453-467, 12 set. 2007.

OLIVEIRA, S. B. DE. **Estudos geoestatísticos aplicados à um depósito magmático de Ni-Cu**. Mestrado em Recursos Minerais e Meio Ambiente-São Paulo: Universidade de São Paulo, 6 mar. 2009.

PROVENZI, D. **Modelagem Geoestatística da Distribuição Espacial da Gasometria de Superfície na Atividade de E&P de Petróleo e Gás**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. p. 95, 2012.

RAMÍREZ, J. E. G. **Variabilidade Espacial do Parâmetro Geomêcanico RQD no Depósito Mineral Animas-Peru**. 2009. 167f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=14482@2>>. Acesso em: 09 mar. 2021.

REMY, N.; BOUCHER, A.; WU, J. **Stanford Geostatistics Modeling Software**. Stanford, California. 2020. Disponível em: <<http://sgems.sourceforge.net/?q=node/77>>. Acesso em: 07 abril. 2021.

RUBIO, R. J. H. **Otimização de parâmetros de krigagem baseada na minimização do erro absoluto e o erro quadrático**. Porto Alegre, RS: Universidade Federal Rio Grande do Sul, 2018.

SANTOS, P. A. DOS. **Estudo de densidade de rochas e comparação de técnicas de medição, na região do quadrilátero ferrífero Minas Gerais, Brasil**. Itabira, MG: Instituto Superior de Educação de Itabira, 2006.

SEEQUENT. Seequent Solutions. Visible Geology - **Stereonet Controls** - Beta Version. 2021. Disponível em: <<https://app.visiblegeology.com/stereonetApp.html>>. Acesso em: 24 mar. 2021.

SEIDEL, E. J.; OLIVEIRA, M. S. D. Proposta de um teste de hipótese para a existência de dependência espacial em dados geoestatísticos. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 20, n. 4, p. 750-764, dez. 2014.

SINCLAIR, A. J.; BLACKWELL, G. H. **Applied Mineral Inventory Estimation**. 1. ed. [s.l.] Cambridge University Press, 2002.

SOUZA, L. E. D. **Estimativa de Incertezas e Sua Aplicação na Classificação de Recursos Minerais**. Porto Alegre, RS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

SOUZA, L. E. D. **Proposição Geoestatística para Quantificação do Erro em Estimativas de Tonelagem e Teores**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM). p. 218, 2007.

STATIOS. Statios Softwares and Services. WinGslib – **Geostatistical Toolbox for Windows**. Versão 1.5.6. 2009. Disponível em: <<http://www.statios.com/WinGslib/index.html>>. Acesso em: 07 abril. 2021.

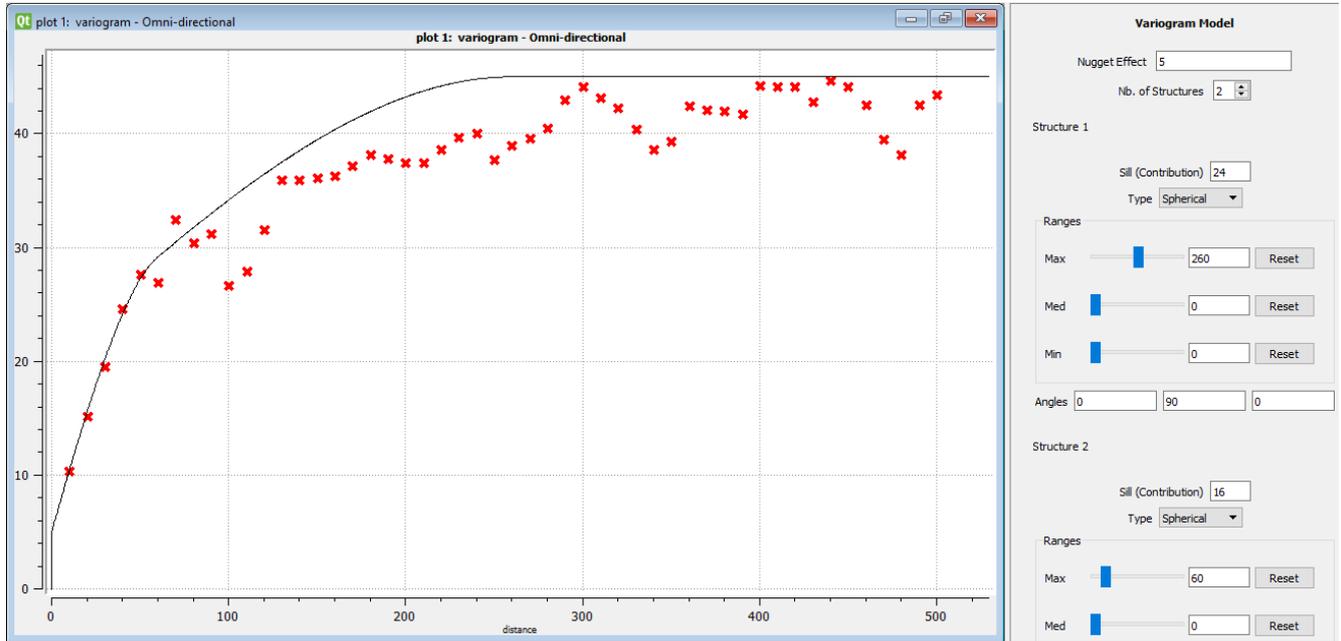
VANN, J.; JACKSON, S.; BERTOLI, O. Quantitative Kriging Neighbourhood Analysis for the Mining Geologist - A Description of the Method with Worked Case Examples. **The International Mining Geology Conference**, p. 9, 2003.

YAMAMOTO, J. K. **Avaliação e classificação de reservas minerais**. [s.l.] EdUSP, 2001.

YAMAMOTO, J. K.; ROCHA, M. M. D. **Revisão e Recomendações para o Cálculo e Classificação de Reservas Minerais**. Revista Brasileira de Geociências, v. 26, n. 4, p. 243-254, 1 dez. 1996.

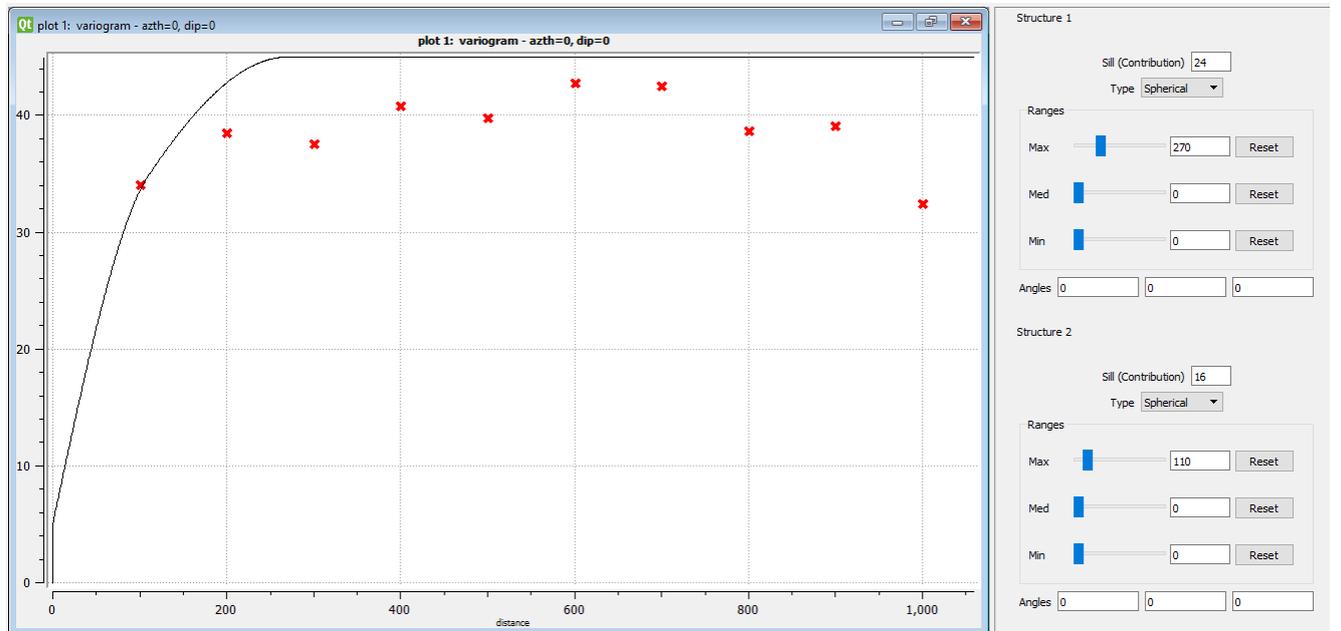
ANEXO A – VARIOGRAMAS EXPERIMENTAIS

Figura 48 - Variograma omnidirecional.



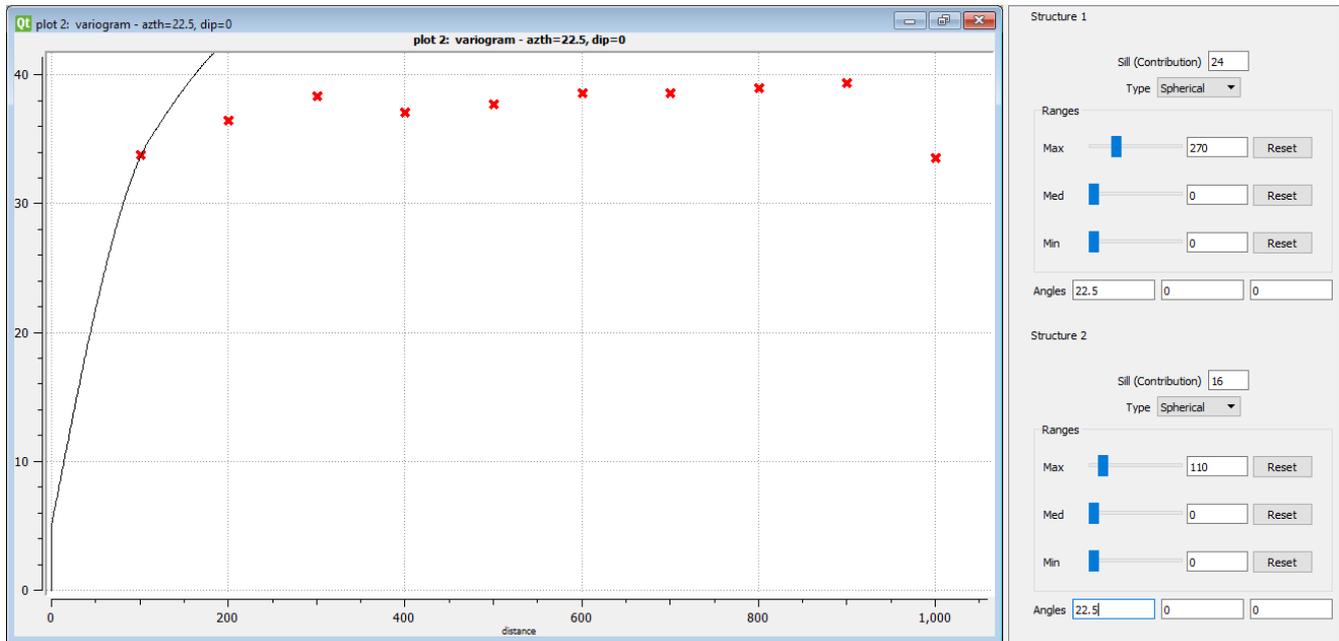
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 49 - Variograma azimute de 0° e mergulho de 0°.



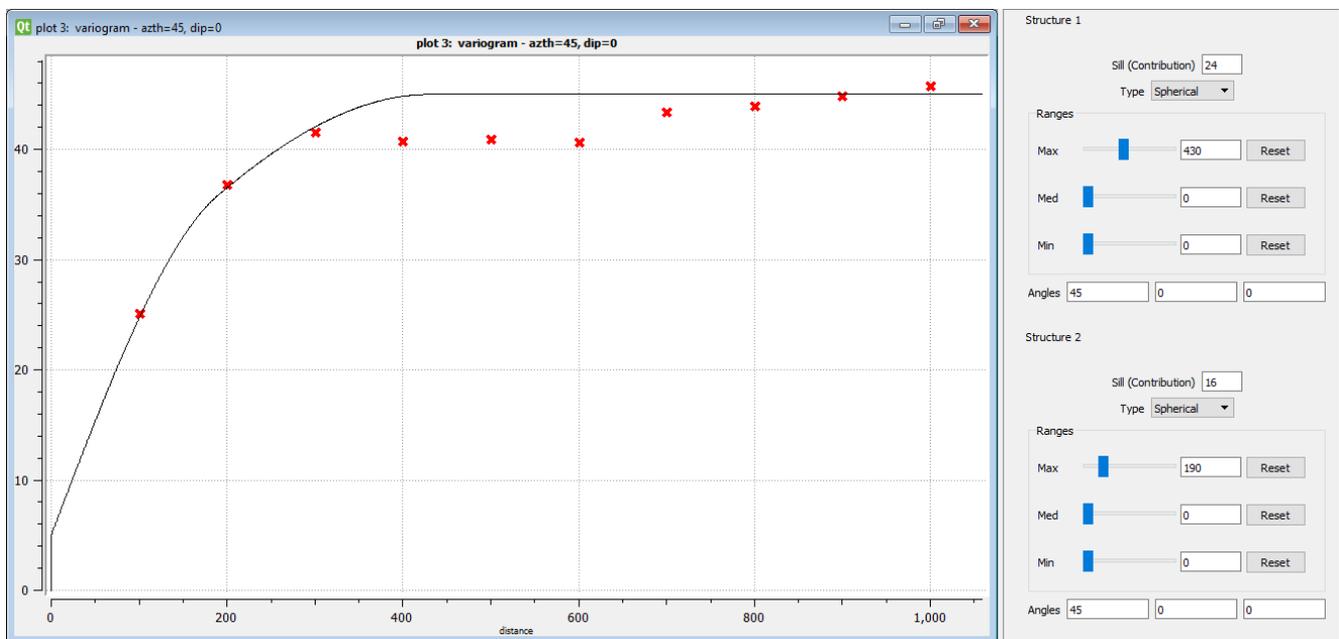
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 50 - Variograma azimute de 22.5° e mergulho de 0°.



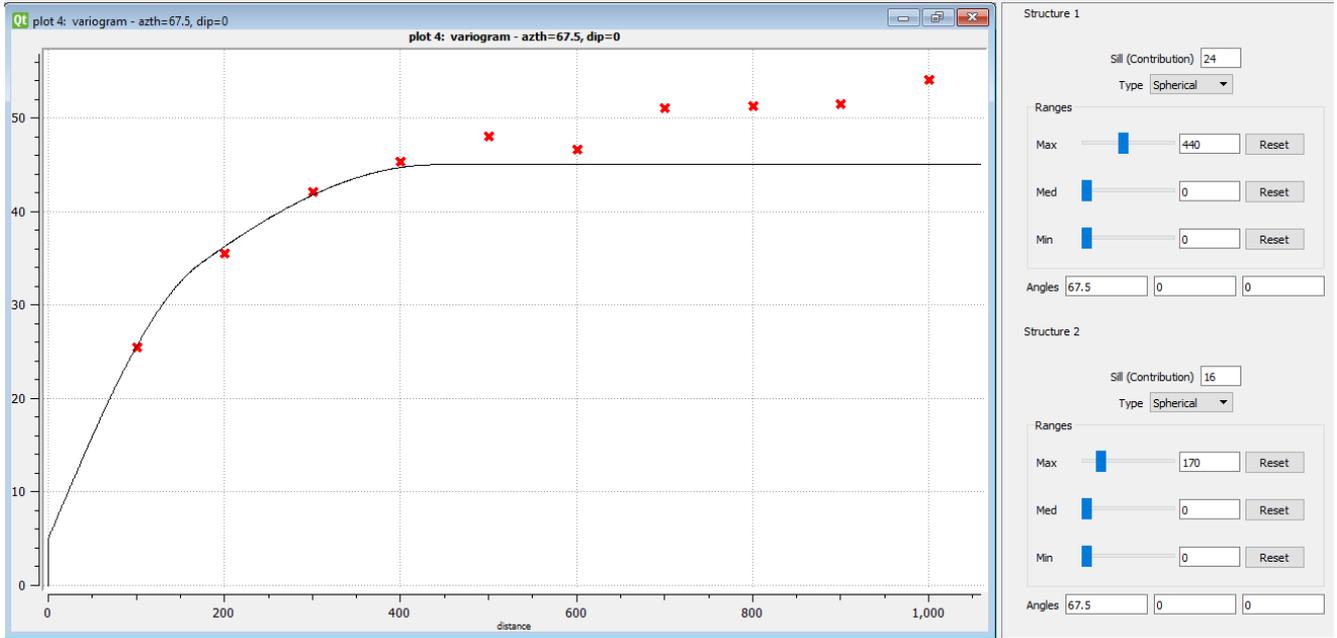
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 51 - Variograma azimute de 45° e mergulho de 0°.



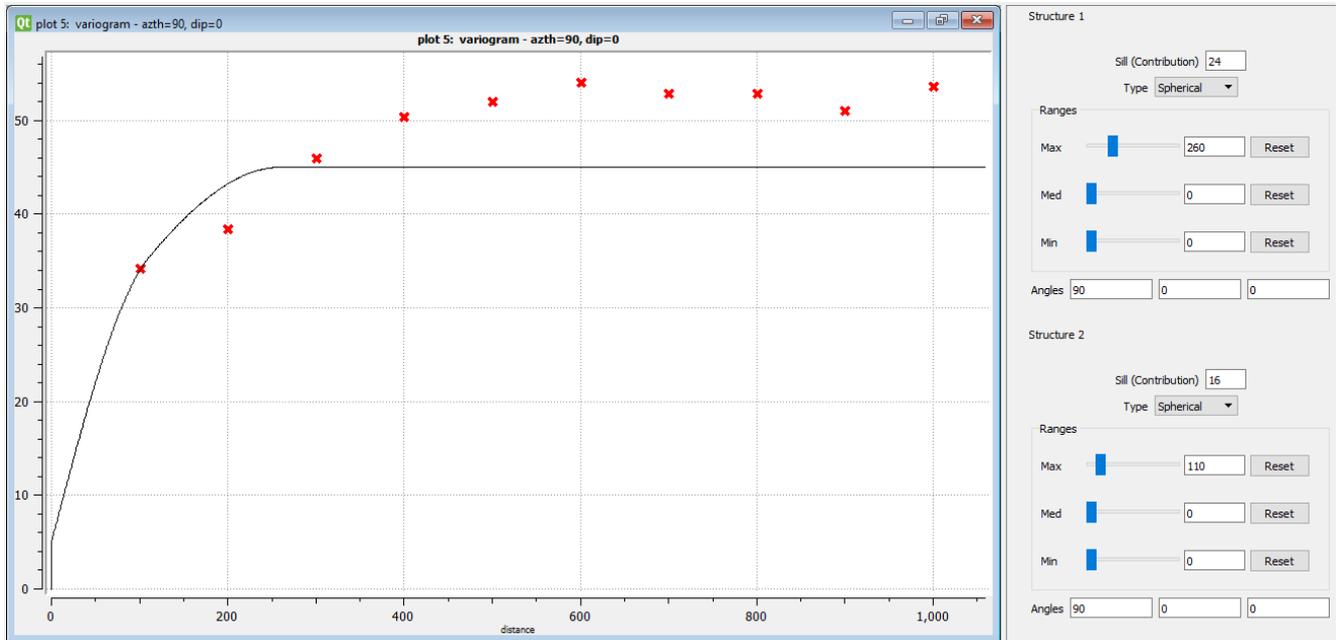
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 52 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 0°.



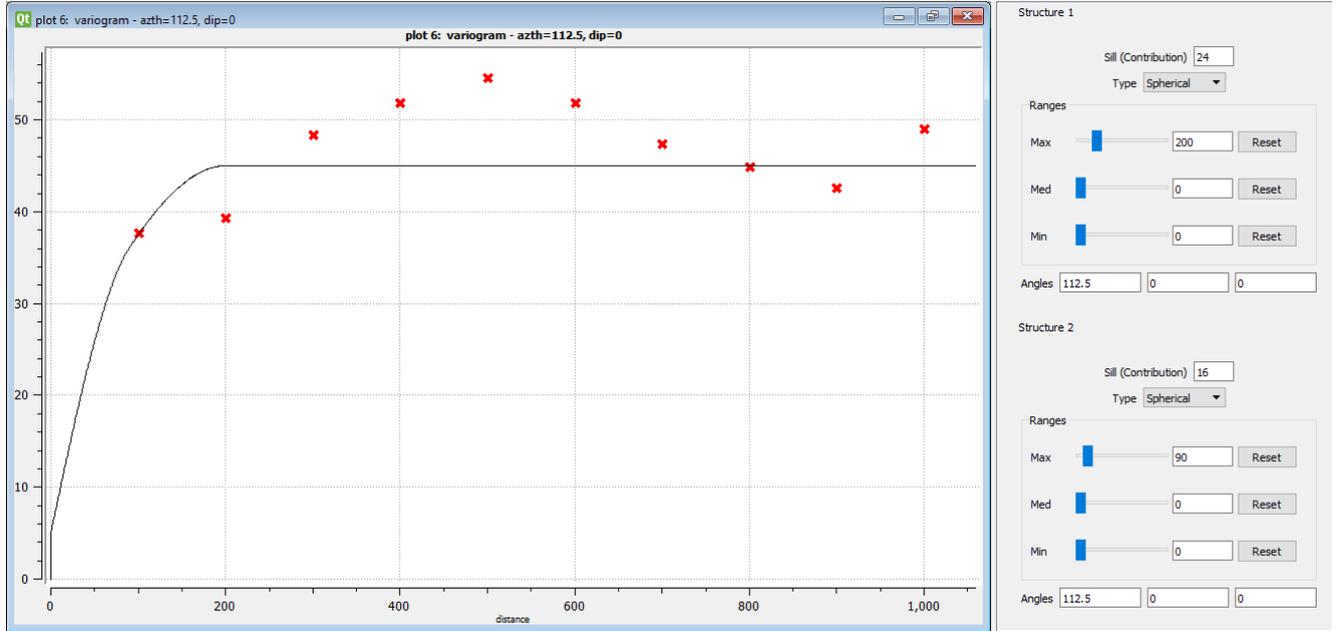
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 53 - Variograma azimute de 90° e mergulho de 0°.



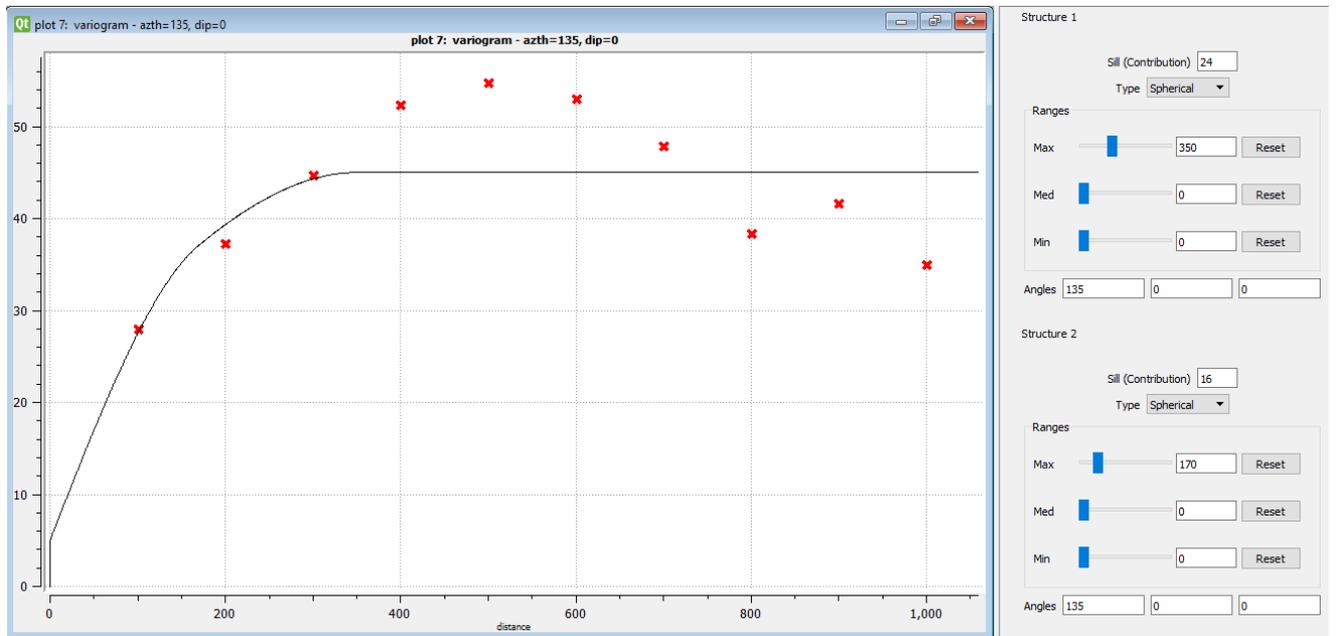
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 54 - Variograma azimute de 112.5° e mergulho de 0°.



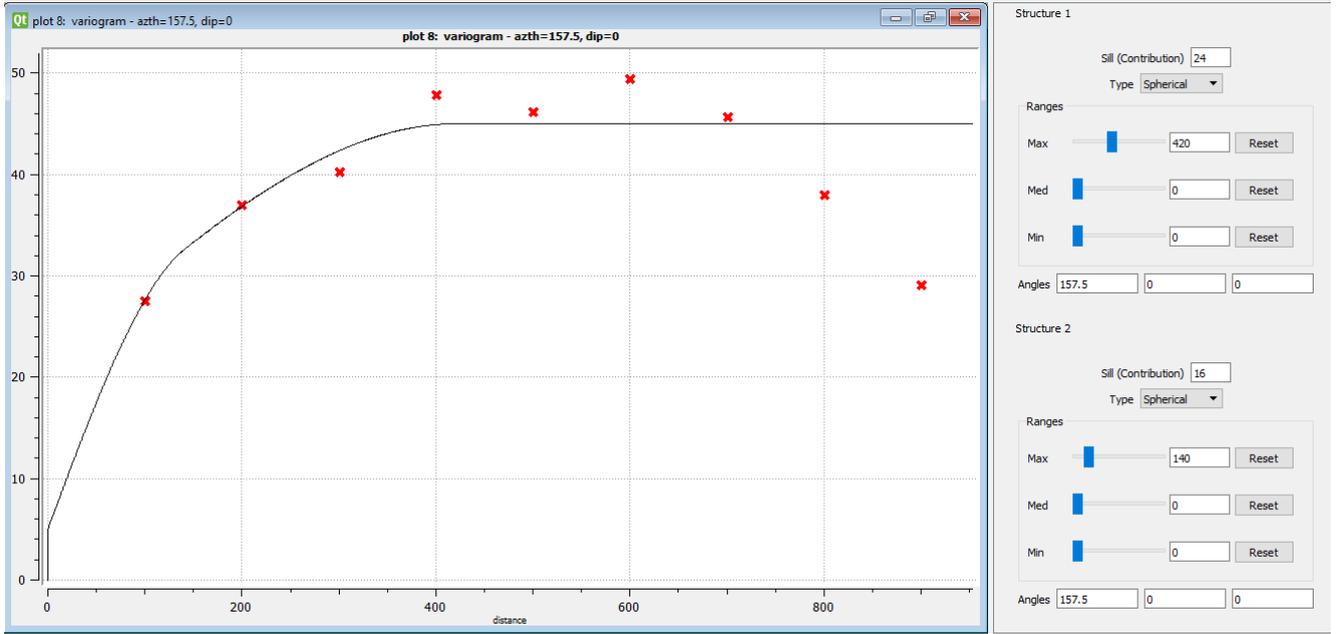
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 55 - Variograma azimute de 135° e mergulho de 0°.



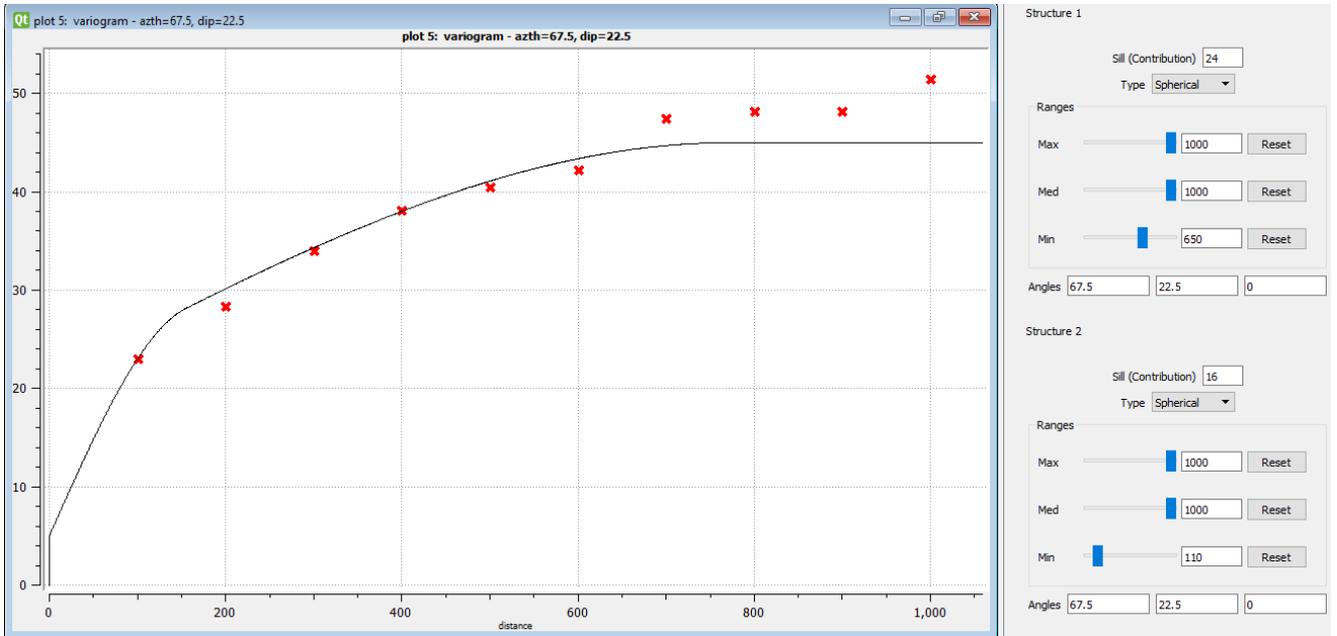
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 56 - Variograma azimute de 157.5° e mergulho de 0°.



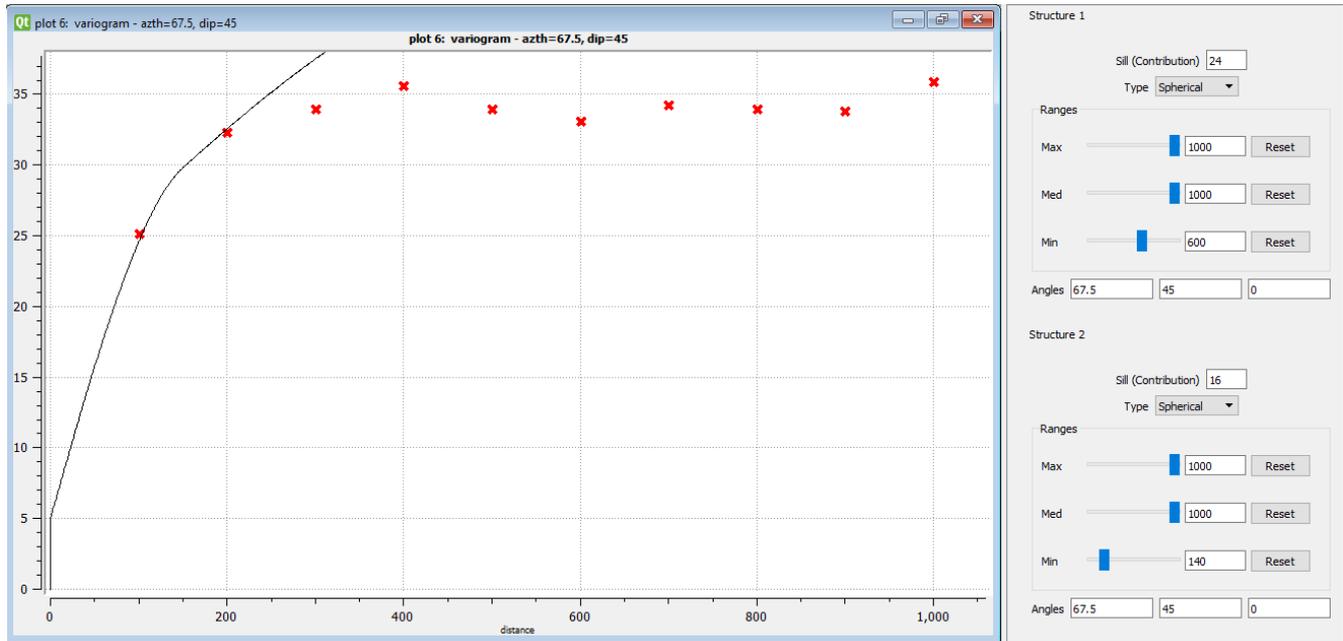
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 57 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 22.5°.



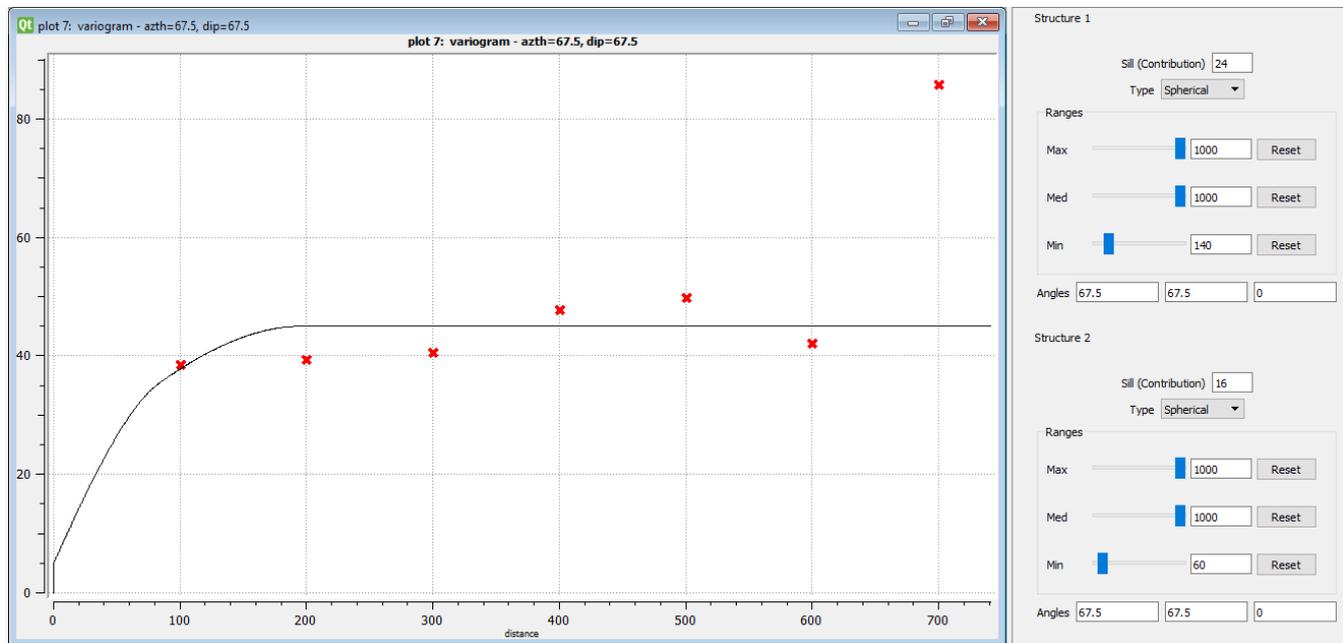
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 58 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 45°.



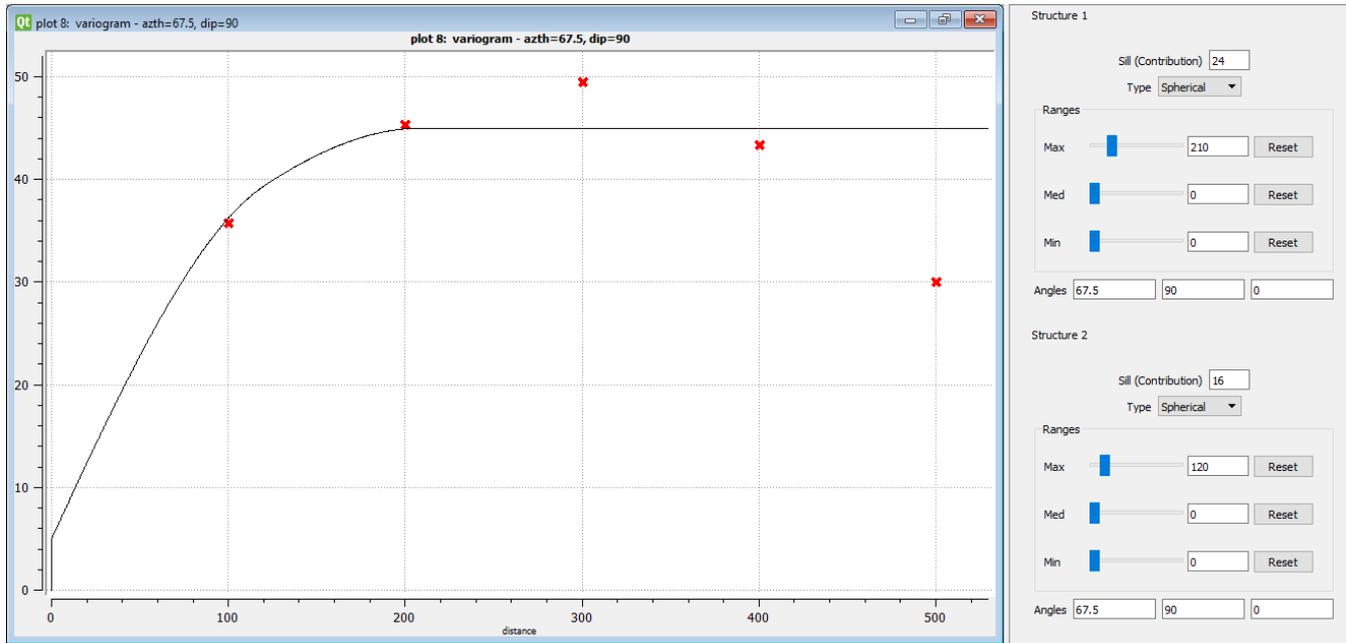
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 59 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 67.5°.



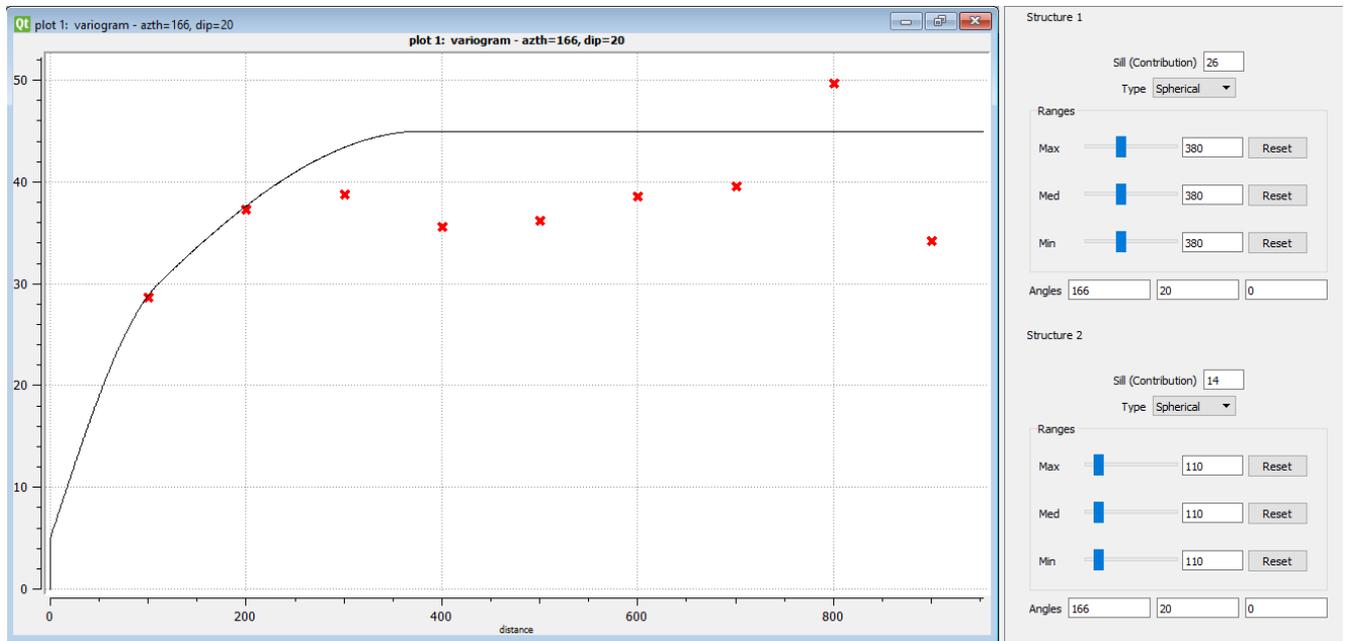
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 60 - Variograma azimute de 67.5° e mergulho de 90°.



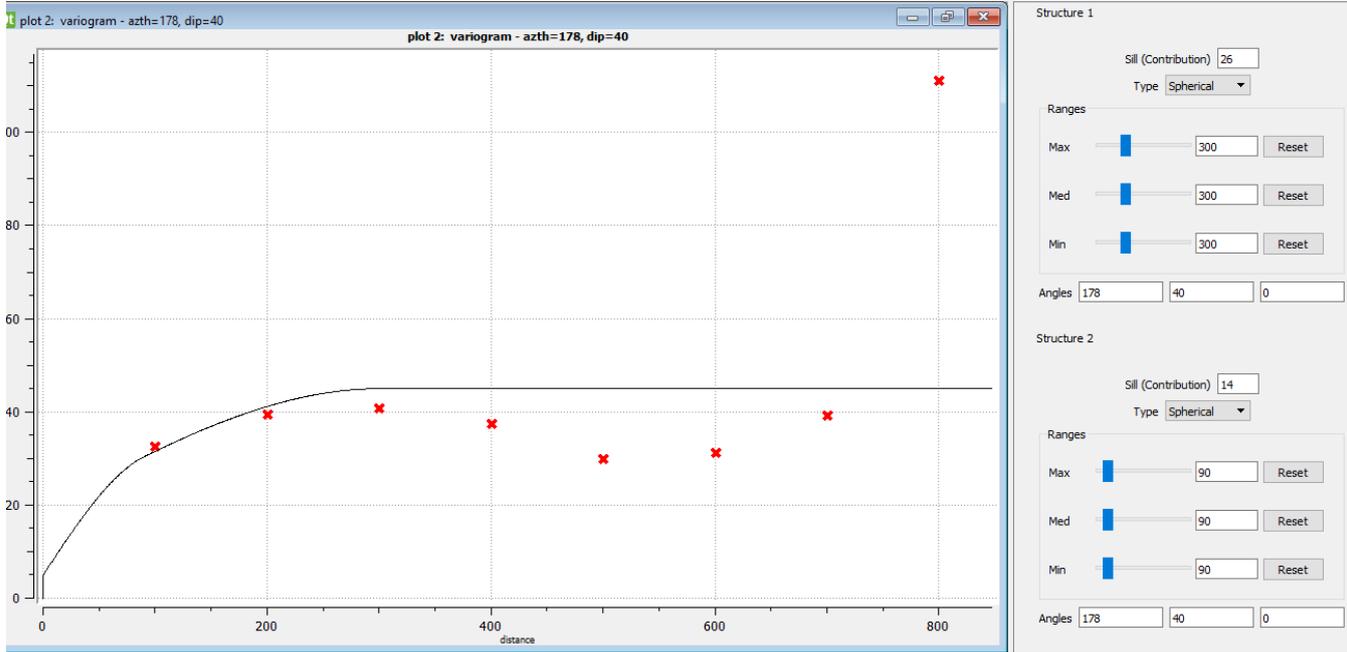
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 61 - Variograma azimute de 166° e mergulho de 20°.



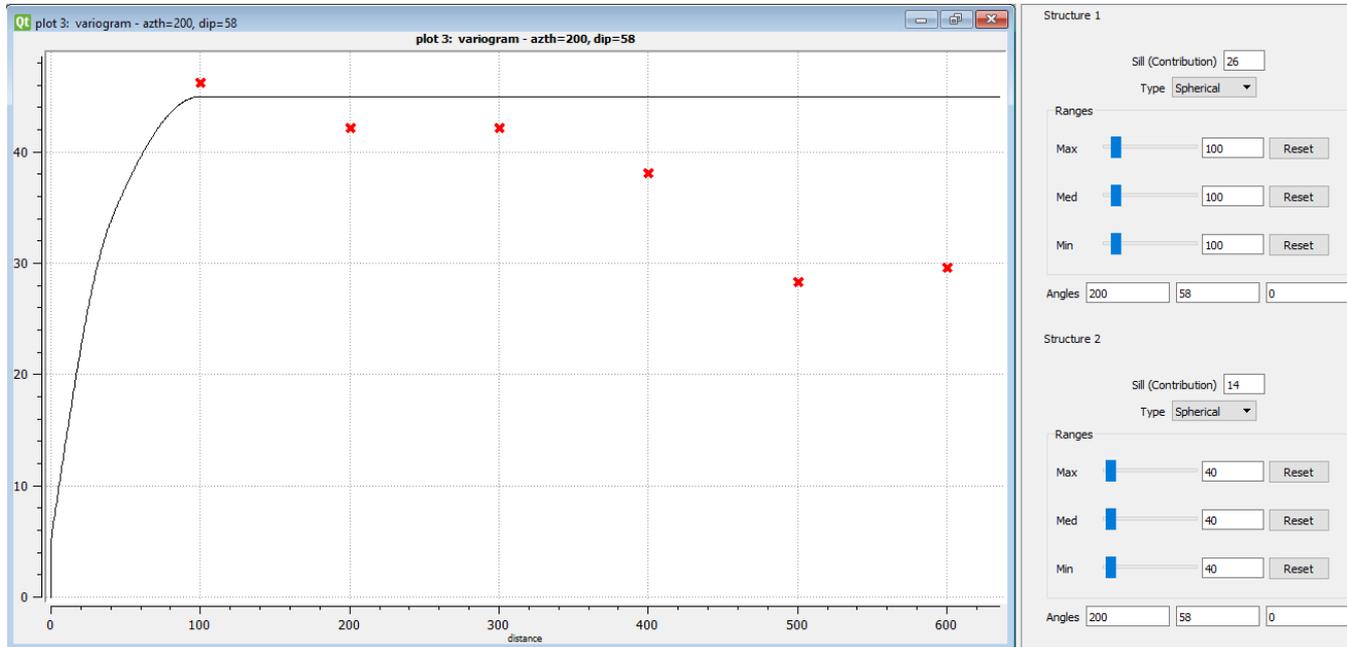
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 62 - Variograma azimute de 178° e mergulho de 40°.



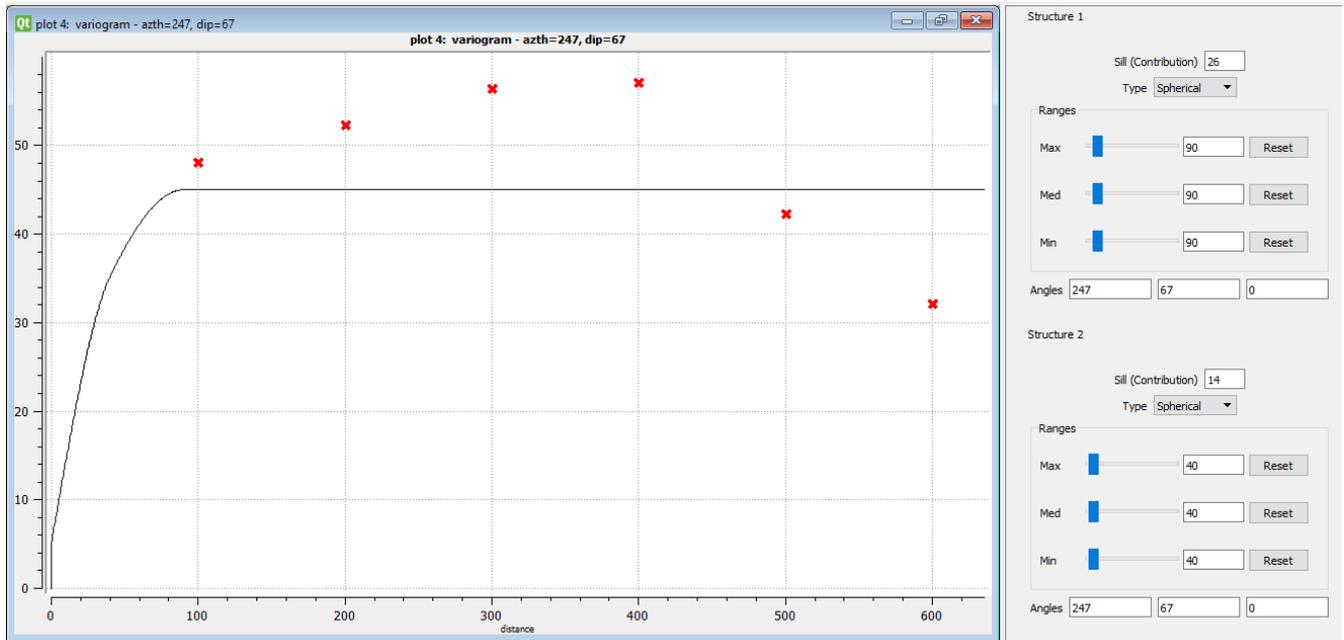
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 63 - Variograma azimute de 200° e mergulho de 58°.



Fonte: SGeMS, 2021.

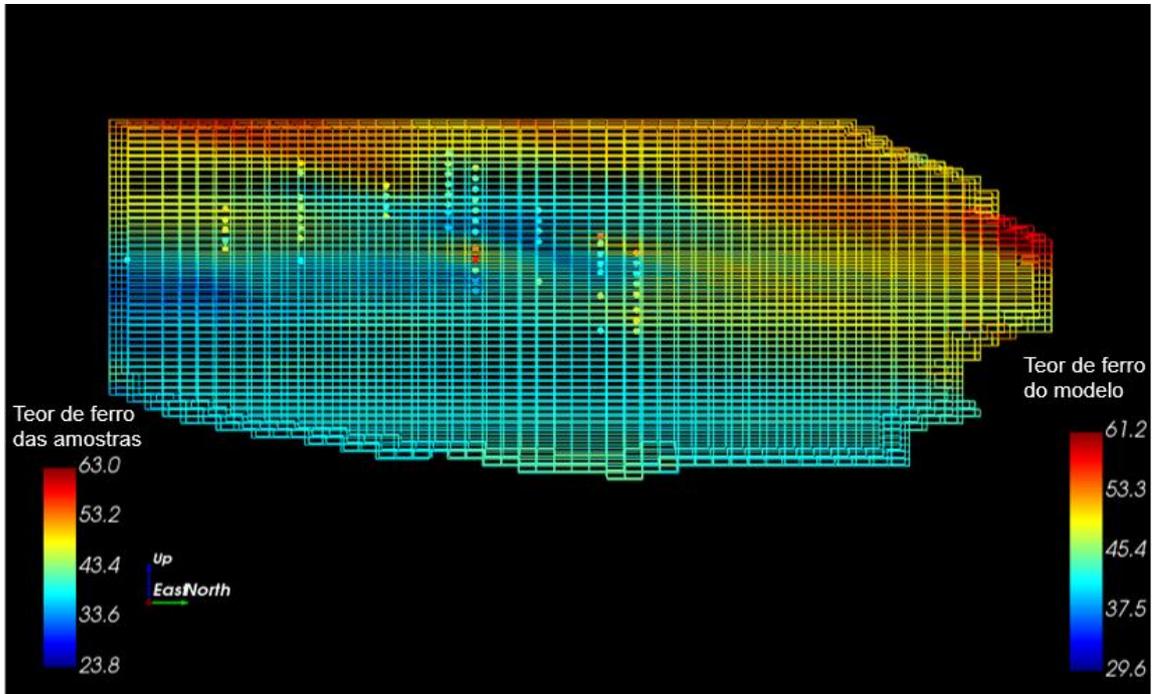
Figura 64 - Variograma azimute de 247° e mergulho de 67°.



Fonte: SGeMS, 2021.

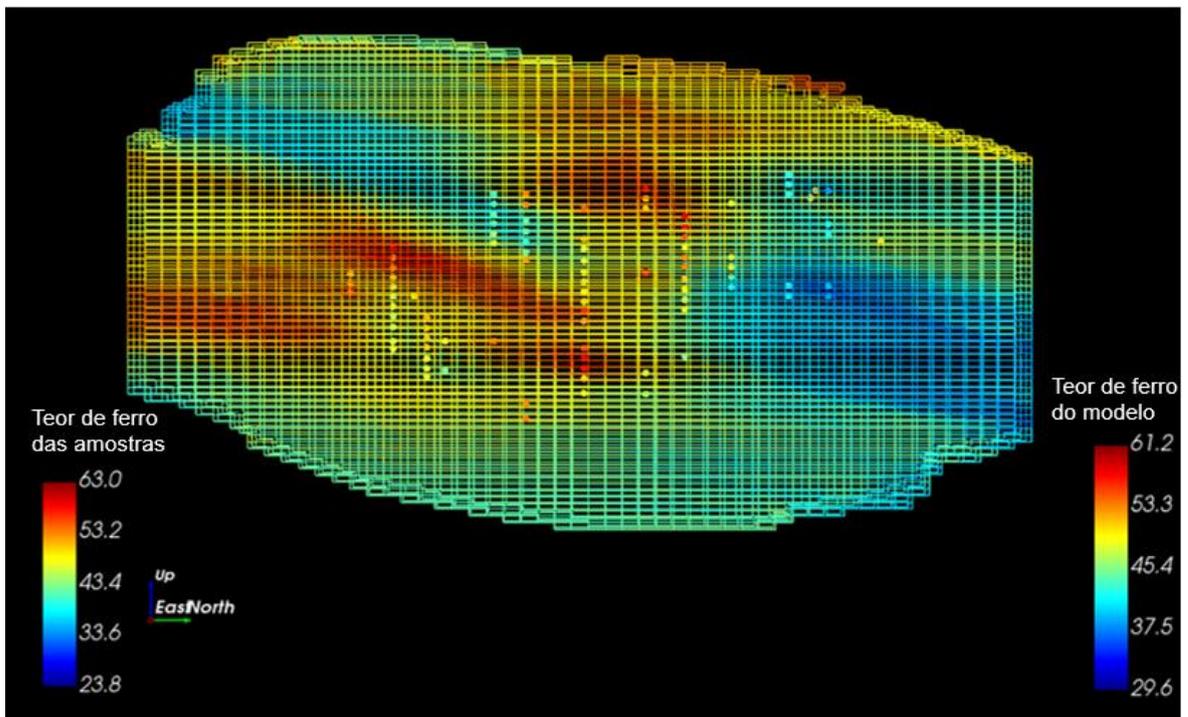
ANEXO B – VALIDAÇÕES VISUAIS

Figura 65 - Seção 1 na direção X.



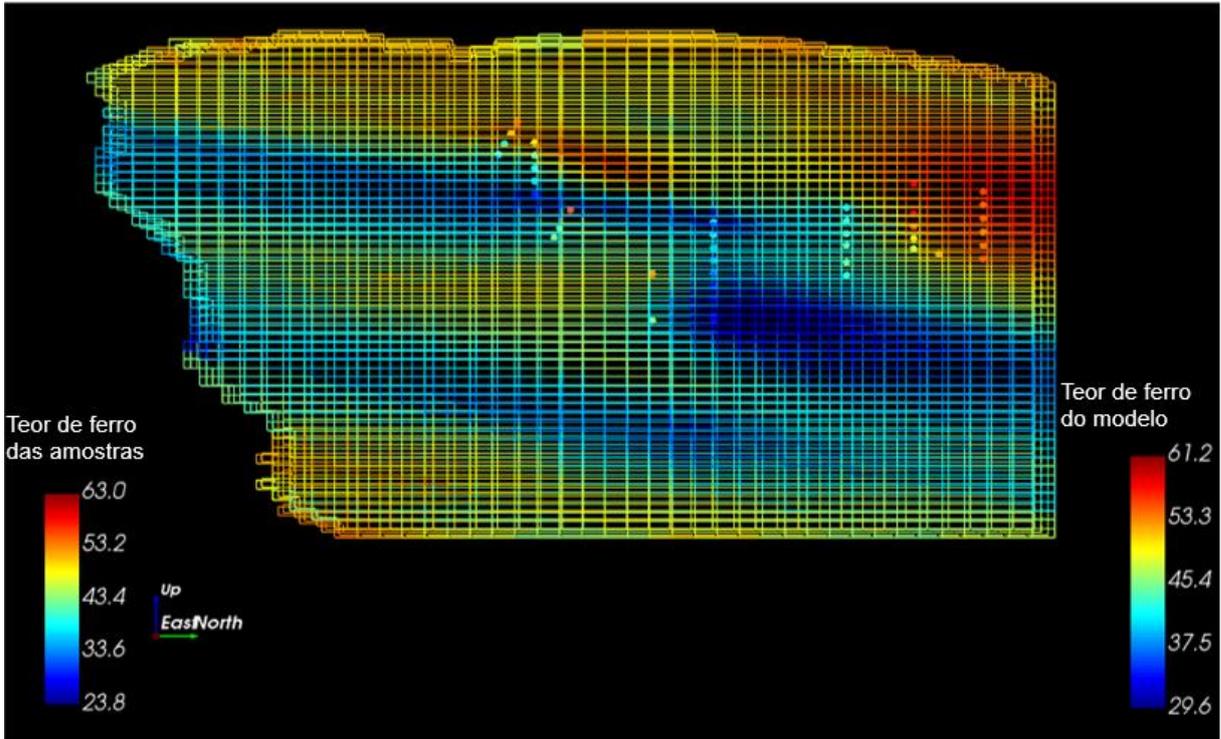
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 66 - Seção 2 na direção X.



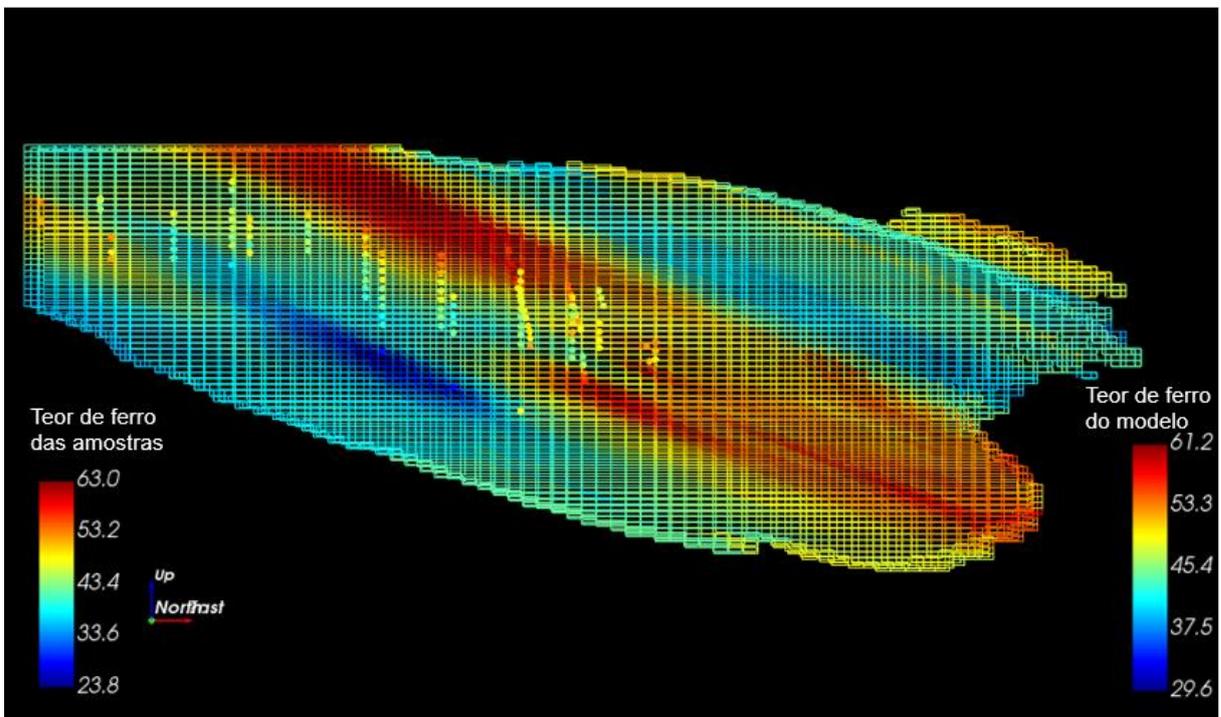
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 67 - Seção 3 na direção X.



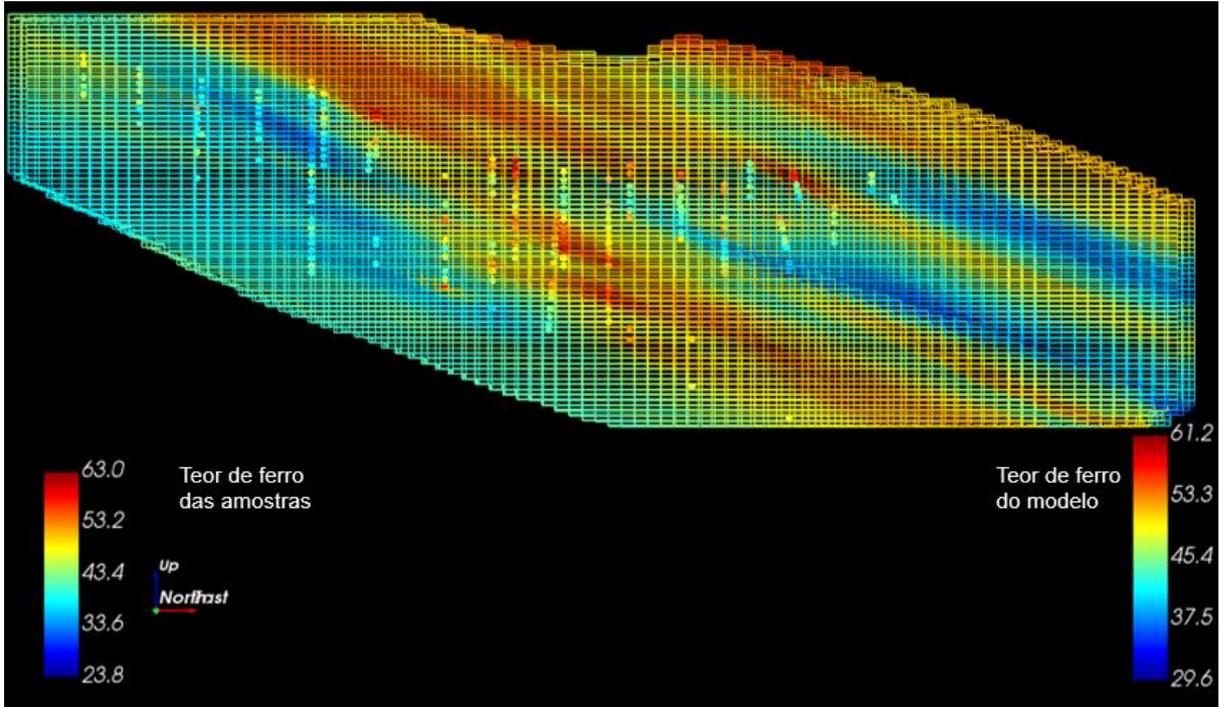
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 68 - Seção 1 na direção Y.



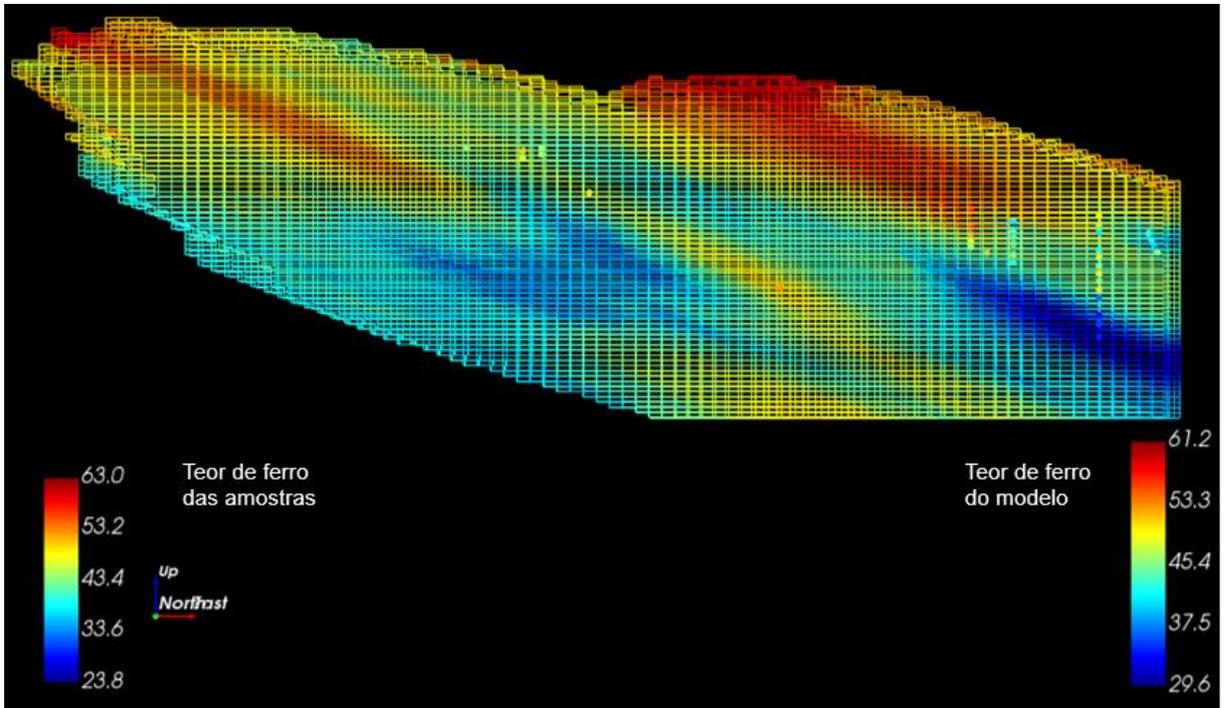
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 69 - Seção 2 na direção Y.



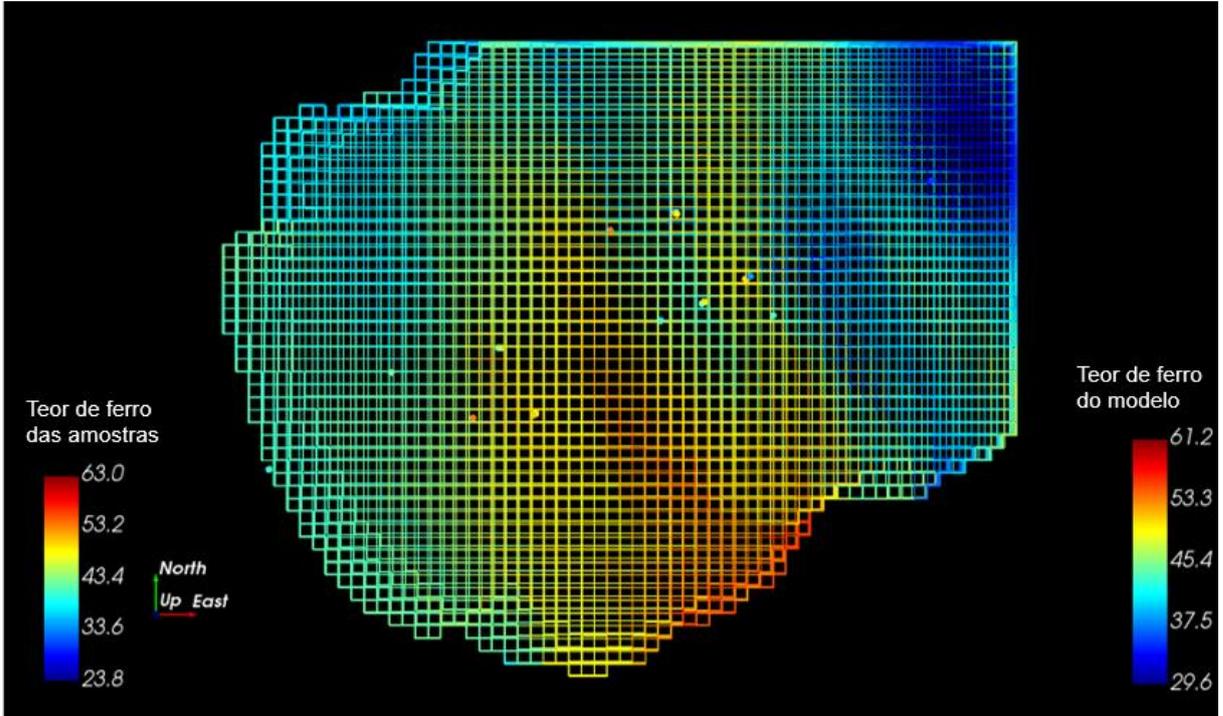
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 70 - Seção 3 na direção Y.



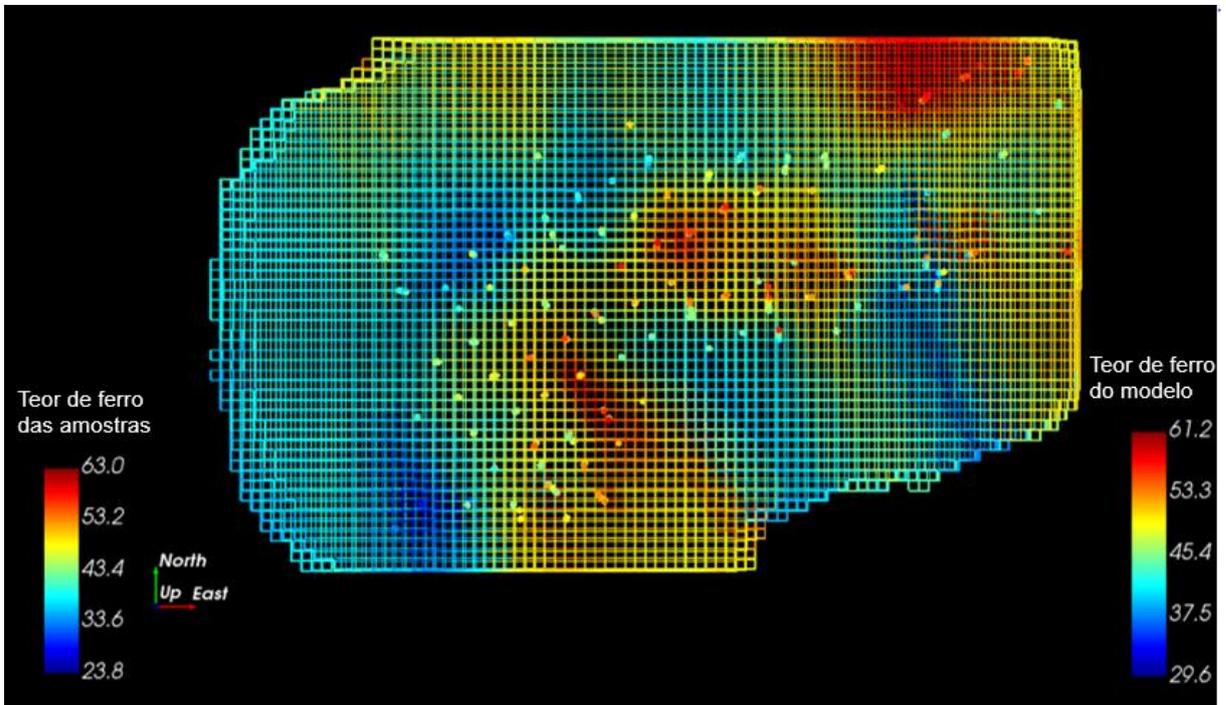
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 71 - Seção 1 na direção Z.



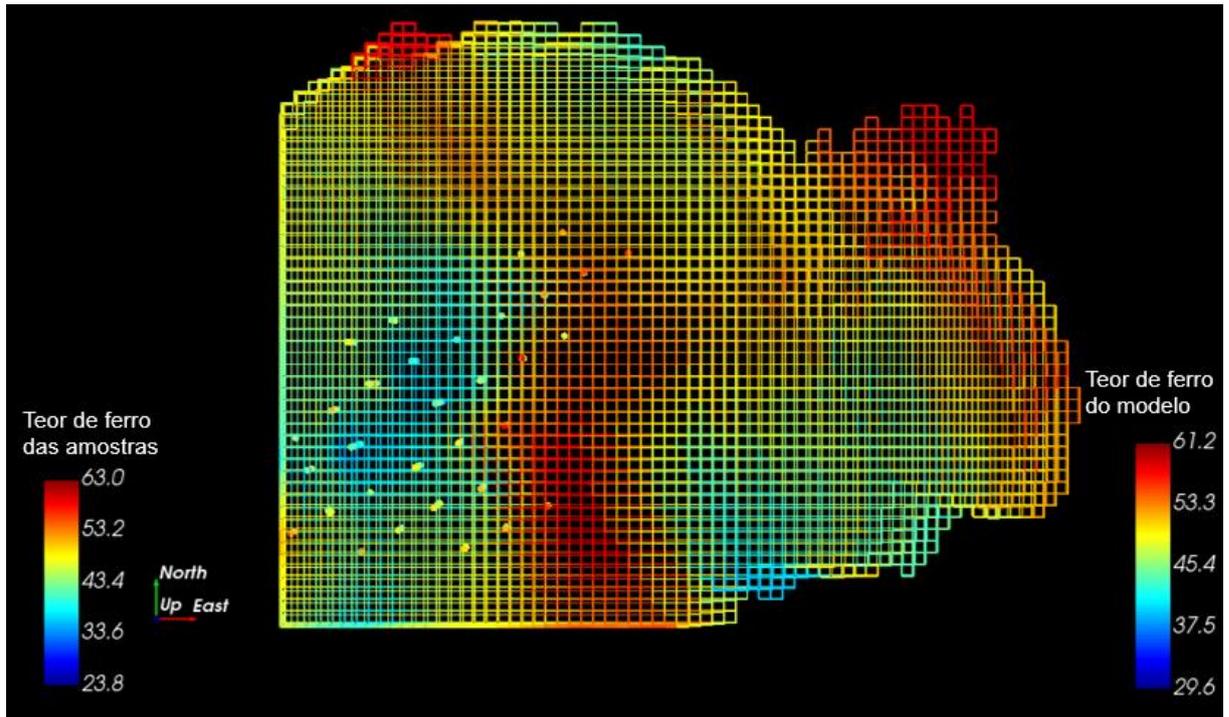
Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 72 - Seção 2 na direção Z.



Fonte: SGeMS, 2021.

Figura 73 - Seção 3 na direção Z.



Fonte: SGeMS, 2021.