



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
UNIDADE ARAXÁ**

**Talita Káren Magalhães Amaral**

**PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE  
PARA OS REALCES DE UMA MINA SUBTERRÂNEA POR MEIO DE  
INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL.**

**ARAXÁ/MG**

**2019**

**Talita Káren Magalhães Amaral**

**TÍTULO:**

**PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE  
PARA OS REALCES DE UMA MINA SUBTERRÂNEA POR MEIO DE  
INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Minas, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Me. Allan Erlikhman  
Medeiros Santos  
Coorientador: Me. Guilherme Alzamora  
Mendonça

**ARAXÁ/MG**

**2019**

**TALITA KÁREN MAGALHÃES AMARAL**

**PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE  
EM REALCES DE UMA MINA SUBTERRÂNEA POR MEIO DE INTELIGÊNCIA  
ARTIFICIAL**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
de Minas do Centro Federal de  
Educação Tecnológica de Minas  
Gerais – CEFET/MG, como requisito  
parcial para a obtenção de grau de  
bacharel em Engenharia de Minas.

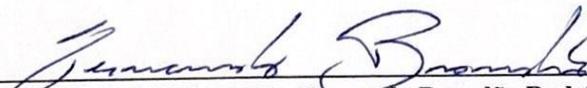
Araxá, 30 de novembro de 2019



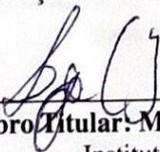
\_\_\_\_\_  
**Presidente e Orientador: Prof. Me. Allan Erlichman Medeiros Santos**  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG – Unidade Araxá



\_\_\_\_\_  
**Membro Titular e Coorientador: Me. Guilherme Alzamora Mendonça**



\_\_\_\_\_  
**Membro Titular: Prof. Me. Fernando Brandão Rodrigues da Silva**  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG – Unidade Araxá



\_\_\_\_\_  
**Membro Titular: Me. Leandro Geraldo Canaan Silveira**  
Instituto Tecnológico Vale - ITV

## DEDICATÓRIA

**DEDICO ESTE TRABALHO**

*Aos meus pais Daniela Amaral e  
Gilmar Amaral e à minha irmã Michele.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus porque a mão dEle me sustentou em todos os momentos e Ele me capacitou para que eu chegasse até aqui.

Agradeço aos meus professores, por toda a instrução, apoio, e pelos desafios que me fizeram entender que a gente nunca para de aprender. Gostaria de agradecer principalmente ao meu orientador Prof. Me. Allan Erlikhman Medeiros Santos e meu coorientador Prof. Me. Guilherme Alzamora Mendonça por estarem sempre disponíveis, por toda a ajuda neste trabalho e na graduação, e é claro que sem vocês nada disso seria possível. Com toda certeza, além de professores na graduação eu tive grandes exemplos de postura profissional, dedicação e maestria.

Agradeço aos meus pais Daniela Amaral e Gilmar Amaral, que sofreram comigo todas as adversidades e vibraram em todas as alegrias nestes cinco anos, sendo a minha base e minha inspiração. A minha irmã Michele Ferreira que é o meu exemplo de força e coragem, ao meu cunhado Igor Ferreira e a seus pais Adriana Ferreira e José Carlos Ferreira por todo apoio e incentivo. Aos meus avós José Juca Amaral, Maria José Magalhães e Aripis Magalhães e aos meus tios, Ezequiel Magalhães e Regina Amaral por sempre acreditarem que em mim.

Agradeço às amigadas que fiz, aos meus colegas de trabalho e iniciação científica, aos participantes do Crea Jr Minas e à equipe da EngMineJr por tanto aprendizado, companheirismo, sorrisos e pelas experiências. Com eles aprendi que trabalhar com pessoas melhores que a gente é o que nos faz melhorar. Em especial, agradeço a Thayna Valeriano Santos e Maria Virgínia da Cunha que foram companheiras em todos os dias complicados e também nas maiores alegrias que a faculdade me proporcionou. Por fim, agradeço as minhas amigas Débora Duarte e Renata Flaviane e a todos os meus amigos de infância pelas horas de conversa, encontros e reencontros, pela leveza e pelo companheirismo de sempre.

## EPÍGRAFE

“No estudo das ciências, também, devemos obter conhecimento do Criador. Toda verdadeira ciência não é senão uma interpretação da escrita de Deus no mundo material. A ciência traz de suas pesquisas apenas novas provas da sabedoria e poder de Deus. Corretamente entendidos, tanto o livro da Natureza como a Palavra escrita nos familiarizam com Deus, ensinando-nos algo das sábias e benfazejas leis mediante as quais Ele opera”.

*Ellen G. White ESTATE (2007)*

“Ao homem que teme ao senhor, ele o instruirá no caminho que deve escolher. Na prosperidade repousará a sua alma e a sua descendência herdará a Terra”.

*Salmo 25; 12:13*

## RESUMO

A redução de recursos minerais aflorantes ao longo das últimas décadas vem incentivando estudos e pesquisas na área da lavra subterrânea. A lavra subterrânea constitui o conjunto de métodos que permitem a extração de minério em profundidade, garantindo sustentabilidade e viabilidade econômica. Um dos problemas que surgem na operação de mina subterrânea é a diluição operacional, que é definida como a contaminação do minério com estéril. Basicamente existem dois tipos de diluição, a planejada e a não planejada, sendo que ambas são capazes de afetar negativamente a produtividade, o teor final e ainda aumentar os custos de transporte do empreendimento. De acordo com a literatura, uma maior instabilidade do maciço gera uma maior diluição e, portanto, a diluição não planejada está diretamente relacionada à estabilidade de um realce. A utilização de um gráfico de estabilidade, proposto por Mathews et al (1981), é capaz de estimar e fornecer informações sobre esta estabilidade e auxiliar na tomada de decisão sobre sua viabilidade. Com os dados obtidos de 35 realces de uma mina de Zinco, o presente trabalho tem como objetivo utilizar técnicas de inteligência artificial, especificamente Redes Neurais Artificiais (RNAs), para processar os dados e classificar os realces de acordo com as regiões de estabilidade do gráfico. Como resultado, a metodologia aplicada apresentou uma boa assertividade para a classificação com duas classes, realces estáveis e instáveis, resultando em uma PGA, probabilidade global de acerto, de 82% e TEA, taxa de erro aparente, de 18%. Para a classificação nas três classes, acrescentando os realces em transição, a validação interna apresentou uma PGA de 91% e TEA de 9%. Já na validação externa as medidas de avaliação da rede apresentaram valores de PGA em 42% e TEA em 58%.

**Palavras-chave:** Estabilidade de realces, Redes neurais artificiais, Inteligência artificial, Lavra por subníveis.

## ABSTRACT

The reduction of outcropping mineral resources over the last decades has encouraged studies and research in the area of underground mining. Underground mining is the set of methods that allow the extraction of ore in depth, ensuring sustainability and economic viability. One of the problems that arise in underground mine operation is operational dilution, which is defined as ore contamination with sterile. There are two types of dilution, planned dilution and unplanned dilution, both of which are capable of negatively affecting productivity, final grade and even increasing the transportation costs of the enterprise. According to the literature, greater mass instability generates greater dilution, so unplanned dilution is directly related to stope stability. The use of a stability graph, proposed by Mathews et al (1981), is able to estimate and provide information about this stability and assist in the decision making about its viability. With the data obtained from 35 stopes from a Zinc mine, the present work aims to use artificial intelligence techniques, specifically Artificial Neural Networks (RNAs), to process the data and classify the stopes according to the stability regions of the graph. As a result, the applied methodology presented a good assertiveness for the classification with two classes, stable and unstable stopes, resulting in a PGA, 82% overall hit probability and 18% apparent error rate. For the classification in the three classes, adding the transitional stopes, the internal validation presented a PGA of 91% and TEA of 9%. In external validation, the network evaluation measures presented values of PGA 42% and TEA 58%.

**Keywords:** Stope Stability, Artificial Neural Networks, Artificial Intelligence, Sublevel stoping.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Determinação do RQD.....	19
Figura 2 - Exemplos de superfícies das paredes das juntas com diferentes valores de Jr. O comprimento de cada perfil está numa faixa de 1-10m.....	23
Figura 3- Representação gráfica da diluição não planejada e planejada .....	26
Figura 4 - Gráfico fator A versus a taxa de tensão uniaxial induzida.....	29
Figura 5- Ajuste do fator B de acordo com a orientação da descontinuidade. (Potvin, 1988).....	30
Figura 6- Gráfico para determinação do fator C para quedas no teto e paredes do realce. ....	31
Figura 7- Gráfico para determinação do fator f para deslizamentos que dependem da inclinação da junta crítica. ....	31
Figura 8- Gráfico de estabilidade proposto por Mathews et al (1981) .....	32
Figura 9- Gráfico de estabilidade proposto por Potvin et al (1988) .....	33
Figura 10 - Estruturas de um Neurônio real .....	34
Figura 11 - Entradas e saídas de um neurônio artificial. ....	35
Figura 12- Topologia de um perceptron simples de uma camada.....	37
Figura 13 - Descrição do algoritmo de aprendizagem do modelo Perceptron.....	38
Figura 14 - MLP típica com uma camada intermediária .....	39
Figura 15 - Modelos de Redes (números e camadas) .....	40
Figura 16 - Esquema Feedforward.....	41
Figura 17- Funções de ativação .....	42
Figura 18 - Gráfico da função e derivada da função hiperbólica. ....	43
Figura 19 - Fluxograma de etapas da metodologia geral .....	46
Figura 20 - Fluxograma da metodologia aplicada. ....	47
Figura 21 - Estrutura da rede neural utilizada. ....	49
Figura 22 - Esquema da rede neural utilizada para a classificação em três classes.	51
Figura 23 - Histograma da variável Raio Hidráulico para os realces estáveis.....	53
Figura 24 - Histograma da variável Raio Hidráulico para realces instáveis.....	54
Figura 25 - Histograma da variável Raio Hidráulico para realces de transição .....	54
Figura 26 - Histograma do Número de estabilidade para os realces estáveis .....	55
Figura 27 - Histograma do Número de estabilidade para os realces Instáveis .....	55
Figura 28 - Histograma do Número de estabilidade para os realces de Transição ...	56

Figura 29 - Gráfico de Probabilidade do Raio Hidráulico .....	57
Figura 30- Gráfico de Probabilidade do Número de estabilidade .....	58
Figura 31 - Gráfico de Dispersão dos dados dos realces estáveis e instáveis.....	59
Figura 32 - Gráfico de Dispersão dos dados dos realces estáveis, instáveis e de transição.....	59
Figura 33 - Gráfico de validação interna para duas classes.....	60
Figura 34 - Gráfico de validação externa para duas classes.....	61
Figura 35 - Histograma da PGA interna para duas classes. ....	62
Figura 36 - Histograma da TEA interna para duas classes .....	63
Figura 37 - Histograma de PGA externa para duas classes. ....	64
Figura 38 - Histograma para TEA externa para duas classes.....	64
Figura 39 - Validação interna para Três classes .....	65
Figura 40 - Validação externa para três classes. ....	66
Figura 41 - Histograma dos resultados de PGA para validação interna - Três classes .....	67
Figura 42 - Histograma dos resultados de TEA para validação interna - Três classes .....	68
Figura 43 - Histograma PGA validação externa para três classes .....	69
Figura 44 - Histograma TEA validação externa para três classes.....	69

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Descrição da qualidade da rocha .....	20
Tabela 2- Determinação do valor de $J_n$ .....	21
Tabela 3 - Valores para $J_r$ .....	22
Tabela 4 - Valores de $J_a$ .....	24
Tabela 5 - Valores de SRF .....	25
Tabela 6 - Valores para SRF para rochas competentes com problema de tensão ...	25
Tabela 7 - Banco de dados .....	44
Tabela 8 - Matriz confusão para a situação com duas classes de estabilidade .....	47
Tabela 9 - Matriz confusão para a situação com três classes de estabilidade .....	47
Tabela 10 – Sumário estatístico do banco de dados.....	52
Tabela 11 - Resultados dos testes de Shapiro-Wilk.....	57
Tabela 12- Sumário Estatístico dos parâmetros de validação interna e externa da rede.....	61
Tabela 13 - Sumário Estatístico dos parâmetros de validação interna e externa da rede.....	67

## LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1 - RQD .....	20
Equação 2 - RQD em função do índice volumétrico de juntas .....	20
Equação 3 - Q de Barton.....	21
Equação 4 - Q' - Q de Barton modificado.....	21
Equação 5 – Diluição .....	27
Equação 6 – Diluição .....	27
Equação 7 - Raio Hidráulico.....	28
Equação 8 – Número de estabilidade .....	28
Equação 9 – Número de Estabilidade .....	28
Equações 10 - Equações de determinação do Fator A do gráfico de Potvin .....	28
Equação 11 - Limiar de ativação .....	35
Equação 12 - Cálculo do erro da rede.....	38
Equação 13- Forma genérica de atualização dos pesos.....	38
Equação 14 - Tangente Hiperbólica .....	43
Equação 15 - Probabilidade Global de Acerto (PGA) para A) Duas classes e B) Três classes .....	48
Equação 16 - Taxa de Erro Aparente (TEA) para para (A) Duas classes e (B) - Três classes .....	48
Equação 17 - Erro 1: Realces instáveis sendo classificados como estáveis.....	50
Equação 18 - Erro 2: Realces estáveis sendo classificados como instáveis.....	50

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>17</b>
2.1 MINERAÇÃO E MÉTODOS DE LAVRA SUBTERRÂNEA	17
2.2 CLASSIFICAÇÃO DOS MACIÇOS ROCHOSOS	18
2.3 RQD	19
2.4 Q DE BARTON	20
2.5 DEFINIÇÃO DE DILUIÇÃO	25
2.6 CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DE ESTABILIDADE	27
2.7 NÚMERO DE ESTABILIDADE	28
2.8 GRÁFICO DE ESTABILIDADE	32
2.9 REDES NEURAIS	33
2.10 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	34
2.11 TIPOS APRENDIZAGEM DE MÁQUINA	35
2.12 APRENDIZAGEM SUPERVISIONADA	36
2.13 MODELOS DE REDES NEURAIS	36
2.14 PERCEPTRON	37
2.15 APRENDIZAGEM - MODELO PERCEPTRON	37
2.16 REDES MLP	38
2.17 ARQUITETURAS DAS RNAs	39
2.18 FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO	41
<b>3 METODOLOGIA</b>	<b>44</b>
3.1 METODOLOGIA APLICADA:	46
<i>Situação 1: Classificação em duas classes.</i>	48
<i>Situação 2: Classificação em três classes.</i>	50
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>52</b>
4.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA DO BANCO DE DADOS.	52
4.2 ANÁLISE DA COMPLEXIDADE DAS SITUAÇÕES	58
4.3 DUAS CLASSES DE ESTABILIDADE: REALCES ESTÁVEIS E INSTÁVEIS.	60
4.4 TRÊS CLASSES DE ESTABILIDADE: REALCES ESTÁVEIS, INSTÁVEIS E DE TRANSIÇÃO.	65
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>71</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A lavra subterrânea é um conjunto de métodos cuja aplicação vem aumentando com o passar dos anos, uma vez que os depósitos minerais aflorantes estão cada vez mais escassos. Embora, atualmente, métodos a céu aberto apareçam em maior número, a tendência é que cada vez mais seja necessário investir em métodos de lavra subterrâneos.

Torna-se necessário então, para evolução da prática mineral, que pesquisas sejam feitas com o intuito de conhecer melhor as propriedades dos maciços rochosos e toda a configuração geológica subterrânea brasileira. E ainda, que novas tecnologias sejam implantadas afim de garantir a produtividade, sendo capazes de reduzir problemas como a diluição e aumentar a recuperação na lavra subterrânea.

O caso estudado é de uma mina subterrânea, onde o minério de zinco é extraído. São aplicados dois tipos de métodos de lavra subterrânea, sendo eles: *Vertical Retreat Mine* (VRM) e Corte e Aterro.

Na lavra de minério de zinco, os principais minerais-minério são a esfalerita ( $ZnFeS$ ) e a willemita ( $Zn_2SiO_4$ ) e, observa-se que, ocorre a redução do teor de zinco à medida que são alcançadas maiores profundidades. A existência de pequenas lentes de minério que não são lavradas, no entorno das escavações, devido a sua pequena espessura também é relevante. Isso acaba influenciando na estabilidade da escavação, pois essas lentes acabam gerando zonas de fraqueza, zonas em que se dão a queda de chocos. Esses dois fatores reiteram a importância dos valores de diluição para o empreendimento.

A estabilidade está relacionada com a diluição não planejada, e a mina estudada apresenta altas porcentagens de diluição. A diluição não planejada afeta diretamente a parte econômica do empreendimento elevando os custos de transporte e os processos posteriores aumentando o consumo de reagentes ou até mesmo comprometendo a qualidade do produto final. Por isso, é importante reconhecer se os realces são estáveis, instáveis ou de transição e quão altas são os seus valores de diluição.

Para o método de lavra por subníveis, o gráfico de estabilidade, proposto por Mathews et al (1981), é o mais utilizado atualmente para a análise da estabilidade de realces abertos. Ele considera os aspectos geométricos e as características do maciço rochoso para classificar os realces subterrâneos em zonas estáveis, instáveis

e de transição. O método foi proposto, empiricamente, para atender a demanda de algumas minas na Austrália de profundidade de até 1000m. Como os maciços rochosos em regiões diferentes possuem comportamento mecânico distinto, o ideal é que cada empreendimento tenha um gráfico que descreva as características da sua região. Muitos empreendimentos de mina subterrânea, como no caso abordado, não possuem um gráfico próprio e a análise é feita utilizando-se o gráfico geral, mas os resultados obtidos partindo dessa metodologia não têm se mostrado satisfatórios.

Uma das formas de resolução de problemas que envolvem classificação, sejam eles simples ou complexos, é a aplicação de inteligência artificial através da técnica de *Machine Learning*. Um exemplo é a rede neural artificial (RNA), uma ferramenta computacional capaz de se auto organizar ainda que receba simultaneamente um número elevado de entradas para processar. Essa técnica robusta é capaz de, a partir de um banco de dados de treinamento, aprender a distinguir os valores de um banco de dados teste, segundo suas características, possibilitando o processamento dessas informações. E essas informações são compartilhadas por todos os neurônios presentes na rede, sendo que, se um deles for destruído, a informação não é perdida.

Com os dados obtidos de 35 realces de uma mina de minério de Zinco de uma determinada empresa, o presente trabalho tem como objetivo utilizar técnicas de inteligência artificial, especificamente de Redes Neurais Artificiais (RNAs), para processar os dados e classificar os realces, segundo seu valor de diluição, em realces estáveis, instáveis e de transição.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Mineração e Métodos de lavra subterrânea

O conjunto de operações que visa a exploração dos recursos minerais em subsuperfície é denominado de lavra subterrânea. Na prática atual da engenharia existem diversos métodos deste tipo de lavra, sendo que a seleção do tipo de método se encontra aliada às características do maciço rochoso e suas encaixantes, além de aspectos da geologia estrutural da área (DIAS *et al.*, 2015).

Segundo Hartman (2002), são identificados três classes de métodos de lavra subterrânea:

- Autossuportados (*Unsupported*): desmonte parcial do minério e perda de parte da reserva para auto sustentação, não sendo necessário, na maioria das vezes, o uso de suportes artificiais. Necessitam de homogeneidade e boa continuidade geométrica do minério. Como exemplos dessa classe, podemos citar: lavra por realces em subníveis, câmaras e pilares, entre outros;

- Suportados artificialmente (*Supported*): todo o minério é desmontado e à medida que o minério é explotado, o vazio é preenchido, por exemplo, por estéril ou outro material que garanta a estabilidade do maciço restante. É uma classe cuja aplicação necessita de um maior investimento, sendo necessário que o valor agregado do minério seja elevado. São exemplos: corte e enchimento, com preenchimento temporário, entre outros;

- *Abatimento (Caving)*: o qual permite ou introduz a deformação e a ruptura do maciço de forma controlada. Geralmente apresenta alta produtividade e baixo custo, sendo aplicado em minérios frágeis de fragmentação facilitada. Os três métodos mais conhecidos são: lavra por frentes amplas, abatimento em subníveis e abatimento de blocos.

Dentro dessas classes principais surgem subdivisões a partir de pequenas diferenças no processo. Para exploração da mina em estudo foram aplicados dois tipos de métodos de lavra subterrânea, sendo eles: *Vertical Retreat Mine (VRM)*, uma variante do método de lavra realce por subníveis (*Sublevel Stopping*) e Corte e enchimento (*Cut and Fill*). Atualmente utiliza-se o método de lavra realce em subníveis.

O método de lavra realce por subníveis (*Sublevel Stopping*) se trata de um processo de mineração sub-vertical a vertical cujos realces são criados dentro do corpo mineral, geralmente um veio, que se deseja minerar. Na variante conhecida como *Vertical Retreat Mining*, o minério é desmontado em fatias horizontais utilizando o carregamento e a detonação realizada no subnível superior ao realce. O termo *Retreat*, recuo, refere-se à progressão de detonação. À medida que são feitos o carregamento e detonação, de forma cíclica, o minério a ser detonado é recuado até que uma seção de minério seja deixada no topo do realce.

Já no método de Corte e aterro (*Cut-and-Fill*), o minério é retirado em fatias horizontais e os vãos são preenchidos para que sirvam como suporte. O preenchimento é realizado, normalmente, assim que cada fatia horizontal é removida e o material a ser utilizado depende do tipo de suporte necessário e o tipo de material disponível para o enchimento, como estéril (*rock-fill*), pasta formada por rejeito e cimento (*paste-fill*), e rejeito proveniente do beneficiamento (*back-fill*).

No planejamento da lavra em profundidade, é crucial considerar diversos fatores como as características estruturais e o cenário, em termos de estado de tensões, e parâmetros de resistência, no qual se encontram o corpo mineral e as rochas encaixantes. Esses fatores influenciam na seleção do método de lavra e na estabilidade das aberturas subterrâneas. (HARTMAN, 2002)

É importante, portanto, conhecer essas características do maciço estudado. Assim, ao entender os fatores que influenciam a estabilidade dos maciços e classificá-los segundo sua estrutura, busca-se conseguir um consenso entre fatores econômicos e fatores de segurança operacional do projeto. Para isso, foram propostos os sistemas de classificação dos maciços rochosos destacando o RQD (*Rock Quality Designation Index*), RMR (*Rock Mass Rating*), Q de Barton, RMI e GSI (*Geological Strength Index*).

## **2.2 Classificação dos maciços rochosos**

Entendida a importância da classificação dos maciços rochosos, neste estudo serão abordados os métodos RQD e NGI-Q. Estes modelos de classificação são ferramentas utilizadas no gráfico de estabilidade proposto por Mathews *et al.* (1981).

### 2.2.1 RQD

Segundo Hoek *et al.* (1995), o método *Rock Quality Designation* (RQD) foi desenvolvido com o objetivo de estimar quantitativamente a qualidade do maciço rochoso através de testemunhos de sondagem. Ele é obtido pela porcentagem de regiões intactas cujo comprimento é maior que 100 mm divididos pelo comprimento total da amostra, como mostra a Figura 1 e a Equação 1. Caso não seja possível a sondagem, mas o maciço apresente descontinuidades visíveis, a qualidade dele pode ser estimada através da Equação 2 proposta por Palmstrom (1982), onde  $J_v$  é o índice volumétrico das juntas, representando o número de juntas por metro cúbico.

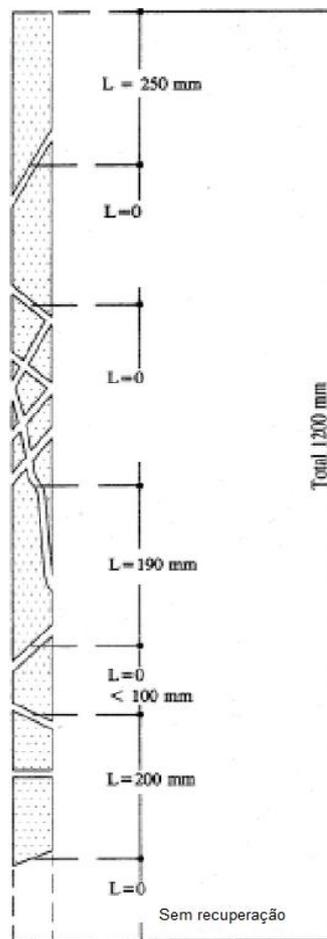


Figura 1 - Determinação do RQD.

Fonte: (BAXTER *et al.*, 2005)

$$RQD = \frac{\sum L > 10 \text{ cm}}{\sum L}$$

Equação 1 - RQD

$$RQD = 115 - 3,3 \cdot J_v$$

Equação 2 - RQD em função do índice volumétrico de juntas

Ainda segundo Hoek *et al.* (1995), o RQD é um parâmetro que pode sofrer variações segundo a orientação do furo de sondagem e é proposto para conhecer a qualidade do maciço rochoso *in situ*. Com o valor do RQD, a qualidade da rocha é descrita como mostra na Tabela 1. O RQD é um parâmetro dos sistemas RMR e Q de classificação do maciço rochoso.

Tabela 1 - Descrição da qualidade da rocha

<b>Descrição da qualidade da rocha</b>	
RQD - <i>Rock Quality Design</i>	Descrição da <i>Rock Quality</i>
0 - 25 %	Muito fraco
25 - 50%	Fraco
50 - 75%	Regular
75 - 90 %	Bom
90 - 100 %	Excelente

### 2.2.2 Q de Barton

Segundo Brady (2004), o Sistema de classificação NGI-Q desenvolvido por Barton *et al.* (1974), na Escandinávia, foi proposto para classificar os maciços rochosos em torno de uma abertura subterrânea, bem como um meio de estimar a necessidade de suporte de túneis. Para utilizar este sistema no gráfico de estabilidade proposto por Mathews, é utilizado o fator Q' (Equação 4) que é o fator Q de Barton (Equação 3) modificado. Nele, são retirados da equação os fatores de tensão que já são considerados pelo fator A, que será detalhado nos próximos tópicos.

$$Q = \frac{RQD}{j_n} \times \frac{J_r}{J_a} \times \frac{J_w}{SRF}$$

Equação 3 - Q de Barton

$$Q' = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a}$$

Equação 4 - Q' - Q de Barton modificado.

Nas equações, o RQD é o valor encontrado para no *Rock Quality Designation*;  $J_n$  o parâmetro relacionado ao número de famílias de descontinuidades no maciço rochoso;  $J_r$  o parâmetro relacionado ao número da rugosidade da descontinuidade mais crítica;  $J_a$  o parâmetro relacionado à alteração da descontinuidade mais crítica;  $J_w$  o parâmetro relacionado ao número de redução de água nas descontinuidades e SRF – Fator de redução das tensões.

O número de famílias de descontinuidades ( $J_n$ ) afeta diretamente a estabilidade e quanto maior a concentração dessas descontinuidades maior é o seu valor. Ele é determinado através de inspeções na área e utilizando o quadro exibido pela Tabela 2:

Tabela 2- Determinação do valor de  $J_n$

<b>Número de Famílias de Descontinuidades</b>	<b><math>J_n</math></b>
Nenhuma ou poucas juntas	0,5 - 1,0
Uma família	2,0
Uma família mais junta aleatória	3,0
Duas famílias	4,0
Duas famílias mais juntas aleatórias	6,0
Três famílias	9,0
Três famílias mais juntas aleatórias	12,0
Quatro ou mais famílias, aleatórias, muito fraturada	15,0
Rocha fragmentada	20,0

Já os valores de  $J_a$  e  $J_r$ , condições de alteração e rugosidade, respectivamente, são determinados a partir da descontinuidade mais crítica nas paredes.

O atrito da junta depende da natureza das superfícies das paredes, se são ondulares, planas, ásperas ou lisas. O número de rugosidade da junta descreve essas condições e é estimado da Tabela 3 ou através da Figura 2. Como é possível observar, com base na rugosidade, tem-se em duas escalas:

1) Os termos rugoso, liso e polido referem-se a pequenas estruturas em uma escala de centímetros ou milímetros. Isso pode ser avaliado passando-se um dedo ao longo da parede; a rugosidade em pequena escala será então sentida.

2) A rugosidade em grande escala é medida em uma escala de decímetros a metros, e é medida pela colocação de uma régua de 1 m de comprimento na superfície da junta para determinar a amplitude da rugosidade em grande escala. Os termos escalado, ondulado e plano são usados para rugosidade em grande escala (NGI, 2015).

Tabela 3 - Valores para Jr

<b>Condições de rugosidades nas paredes</b>	<b>Jr</b>
<b>A) Contato rocha-rocha e sem deslocamento relativo entre paredes &lt; 10 cm</b>	
Fraturas não persistentes	4,0
Fraturas rugosas ou irregulares, onduladas	3,0
Fraturas lisas, onduladas	2,0
Fraturas polidas, onduladas	1,5
Fraturas rugosas ou irregulares, planas	1,5
Fraturas lisas, planas	1,0
Fraturas polidas ou estriadas, planas	0,5
<b>B) Sem contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre paredes</b>	
Fraturas preenchidas com material de natureza argilosa	1,00
Fraturas preenchidas com material de natureza arenoso	1,00

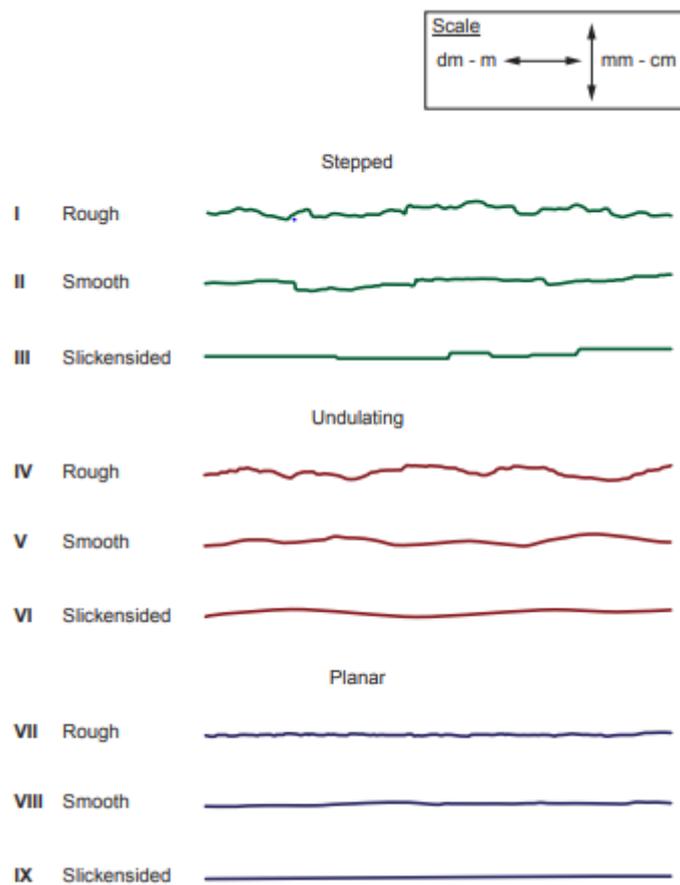


Figura 2 - Exemplos de superfícies das paredes das juntas com diferentes valores de  $J_r$ . O comprimento de cada perfil está numa faixa de 1-10m.  
Fonte : (NGI, 2015)

Além da rugosidade da junta, o preenchimento dela também é importante quando pensamos no atrito entre as paredes. Para considerar o preenchimento, dois fatores são importantes: espessura e força e estes dependem da composição mineral. Para determinar os valores de  $J_a$  – parâmetro que mede a alteração das discontinuidades, a Tabela 4 é dividida em três categorias baseadas na espessura e no contato entre as paredes da rocha quando cortada ao longo do plano da junta (NGI, 2015).

Tabela 4 - Valores de Ja

Condições de alteração nas paredes	ja	$\phi_r$
<b>A) Contato rocha-rocha e sem deslocamento relativo entre paredes</b>		
Paredes duras, compactas, preenchimento impermeável	0,75	-
Paredes sem alteração	1	25-35
Paredes levemente alteradas, películas de materiais arenosos ou abrasivos	2	25-30
Paredes com material silto-arenoso com pequena fração argilosa	3	20-25
Paredes de material mole (mica, talco, etc.), e/ou com material expansivo	4	8-16
<b>B) Contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre as paredes &lt; 10 cm</b>		
Paredes com partículas arenosas, fragmentos de rochas e etc	4	25-30
* Paredes com preenchimentos contínuos e pouco espessos (<5mm) de material argiloso fortemente sobreadensado	6	16-24
** Paredes com preenchimentos contínuos e pouco espessos (< 5mm) de material argiloso mediamente sobreadensado	8	12-16
*** Paredes com preenchimento de materiais argilosos expansivos, valores variáveis com a porcentagem dos argilo-minerais expansivos presentes e com a ação conjugada de água intersticial	8-12	6 -12
<b>C) Sem contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre as paredes</b>		
Zonas de preenchimento com fragmentos de rochas e material argiloso (ver *, **, *** para caracterizar a condição das argilas)	6-8 ou 8-12	6-24
Zonas de preenchimento com material argiloso ou silto-argiloso	5	-
Zonas contínuas de preenchimento com material argiloso (*, **, ***)	10-13 ou 13-20	6-24

Segundo Singh *et al.* (1999), o SRF (*Stress Reduction Factor*) pode ser medido a partir do relaxamento de tensão se a escavação passa por uma zona de cisalhamento ou maciços argilosos; através da relação ( $\sigma_c/\sigma_1$ ), onde  $\sigma_c$  é a resistência a compressão uniaxial e  $\sigma_1$  é a maior tensão principal antes da escavação. Se forem rochas competentes com problema de tensão; ou ainda, para maciços incompetentes, é determinado através do confinamento ou relaxamento de tensões. Os valores são obtidos através das Tabela 5 e 6.

Tabela 5 - Valores de SRF

<b>Condições de tensões no maciço</b>	<b>SRF</b>
<b>A) Zonas de baixa resistência interceptando a escavação</b>	
Ocorrências de múltiplas contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (qualquer profundidade)	10
Ocorrência específica contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (profundidade <50m)	5
Ocorrência específica contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (profundidade >50m)	2,5
Ocorrências múltiplas de zonas de material cisalhado em rochas competentes isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (qualquer profundidade)	7,5
Ocorrências específicas de zonas de material cisalhado em rochas competentes isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (profundidade da escavação < 50 m)	5
Ocorrências específicas de zonas de material cisalhado em rochas competentes isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (profundidade da escavação > 50 m)	2,5
Ocorrências de juntas abertas e intenso fraturamento do maciço (qualquer profundidade)	5

Tabela 6 - Valores para SRF para rochas competentes com problema de tensão

<b>Condições de tensões no maciço</b>	$\sigma_c / \sigma_1$	$\sigma_t / \sigma_1$	<b>SRF</b>
<b>B) Rochas competentes (comportamento rígido às deformações)</b>			
Tensões baixas, subsuperficiais	> 200	> 13	2,5
Tensões moderadas	200 - 10	13 - 0,66	1
Condições moderadas de rocha explosiva (Rockburst)	5 - 2,5	0,33 - 0,16	5 - 10
Condições intensas de rocha explosiva (Rockburst)	< 2,5	< 0,16	10-20

### 2.3 Definição de Diluição

No caso estudado, a existência de pequenas lentes de minério que não são lavradas, no entorno das escavações, devido a sua pequena espessura, acaba influenciando na estabilidade da escavação, pois essas lentes acabam gerando zonas de fraqueza, onde se dão a queda de choccos. Com isso, o deslocamento do minério, carreando parte do estéril junto, pode gerar altas porcentagens de diluição. Sabe-se

que a diluição ocorre quando qualquer quantidade de estéril acaba se unindo ao minério, contaminando-o.

Durante a operação podem ocorrer tanto a diluição planejada, que já está dentro dos limites do realce projetado, quanto a chamada diluição operacional que é a contaminação que não era esperada no realce projetado. Na Figura 3 foi esquematizado o conceito de ambas diluições.

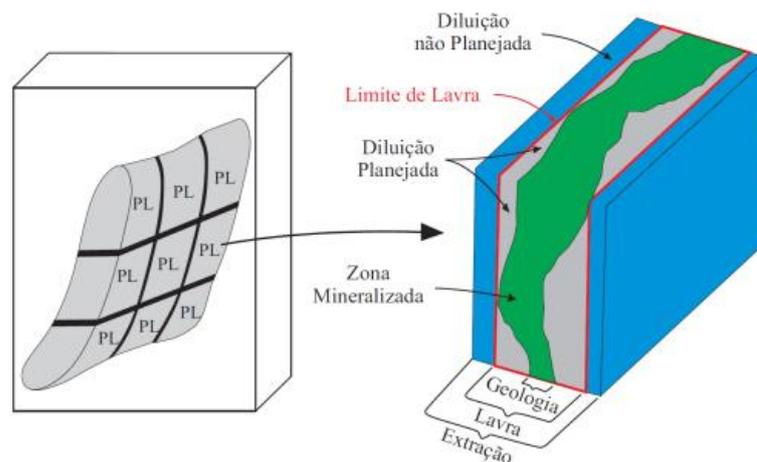


Figura 3- Representação gráfica da diluição não planejada e planejada  
Fonte: (CHARBEL, 2015) adaptado de (SCOBLE *et al.*, 1994)

A diluição é preocupante por afetar todo o ciclo operações da mineração. Um valor elevado de diluição operacional pode ter origem na instabilidade das superfícies do realce, descontinuidades consequentes do desmonte e pelas próprias características do maciço. Esse tipo de diluição acaba acontecendo logo após o desmonte, processo conhecido como processo quase-estático do *overbreak*, e acontece devido a redistribuição das tensões e redução ou perda da resistência das descontinuidades percebidas no maciço rochoso. (OLIVEIRA, 2012)

Um dos aspectos relevantes é o fator econômico. A diluição não planejada afeta diretamente a produtividade ao comprometer o teor do minério que chega na usina e ao aumentar o custo com transporte do minério. Pakalnis *et al.* (1995) relata alguns casos de fechamento em minas subterrâneas do Canadá por essa razão.

Existem algumas formas de se calcular a diluição, entre elas são notórias as Equações 5 e 6, por serem as mais utilizadas nos cenários do Canadá segundo Scooble e Moss (1994). Pakalnis *et al.* (1995) propôs a padronização da equação 5. A primeira equação (Equação 5) é mais conservadora, uma vez que seu denominador é menor e o valor de diluição resultante é maior.

$$Diluição = \frac{Massa\ de\ estéril\ deslocada}{Massa\ de\ minério\ contida\ no\ realce\ planejado}$$

Equação 5 – Diluição

$$Diluição = \frac{(Massa\ de\ estéril\ deslocada)}{Massa\ de\ rocha\ presente\ no\ realce\ planejado + Massa\ de\ estéril\ deslocada}$$

Equação 6 – Diluição

A diluição é um parâmetro usual para indicar a estabilidade dos realces. Na literatura, autores como Mathews et al. (1981), Pakalnis (1986) e Potvin (1988) escolheram medir a estabilidade de um realce com base na diluição que ele apresenta. Em praticamente todo método há diluição e ela é considerada crítica ao atingir valores elevados, por afetar tanto no quesito produtividade quanto na segurança do empreendimento.

Segundo Oliveira (2012), é um desafio constante estimar esta estabilidade tendo em vista a anisotropia, heterogeneidade, e presença das descontinuidades nos maciços rochosos. O método mais aplicado atualmente é o do Gráfico de estabilidade que foi proposto por Mathews *et al.* (1981)

## 2.4 Construção do Gráfico de estabilidade

Na proposição do gráfico são levadas em consideração duas variáveis: raio hidráulico e número de estabilidade. Com elas, obtém-se a relação entre geometria e estabilidade das aberturas subterrâneas. O gráfico funciona de maneira que a abertura do realce e a competência do maciço podem ser correlacionados com o propósito de fornecer uma indicação de estabilidade ou instabilidade do realce.

### 2.4.1 Raio Hidráulico

Segundo Brady (2004), o raio hidráulico é o parâmetro que considera a geometria da abertura no realce. Ele pode ser obtido através da Equação 7:

$$RH = \frac{\text{Área do realce}}{\text{Perímetro do realce}}$$

Equação 7 - Raio Hidráulico

#### 2.4.2 Número de estabilidade

O número de estabilidade está relacionado com a capacidade do maciço de se auto sustentar, ou seja, de resistir à uma condição de tensões induzidas. De acordo com Hoek et al. (1995) o número de estabilidade pode ser obtido resolvendo a Equação 8:

$$N' = Q' \times A \times B \times C$$

Equação 8 – Número de estabilidade

Substituindo Q' (representado na Equação 4) na Equação 8, que descreve o sistema de classificação NGI-Q, tem-se a Equação 9:

$$N' = \left( \frac{RQD}{Jn} \right) \left( \frac{Jr}{Ja} \right) \times A \times B \times C$$

Equação 9 – Número de Estabilidade

Onde:

N' = Número de estabilidade de Potvin

A = Fator das tensões

B = Fator da orientação da descontinuidade

C = Fator de gravidade

Ainda segundo Hoek *et al.* (1995), o fator das tensões (A) é obtido através da razão entre a resistência à compressão uniaxial ( $\sigma_c$ ) e as tensões induzidas no maciço ( $\sigma_i$ ) como mostra as Equações 10. A Figura 4 mostra um gráfico que relaciona o fator de tensões com o valor de  $\sigma_c / \sigma_i$ :

$$\text{para } \frac{\sigma_c}{\sigma_i} < 2 : A = 0,1$$

$$\text{para } 2 < \frac{\sigma_c}{\sigma_i} < 10 : A = 0,1125 \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_i} \right) - 0,125$$

$$\text{e para } \frac{\sigma_c}{\sigma_i} > 10 : A = 1$$

Equações 10 - Equações de determinação do Fator A do gráfico de Potvin

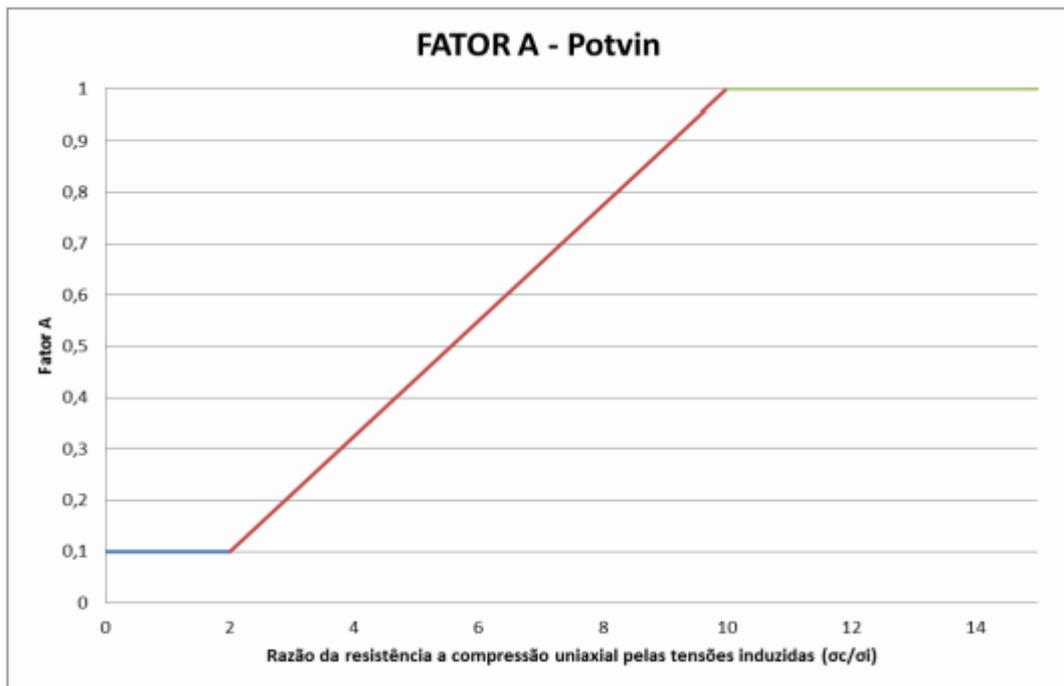


Figura 4 - Gráfico fator A versus a taxa de tensão uniaxial induzida  
 Fonte (HOEK *et al.*, 1995)

O fator B considera o efeito da orientação da descontinuidade mais crítica, e é obtido a partir da diferença do mergulho da descontinuidade e das paredes da escavação. Ele é estimado usando a Figura 5.

Segundo Hoek *et al.* (1995) há maior risco de ruptura quanto mais agudo for o ângulo entre a descontinuidade e a superfície da escavação, entretanto, quando este valor tende a zero há um aumento na resistência desde que os blocos de rochas articulados ajam como um feixe.

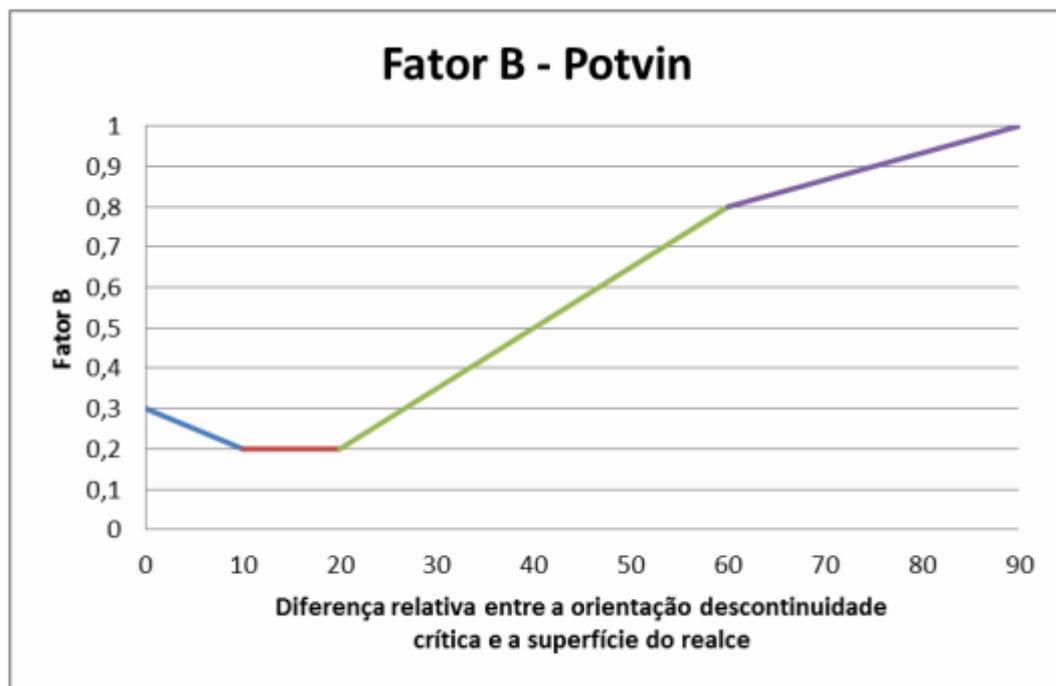


Figura 5- Ajuste do fator B de acordo com a orientação da descontinuidade. (Potvin, 1988)

Fonte: (HOEK, E. *et al.*, 1995)

O fator de ajuste da gravidade (C) é proposto segundo dois gráficos na metodologia de Potvin. O primeiro diz respeito a inclinação da superfície de realce e deve ser utilizado para quedas no teto e nas paredes do realce e pode ser observado na Figura 6.

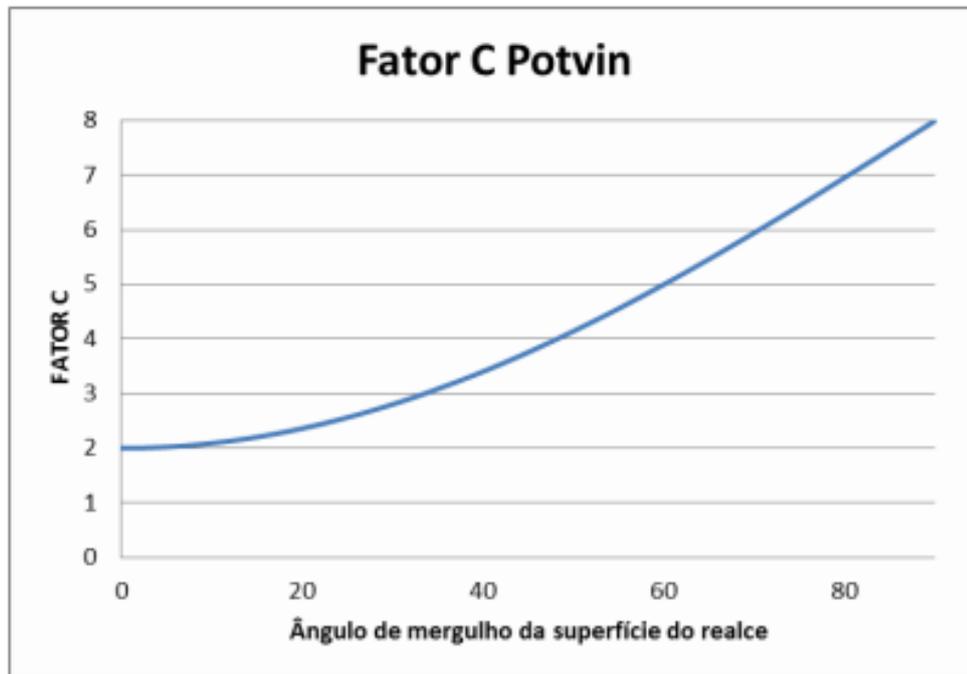


Figura 6- Gráfico para determinação do fator C para quedas no teto e paredes do realce.

Fonte: (HOEK, E. et al., 1995)

Já o segundo gráfico está relacionado ao efeito das falhas por deslizamento. Este efeito depende da inclinação da junta crítica como mostra a Figura 7:

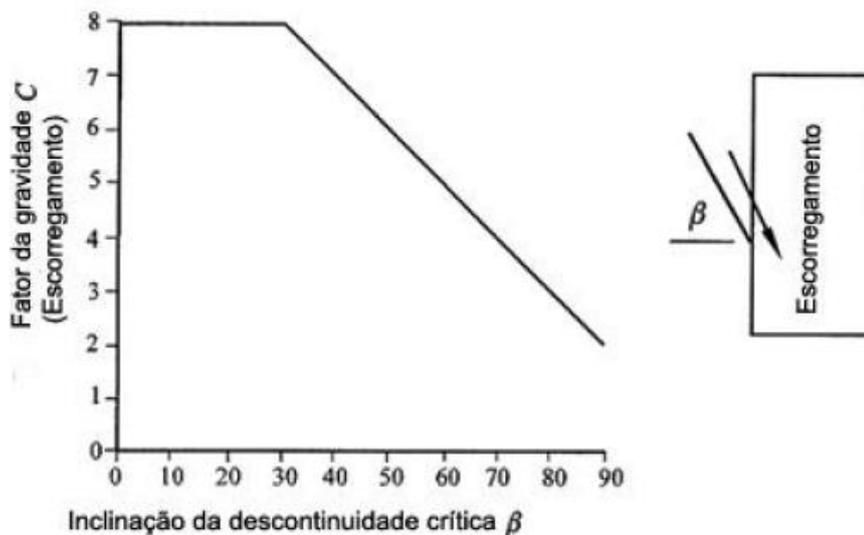


Figura 7- Gráfico para determinação do fator f para deslizamentos que dependem da inclinação da junta crítica.

Fonte: (HOEK *et al.*, 1995)

### 2.4.3 Gráfico de estabilidade

De acordo com Hoek *et al.* (1995), o gráfico proposto por Mathews *et al.* (1981) é um modelo empírico que foi embasado em um pequeno conjunto de dados obtidos de 26 realces em três minas subterrâneas de profundidade igual a 1000 m no Canadá. O gráfico é mostrado na Figura 8, e o eixo das ordenadas representa o número de estabilidade do realce (N) e o eixo das abscissas o raio hidráulico do realce.

Nele há uma divisão de três zonas separadas por interfaces de transição, sendo elas: zona estável, potencialmente instável e zona instável. Seu principal conceito é relacionar a competência do maciço com a geometria/tamanho da escavação para informar sobre a condição de estabilidade ou instabilidade local (MAWDESLEY *et al.*, 2001).

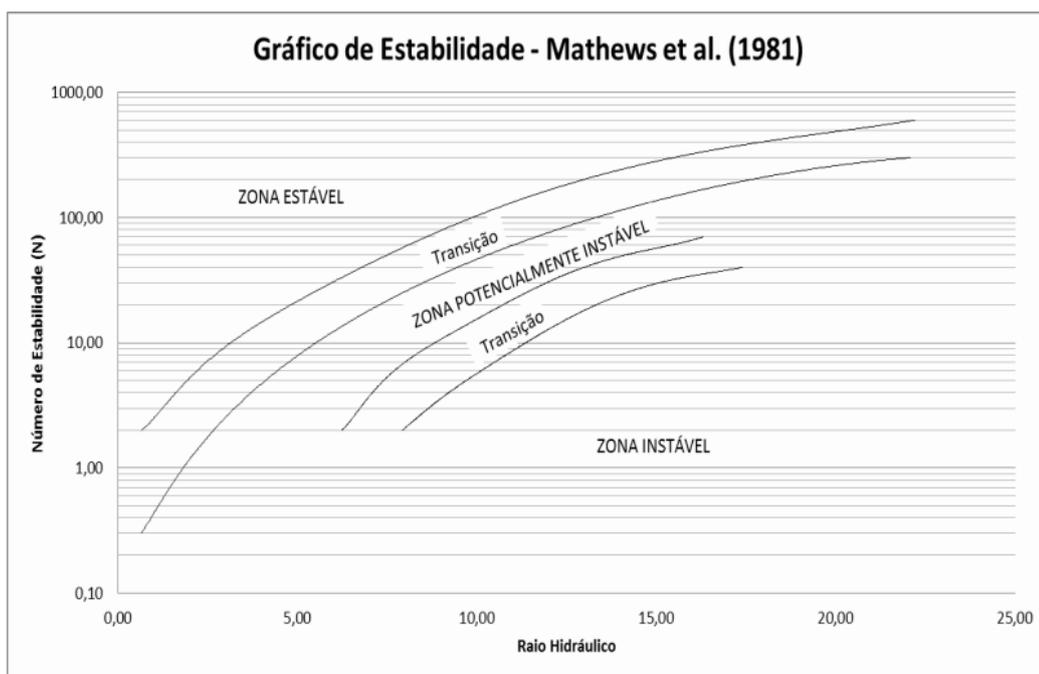


Figura 8- Gráfico de estabilidade proposto por Mathews et al (1981)

Com o passar do tempo este conjunto de dados foi ampliado, e de acordo com o estudo de Suorineni (2010) saiu da base de 26 casos para 483 casos atualmente. Com o aumento de dados, principalmente dados relacionados a minas subterrâneas de profundidade menor que 1000m, foi comprovada a eficácia do método e algumas mudanças foram propostas principalmente por Potvin (1988); Stewart *et al.* (1995) e Trueman *et al.* (2000).

Potvin (1988), com base em um banco de dados de 175 realces de 34 minas de profundidades variadas, propôs alterações na variável do número de estabilidade

(N'). O gráfico proposto por Potvin (1988) é mostrado na Figura 9, e segundo Oliveira (2012), juntamente com as modificações nos fatores de ajuste, observa-se uma redução zona de transição e uma melhor delimitação das zonas propostas.

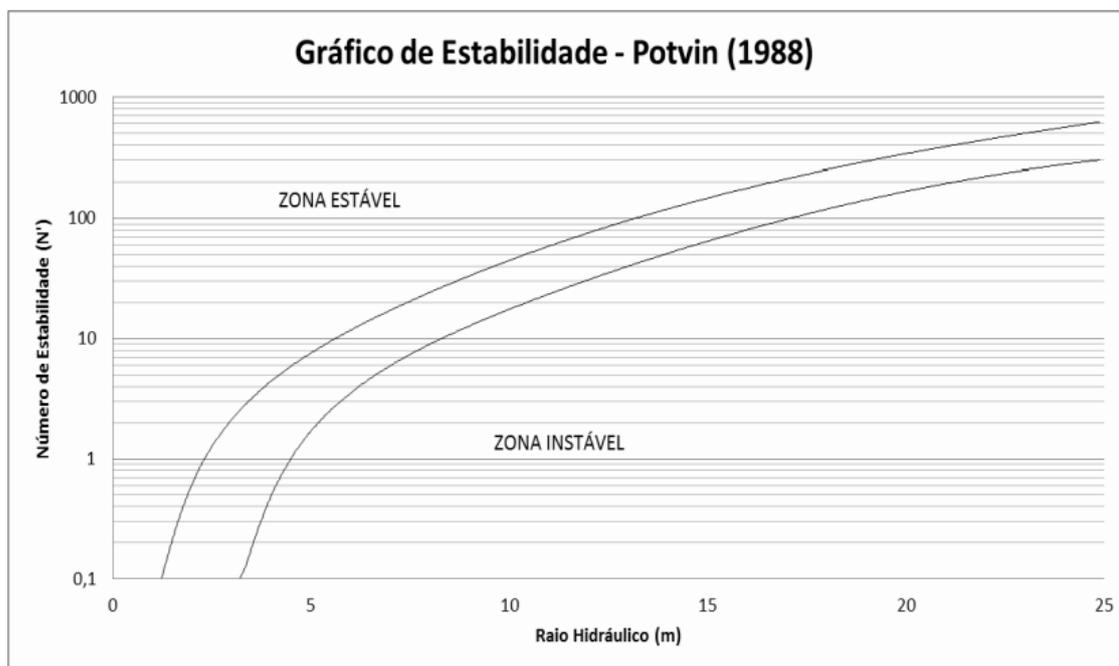


Figura 9- Gráfico de estabilidade proposto por Potvin et al (1988)

Os gráficos propostos são limitados no que tange a constante variação das estruturas presentes, litologia e situações nas quais se encontram as aberturas subterrâneas, conforme mostram os estudos de Oliveira (2012). Por isso, o ideal é que para cada mina subterrânea seja proposto um gráfico que represente melhor sua situação. Além disso, existe a dificuldade de se obter este gráfico para cada condição se considerarmos que o número de dados levantados é realmente limitado durante as operações da mina.

## 2.5 Redes Neurais

Basicamente falando, o cérebro é formado por neurônios que são compostos por dendritos e axônios, como mostra a Figura 10. Os dendritos são responsáveis por receber os estímulos e repassá-los ou não pelo axônio até o próximo neurônio da rede.

Um neurônio biológico é ativado quando o somatório dos impulsos que chegam até ele ultrapassa seu limiar de execução. Mcculloch *et al.* (1943) escreveram um artigo sobre o possível modo de funcionamento dos neurônios. Propuseram ainda, um

modelo computacional de rede neural artificial baseada em matemática e algoritmos denominados lógica de limiar. (BRAGA *et al.*, 2000)

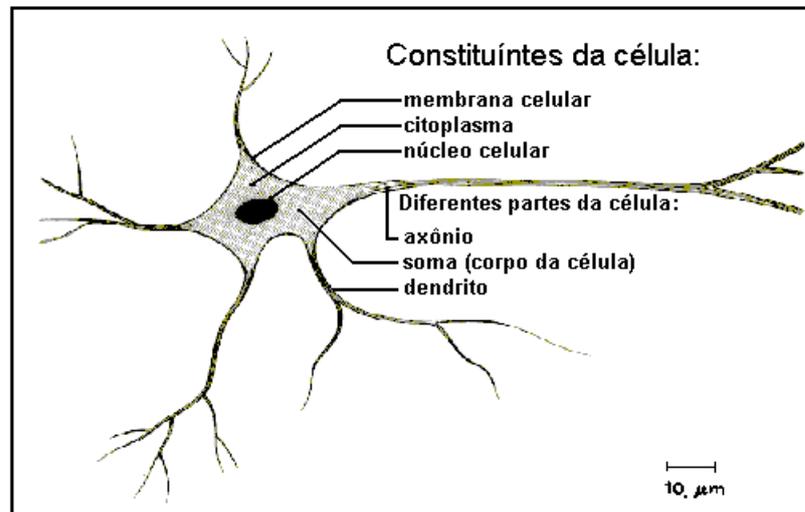


Figura 10 - Estruturas de um Neurônio real

Fonte: (Department of Computer Science - USP, 2009)

## 2.6 Redes Neurais Artificiais

Braga *et al.* (2000) define as redes neurais artificiais como sistemas paralelos distribuídos por unidades de processamento simples (nodos ou nós) que calculam determinadas funções matemáticas para cada sinapse, ou entrada de dados emitida. O conjunto de dados é acoplado a pesos, onde é aplicada uma função somatório, responsável por processar os dados de entrada.

Em seguida, aplica-se uma transformação no somatório das entradas ponderadas. Essa transformação é feita com a aplicação do valor da função somatório em uma função de ativação. A Figura 11 a seguir mostra um esquema do funcionamento das redes;

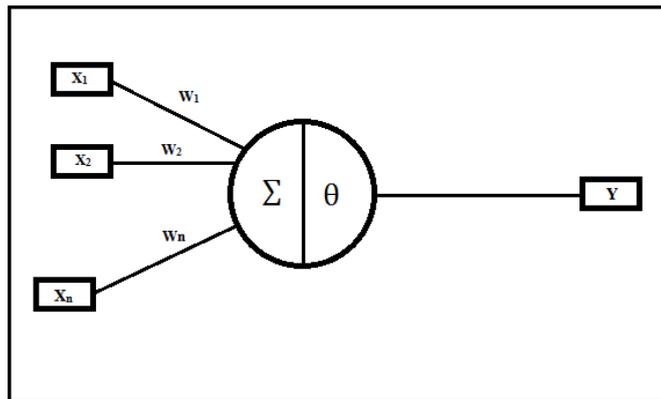


Figura 11 - Entradas e saídas de um neurônio artificial.

No primeiro modelo, proposto por Mcculloch *et al.* (1943), existem  $n$  terminais de entrada ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ) e neles são acoplados pesos ( $w_1, \dots, w_n$ ) responsáveis por ponderar a entrada recebida por cada neurônio da rede e ressaltar sua importância. (BRAGA *et al.*, 2000)

De acordo com Braga *et al.* (2000), a ativação ou não da saída dos dados é dada de acordo com a Equação 10. Ou seja, é dependente do valor da soma ponderada das suas entradas. Logo, a saída do nodo MCP será ativada quando:

$$\sum_{i=1}^n x_i w_i \geq 0$$

Equação 11 - Limiar de ativação

Onde  $x_i$  é valor de entrada e  $w_i$  o peso aplicado na entrada. Esse modelo apresenta algumas desvantagens listados por Braga *et al.* (2000), tais como:

- a. Redes mcp em uma única camada só implementam funções linearmente separáveis;
- b. Pesos negativos são mais adequados para representar disparos inibidores; e
- c. O modelo foi proposto com pesos fixos, não ajustáveis.

### 2.6.1 Tipos de Aprendizagem de Máquina

No processo de aprendizagem, de forma resumida, o sistema passa por uma etapa de aprendizagem através de exemplos. Depois, ele é capaz de generalizar, até para dados não-conhecidos, a informação aprendida (NORVING, P. *et al.*, 2013).

A rede é capaz de absorver informações relevantes dos padrões fornecidos a ela, e cria para si uma representação do problema através de um processo iterativo de ajuste dos pesos das conexões entre as unidades de processamento (NORVING, P. et al., 2013). Para isso, utiliza-se um algoritmo de aprendizado e um conjunto de processos que resultam no aprendizado da rede.

Na literatura, existem diversos mecanismos de aprendizado, como por exemplo: correção de erros, aprendizado hebbiano, modelo de Linsker, regra de Oja. Pode-se citar como os principais paradigmas de treinamento desenvolvidos (BRAGA *et al.*, 2000):

- Aprendizado supervisionado: neste método os dados de entrada e saída são fornecidos por um supervisor (professor).
- Aprendizado não supervisionado: só os dados de entrada são fornecidos a ela, e assim ela é capaz de gerar novas classes e grupos com as regularidades.

São utilizados ainda métodos como o aprendizado por reforço (um tipo de aprendizado supervisionado) e aprendizado por competição (um tipo de aprendizagem não supervisionada). Mas para fins de classificação, com o uso ou não de pesos nos neurônios, o aprendizado supervisionado é ainda o mais utilizado.

### **2.6.2 Aprendizagem supervisionada**

Esse tipo de aprendizagem visa achar uma relação entre os dados de entrada e de saída fornecidos. A rede compara então a saída desejada, fornecida pelo professor, e a saída calculada e recebe do supervisor informações sobre o erro da resposta atual e é capaz de ajustar os pesos com a finalidade de minimizar esse erro. O primeiro modelo de RNA's a utilizar esse tipo de aprendizagem foi o Perceptron (BRAGA *et al.*, 2000).

### **2.6.3 Modelos de redes neurais**

Atualmente as RNA's apresentam um desempenho superior se comparada aos demais modelos de inteligência artificial devido ao paralelismo natural à sua arquitetura e a forma como estes neurônios são representados internamente pela rede. Este sistema é uma ferramenta computacional capaz de se auto organizar e tem

a capacidade de processamento temporal. O modelo Perceptron é amplamente difundido e um dos mais simples, sendo um classificador linear.

#### 2.6.4 Perceptron

Segundo Braga *et al.* (2000), o modelo Perceptron foi proposto por Rosenblatt, em 1958, e foi ele que introduziu o conceito de aprendizado em RNAs. Este modelo era composto por uma estrutura de rede, cuja unidade básica em nodos MCP (Modelo proposto por McCulloch e Pitts) e uma regra de aprendizado. Abaixo, na Figura 12, é descrita a topologia da rede perceptron:

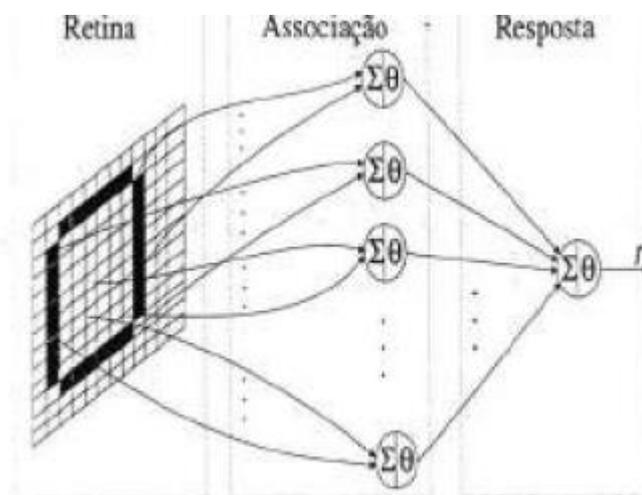


Figura 12- Topologia de um perceptron simples de uma camada.  
Fonte: (BRAGA *et al.*, 2000)

Na Figura 12, a retina é representada pelas unidades de entrada. As unidades intermediárias de associação são compostas pelos nodos com pesos e a resposta é a unidade de saída.

#### 2.6.5 Aprendizagem - modelo Perceptron

De forma geral os algoritmos de aprendizagem visam obter o valor do peso necessário para se obter a solução do problema em questão. O erro de cada estimativa da rede é calculado pela Equação 12:

$$E(t) = \text{saida esperada}(t) - \text{resposta calculada}(t)$$

## Equação 12 - Cálculo do erro da rede

A Equação 13 mostra a forma genérica de atualização dos pesos para correção dos erros. Onde,  $w_i(t + 1)$  é o peso atualizado,  $w_i(t)$  o peso atual,  $E(t)$  o erro,  $n$  a taxa de aprendizagem e  $x_i(t)$  a entrada para o neurônio  $i$  no tempo  $t$ .

$$w_i(t + 1) = w_i(t) + n \cdot E(t) \cdot x_i(t)$$

Equação 13- Forma genérica de atualização dos pesos

De forma simples, o algoritmo de aprendizado pode ser descrito como mostra a Figura 13 (BRAGA *et al.*, 2000):

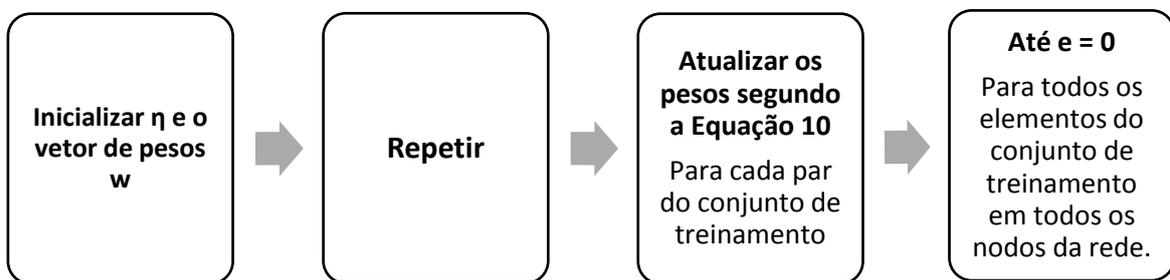


Figura 13 - Descrição do algoritmo de aprendizagem do modelo Perceptron

Ainda segundo Braga *et al.* (2000), o teorema de convergência apresentado por Rosenblatt, mostra que o algoritmo de treinamento do Perceptron é capaz de chegar, em um tempo finito, a uma solução para um problema de duas classes linearmente separáveis. Além disso, apesar de causar euforia quando da sua descoberta, o modelo foi bastante criticado o que causou uma grande pausa no estudo das RNAs e só em 1982 novos estudos deram uma forte expansão no número de trabalhos e aplicações envolvendo a técnica.

### 2.6.6 Redes MultyLayer Perceptron (MLP)

Problemas linearmente separáveis são limitados e não são encontrados facilmente. A maioria dos problemas são mais complexos e para que seja possível solucioná-los utiliza-se redes com uma ou mais camadas intermediárias (BRAGA *et al.*, 2000). Em uma rede de, no mínimo duas camadas intermediárias, as camadas intermediárias funcionam como detectores de características. Elas codificam os padrões de entrada, e essa codificação é utilizada para definir a saída da rede (BRAGA *et al.*, 2000). Na Figura 14 é mostrado um esquema típico de MLP.

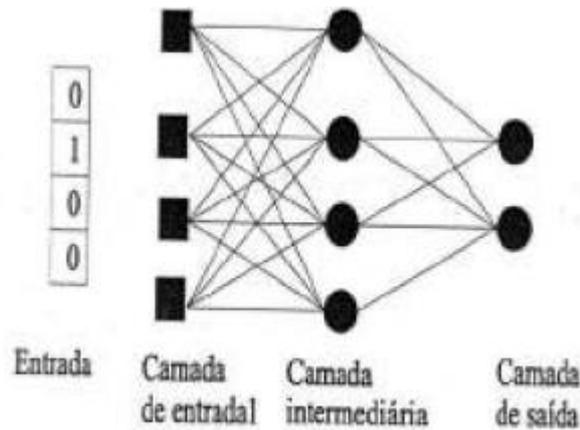


Figura 14 - MLP típica com uma camada intermediária (BRAGA *et al.*, 2000)

Os *MultyLayer Perceptrons* são utilizados com grande frequência nos problemas de aprendizagem supervisionadas. O seu treinamento consiste no ajuste dos pesos e bias para minimizar o erro.

### 2.6.7 Arquiteturas das RNAs

A Rede Neural Artificial é criada segundo uma arquitetura predeterminada. Na Figura 15 são exibidas alguns exemplos de arquitetura das RNAs, e ela é definida pelos seguintes parâmetros (BRAGA *et al.*, 2000):

- Número de camadas da rede: uma camada ou mais, o que representa o número de nós ou nodos entre a entrada e saída da rede. Elas são responsáveis pela propagação da informação recebida.
  - Segundo Cybenko (1989), uma camada intermediária é suficiente para aproximar qualquer função contínua;
- Número de nodos em cada camada intermediária: este número depende de vários fatores como:
  - Número de exemplos de treinamento, quantidade de ruído presente nos exemplos, complexidade da função, e distribuição estatística dos dados;
- Tipo de conexão entre os nodos: *feedforward* ou acíclica, *feedback* ou cíclica;
- Topologia da rede: define a forma como os nodos estão conectados e define uma regra de aprendizado.

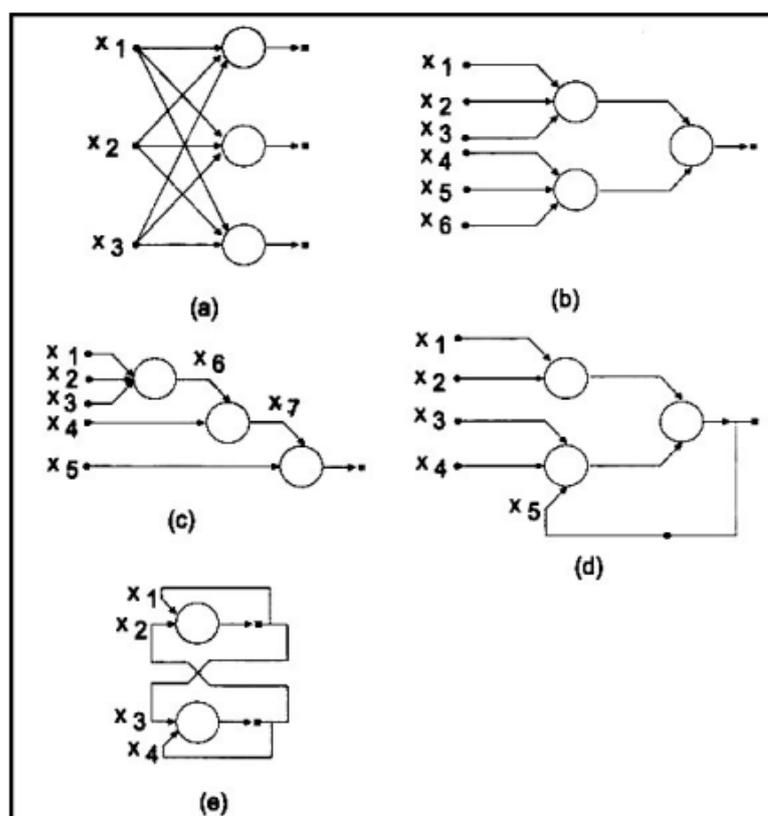


Figura 15 - Modelos de Redes (números e camadas)  
 Fonte:(BRAGA *et al.*, 2000)

Um MLP é normalmente composto por uma camada de entrada que recebe o sinal, uma camada de saída responsável pela predição ou tomada de decisão e, entre elas, um número indeterminado de camadas intermediárias. No entanto, Hornik *et al.* (1989) mostrou que uma camada oculta é suficiente para modelar qualquer função contínua por partes.

Segundo Rojas (1996), o algoritmo de *backpropagation* procura o mínimo da função de erro no espaço de peso usando o método de descida de gradiente. A combinação de pesos que minimizam a função de erro é considerada uma solução do problema de aprendizagem. O algoritmo de *backpropagation* é o responsável pelo ajuste dos parâmetros em relação ao erro de maneira em que a propagação se dá para trás, ou seja, no caminho de volta da rede e este algoritmo tem se mostrado eficiente para problemas de classificação (ÖRKÜ *et al.*, 2011).

Uma alternativa ao *backpropagation* é o *resiliente backpropagation* cujo funcionamento é parecido com o anterior, no entanto, não leva em consideração o valor de derivada parcial (gradiente de erro), mas considera apenas o sinal do

gradiente de erro para indicar a direção de atualização dos pesos (PRASAD *et al.*, 2013).

As redes do tipo *Feedforward*, são como ioiô, envolvidas em movimentos de ida e volta constantes como mostra a Figura 16. No caminho de ida, fase *forward*, o fluxo de valores se move em direção à camada de saída passando por cada camada intermediária. Na volta, fase *backward*, o fluxo de sinal se move, retornando e ajustando os pesos. Nessa fase, calcula-se as derivadas parciais da função de erro dos vários pesos que são reproduzidos através do MLP e este ato de diferenciação gera o gradiente, pelo qual os parâmetros são ajustados ao passo que levam a MLP cada vez mais próxima do erro mínimo.

É importante ressaltar que, para problemas em que é necessário utilizar MLP's, é praticamente impossível atingir-se a meta de erro zero assim como é possível no modelo Perceptron devido ao nível de complexidade.

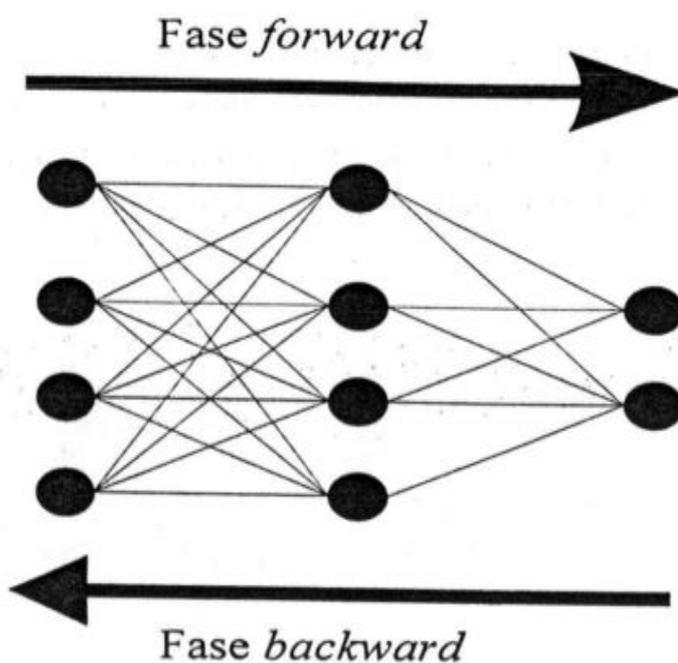


Figura 16 - Esquema Feedforward

### 2.6.8 Funções de ativação

O processamento da informação se dá no que é chamado de Função de ativação. Sua escolha deve ser criteriosa, com elas se torna possível mudanças nos pesos e bias que causem apenas pequenas mudanças no *output* e é isso que faz com

que a rede aprenda e consiga solucionar problemas complexos. Na Figura 17 são exibidas algumas das funções de ativação mais utilizadas.

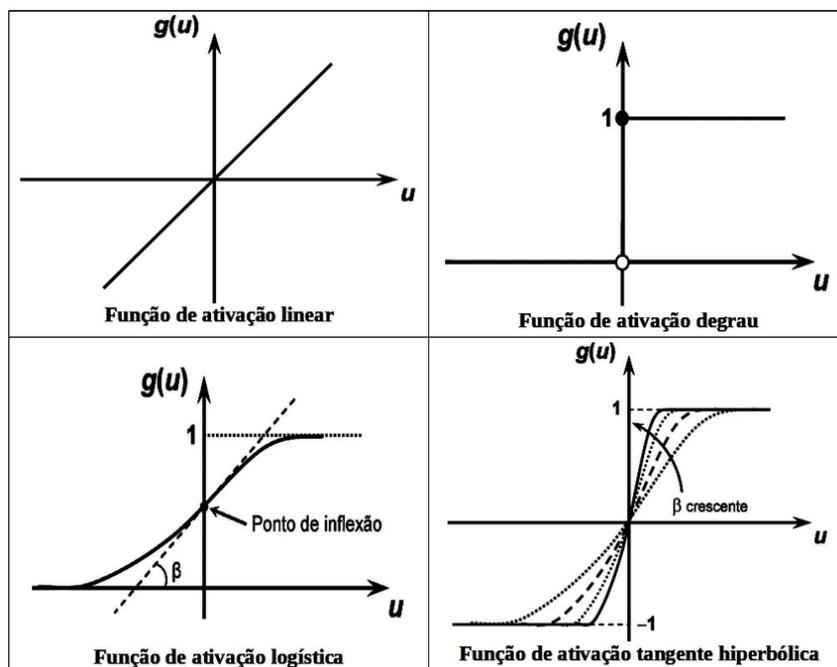


Figura 17- Funções de ativação

Fonte: (GOMIDE, F. A., 2012)

A função linear é uma das funções de ativação mais simples, e tem como característica não alterar a saída de um neurônio. Por isso é utilizada geralmente nas saídas das redes neurais de regressão, não sendo capaz de processar problemas complexos. A principal dificuldade de aprendizado dessa função se concentra no fato de que a derivada da função linear é constante, ou seja, o gradiente é o mesmo para qualquer valor não sendo possível a redução do erro.

Outra função simples, é a função degrau ou *threshold*, geralmente utilizada nas redes perceptron de uma camada que define a saída 1 ou 0 de acordo com o limite determinado. A principal desvantagem da função degrau é que por ser constante, sua derivada é igual a zero e por isso não existe gradiente para que o erro seja minimizado.

A função sigmoide ou logística é muito utilizada para redes neurais do tipo *Feedforward* e tem como resposta apenas números positivos (SCIENCE). Suas principais vantagens são:

- É uma função continuamente diferenciável e não linear;

- Ela tende a direcionar os valores de resposta aos extremos do gráfico, algo desejável para uma classificação.

No entanto apresenta desvantagens quando os gradientes assumem valores pequenos tendendo a zero, e isso implica que a rede não está mais em fase de aprendizagem. Outra desvantagem é que essa função não atinge valores negativos e nem sempre é desejável que os valores repassados ao próximo neurônio tenham o mesmo sinal.

Já a função tangente hiperbólica funciona de forma parecida com a sigmoide, mas seu comportamento gráfico é simétrico à origem atingindo valores de -1 a 1. É também continuamente diferenciável, e pode-se aplicar o algoritmo de *backpropagation* por não ser linear. A função tangente hiperbólica é dada pela Equação 14, e sua derivada e o seu gráfico são mostrados na Figura 18:

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Equação 14 - Tangente Hiperbólica

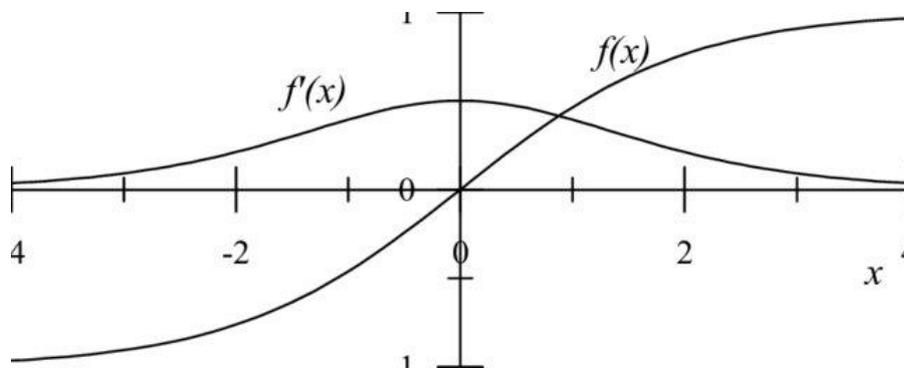


Figura 18 - Gráfico da função e derivada da função hiperbólica.

Fonte: (CARRARA, 1997)

### 3 METODOLOGIA

A primeira etapa do estudo foi realizar uma análise descritiva dos dados afim de conhecer melhor as variáveis estudadas e para isso foi utilizado o software Minitab®. O banco de dados foi fornecido por uma determinada mineradora, e nele constam os valores das seguintes variáveis: número de estabilidade; raio hidráulico e diluição. É a partir dos valores de diluição que o realce é definido como estável, instável e de transição. Ao todo, o banco de dados apresenta 35 realces. A Tabela 7 mostra o valor das variáveis para cada realce:

Tabela 7 - Banco de dados

Realce	Condição	RH	N
1	Estável	6,494689	1,71
2	Estável	5,804452	1,02
3	Estável	4,215194	1,02
4	Estável	5,205379	4,53
5	Estável	10,29378	5,81
6	Estável	6,285314	5,6
7	Estável	5,735428	3,25
8	Estável	7,215806	4,53
9	Estável	7,240064	3,25
10	Estável	2,440919	1,88
11	Estável	4,076322	1,06
12	Estável	3,044219	3,09
13	Estável	2,458595	0,86
14	Estável	6,164316	3,98
15	Estável	7,768911	3,98
16	Estável	3,09884	0,88
17	Instável	7,143365	1,47
18	Instável	7,500151	0,75
19	Instável	11,06929	1,47
20	Instável	6,624899	0,83
21	Instável	6,834517	1,68

22	Instável	10,02047	1,14
23	Instável	3,788406	0,87
24	Instável	5,755665	1,45
25	Transição	6,022872	1,02
26	Transição	8,722694	3,51
27	Transição	5,001469	0,84
28	Transição	2,484088	9,94
29	Transição	3,750384	1,06
30	Transição	3,784907	2,18
31	Transição	4,121561	2,18
32	Transição	4,467792	2,2
33	Transição	5,075206	2,15
34	Transição	6,164141	1,05
35	Transição	6,164141	1,05

Uma vez conhecidas as variáveis, a segunda etapa foi a análise do problema e da complexidade da classificação como mostra a Figura 19 no fluxograma da metodologia geral do trabalho. Decidiu-se, então, por dividir o estudo em duas situações, sendo elas:

**Situação 1 – Classificação em 2 classes:** utilizando os dados de realces estáveis e instáveis;

**Situação 2 - Classificação em 3 classes:** utilizando todo o banco de dados, com as três classes, estáveis, instáveis e transição.

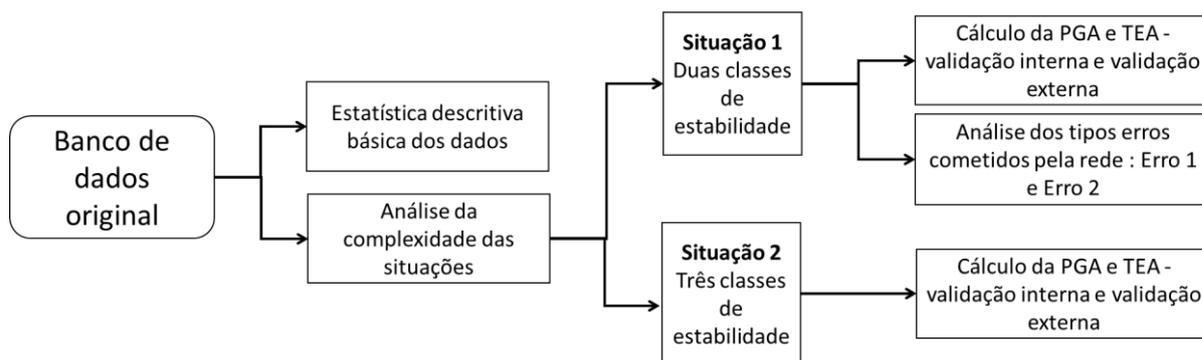


Figura 19 - Fluxograma de etapas da metodologia geral

### 3.1 Metodologia aplicada:

O R é uma linguagem e ambiente para computação de dados estatísticos e gráficos, permitindo abordagens estatísticas, modelagem linear e não linear, testes estatísticos clássicos, análise de séries temporais, classificação, agrupamento entre outros (R-FOUNDATION, 2016).

O script foi montado com as configurações da rede e com as variáveis de entrada Raio hidráulico e Número de estabilidade, e depois a rede foi treinada utilizando o tipo de aprendizado supervisionado. A constituição da amostra de treino e teste foi feita de forma aleatória no R e, assim, a cada rede treinada, uma amostra de treino e teste eram selecionadas.

A alimentação da rede se dá de forma positiva, *feedforward*, e o algoritmo de aprendizado utilizado foi o *backpropagation* (para duas classes) e o *resiliente backpropagation* (para três classes), e para cada um deles foi determinado um número máximo de *steps*, ou épocas, em que o treinamento deve ocorrer. Uma vez treinada, a rede precisa ser validada e por isso seus resultados são testados para medir sua assertividade. Neste estudo serão abordadas as duas validações:

Validação interna: utiliza a rede treinada para prever as classes na amostra de treino.

Validação externa: utiliza a rede treinada para prever as classes em uma amostra de teste

Para as validações foram realizadas 40 iterações, ou seja, foram geradas 40 RNA's que selecionavam de forma aleatória 50% do banco de dados para teste e os outros 50% para treinamento. A Figura 20 ilustra as etapas da metodologia aplicada:

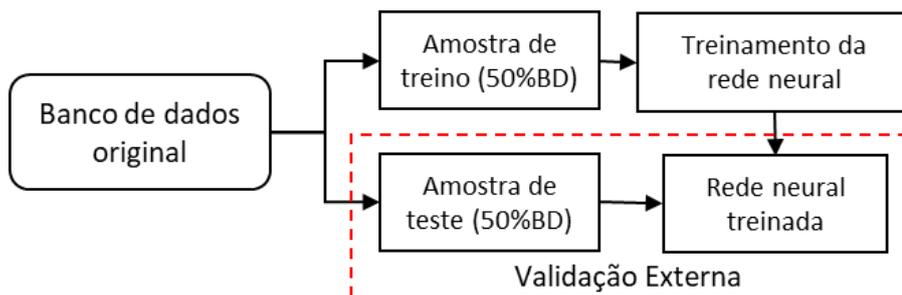


Figura 20 - Fluxograma da metodologia aplicada.

Foram feitas análises estatísticas tanto para o banco de dados como para os resultados das redes utilizando o software Minitab®. Os resultados da rede podem ser demonstrados por meio de matrizes de confusão, apresentadas nas Tabelas 8 e 9, para os dois tipos de classificação estudados, onde o n indica o número de pontos para cada situação.

Tabela 8 - Matriz confusão para a situação com duas classes de estabilidade.

Matriz de confusão para 2 classes		Predição		
		Estáveis	Instáveis	Total
Real	Estáveis	$n_{11}$	$n_{10}$	$n_{11} + n_{10}$
	Instáveis	$n_{01}$	$n_{00}$	$n_{01} + n_{00}$
	Total	$n_{11} + n_{01}$	$n_{10} + n_{00}$	$n_{total}$

Tabela 9 - Matriz confusão para a situação com três classes de estabilidade

Matriz de confusão para 3 classes		Predição			
		Estáveis	Instáveis	Transição	Total
Real	Estáveis	$n_{11}$	$n_{10}$	$n_{12}$	$n_{11} + n_{10} + n_{12}$
	Instáveis	$n_{01}$	$n_{00}$	$n_{02}$	$n_{01} + n_{00} + n_{02}$
	Transição	$n_{21}$	$n_{20}$	$n_{22}$	$n_{21} + n_{20} + n_{22}$
	Total	$n_{11} + n_{01} + n_{21}$	$n_{10} + n_{00} + n_{20}$	$n_{12} + n_{02} + n_{22}$	$n_{total}$

Na matriz confusão, os valores  $n_{11}$ ,  $n_{00}$  e  $n_{22}$  são o número de acertos da rede na classificação de reais estáveis, instáveis e de transição, respectivamente. O valor de  $n_{10}$  e  $n_{12}$  é a quantidade de reais estáveis que a rede classificou como

instáveis, ou de transição, respectivamente. O valor de  $n_{01}$  e  $n_{02}$  é a quantidade de realces instáveis classificados como estáveis no primeiro caso e em transição para o segundo. Já o valor de  $n_{21}$  e  $n_{20}$  a quantidade de realces de transição sendo classificados como estáveis e instáveis, respectivamente.

Para a validação interna e para a validação externa foram calculados a Probabilidade Global de Acerto (PGA) e a Taxa de Erro Aparente (TEA), de acordo com as Equações 15 – (A) e (B) e 16 – (A) e (B):

$$PGA = \frac{n_{11} + n_{00}}{n_{10} + n_{11} + n_{01} + n_{00}} * 100 \quad (A)$$

$$PGA = \frac{n_{11} + n_{00} + n_{22}}{n_{10} + n_{11} + n_{01} + n_{00} + n_{22} + n_{20} + n_{21} + n_{12} + n_{02}} * 100 \quad (B)$$

Equação 15 - Probabilidade Global de Acerto (PGA) para (A) Duas classes e (B) Três classes

$$TEA = \frac{n_{10} + n_{01}}{n_{10} + n_{11} + n_{01} + n_{00}} * 100 \quad (A)$$

$$TEA = \frac{n_{21} + n_{12} + n_{02} + n_{01}}{n_{10} + n_{11} + n_{01} + n_{00} + n_{22} + n_{20} + n_{21} + n_{12} + n_{02}} * 100 \quad (B)$$

Equação 16 - Taxa de Erro Aparente (TEA) para (A) Duas classes e (B) - Três classes

### Situação 1: Classificação em duas classes.

De início foi proposto a classificação em duas classes de estabilidade: realces estáveis e realces instáveis. Para isso o banco de dados contou com o total de 23 realces. O pacote utilizado foi o H2O (LEDELL *et al.*, 2019) e as configurações da rede utilizada para essa situação estão listadas abaixo.

- Número de neurônios na camada intermediária: 2
- Função ativação: Tangente Hiperbólica
- Número de épocas: 1000 épocas
- Base de treinamento: 50% da base de dados
- Base de teste: 50% da base de dados

Para a definição do número de neurônios na camada intermediária, foi utilizada a regra simples segundo Araújo (2010), onde foi utilizado o número igual a dois terços da soma entre os neurônios de entrada e de saída da rede. E esta configuração apresentou a rede com melhor resultado

Após passar pelos neurônios, a rede verifica a hipótese dos valores pertencerem a determinada classe e, caso a hipótese seja rejeitada, ela o classifica como pertencente à outra classe. Os realces serão, ao final, classificados pela rede da seguinte forma: 1 – estáveis 0 – instáveis. A Figura 21 representa a estrutura da rede utilizada.

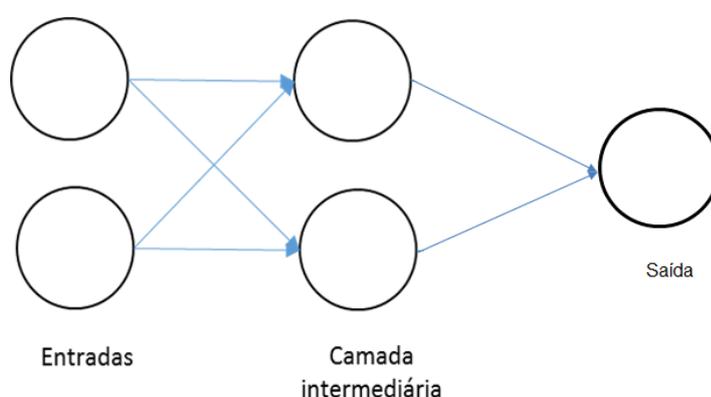


Figura 21 - Estrutura da rede neural utilizada.

Como apresentado na Figura 20, o banco de dados foi particionado de forma a constituir duas amostras, uma amostra para treino da rede, e outra para teste da rede neural treinada. De acordo com a classificação feita pela rede, será gerada uma matriz confusão e por meio destes resultados será feita a validação dos dados de acordo com os erros gerados.

Afim de entender se há alguma tendência de erro na rede, foram calculadas também a quantidade de erros classificados como tipo 1 e tipo 2 dentro do espaço amostral dos erros. Estes erros foram identificados como:

- Erro 1: Ocorre quando um realce instável é classificado como estável pela rede – Equação 17;
- Erro 2: Ocorre quando um realce estável é classificado como instável pela rede – Equação 18.

Os Erros do tipo 1 e 2 foram calculados tendo como espaço amostral os erros da rede e não todas as iterações. Ou seja, considerando todos os erros da rede, quantos foram Erros do tipo 1 e Erros do tipo 2.

Equação 17 - Erro 1: Realces instáveis sendo classificados como estáveis

$$Erro\ 1 = \frac{n_{01}}{n_{10} + n_{01}} * 100$$

Equação 18 - Erro 2: Realces estáveis sendo classificados como instáveis

$$Erro\ 2 = \frac{n_{10}}{n_{10} + n_{01}} * 100$$

## **Situação 2: Classificação em três classes.**

Uma vez que a classificação em três classes diferentes torna o problema ainda mais complexo, tornou-se necessário a busca de um novo pacote que fosse capaz de realizar a classificação. A escolha do pacote Neuralnet se deu também em função da sua flexibilidade e os principais argumentos, segundo Fritsch (2010), configurados na rede foram:

- Número de camadas intermediárias: 2
- Número de neurônios na camada intermediária: 4
- Função ativação: tangente hiperbólica
- Base de treinamento: 50% da base de dados
- Base de teste: 50% da base de dados
- Número de *steps*: a rede determina o número de *steps* necessários para convergir e pode-se gerar uma figura esquemática, semelhante à Figura 21, onde o número de *steps* e os pesos são exibidos.

Segundo Araujo (2010) na teoria não existem razões para se utilizar mais que duas camadas intermediárias, e problemas que precisem de mais de duas camadas não são usuais. Além disso, existem recomendações mas não uma metodologia amplamente aceita para determinar a escolha do número de neurônios ou de camadas intermediárias utilizadas. Por exemplo uma consideração de Braga et al. (2000) aconselha a utilização de (n+1), sendo n o número de variáveis. Araujo (2010), define

como regras simples que o número de neurônios na camada intermediária esteja entre o número de neurônios na camada de entrada e na camada de saída. Ou ainda, que seja dois terços do tamanho da camada de entrada. No entanto, para o cenário estudado a rede apresentou melhores resultados com as configurações listadas acima.

A Figura 22 mostra a arquitetura da rede neural artificial. Nesta rede neural artificial, os neurônios calculam a probabilidade do realce pertencer a cada uma das três classes, e o realce é classificado de acordo com maior probabilidade.

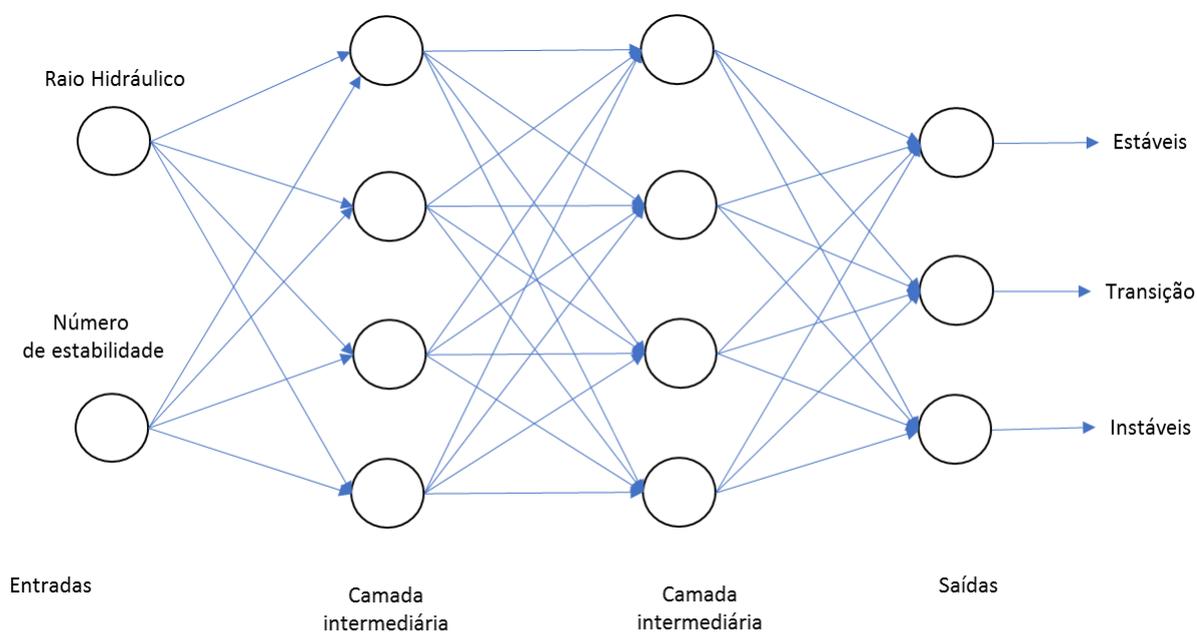


Figura 22 - Esquema da rede neural utilizada para a classificação em três classes

Da mesma forma, foi realizada validação interna e externa da rede por meio do cálculo da PGA e TEA. Por se tratar de um problema mais complexo optou-se por não estratificar os erros que poderiam ocorrer nesta classificação focando os resultados na assertividade da rede. Além disto, quando se trata de problemas de mais de um neurônio na camada de saída, *multiclass*, a resposta final são probabilidades da amostra estar classificada naquela classe, então a determinação desses tipos de erros pode, inclusive, estar relacionada a essa probabilidade. Os realces serão classificados pela rede da seguinte forma: 2 – transição, 1 – estáveis e 0 – instáveis.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Análise estatística do banco de dados.

Os primeiros resultados da pesquisa são relativos à análise descritiva das variáveis do banco de dados, ou seja, diluição, número de estabilidade e raio hidráulico. Esta estatística descritiva facilita a compreensão e visualização de dados brutos.

O banco de dados consiste em dados relativos a 35 realces. A Tabela 10 mostra a estatística descritiva básica das variáveis para as três classes: realces estáveis, instáveis e de transição. Nelas são apresentados os valores de média, mediana, primeiro quartil, variância e desvio padrão.

Tabela 10 – Sumário estatístico do banco de dados

Variável	Status	N	Média	Desvio Padrão	Variância	Q1	Mediana
Raio hidráulico (m)	Estável	17	5,51	2,11	4,43	3,59	5,80
	Instável	6	6,84	2,06	4,23	5,26	6,99
	Transição	12	5,61	2,37	5,61	3,87	5,04
Número de estabilidade – N'	Estável	17	2,79	1,73	3,00	1,04	3,09
	Instável	6	1,23	0,37	0,14	0,84	1,30
	Transição	12	2,37	2,52	6,32	1,03	1,81

Com base na Tabela nota-se que o raio hidráulico apresentou média de 5,51 m com mediana de 5,80 m, para realces estáveis, e média de 6,84 m com mediana de 6,99 m para os realces instáveis, denotando simetria na distribuição dos dados relativos ao raio hidráulico. Já os realces de transição apresentaram média de 5,61 m e mediana 5,04 m.

De acordo com o primeiro quartil cerca de 25% dos dados estão abaixo de 3,59 m para os realces estáveis, 5,56 m para realces instáveis e 3,87 m para realces de transição. A menor dispersão foi encontrada para o grupo de realces instáveis que apresenta também menor coeficiente de variação.

Para a variável Número de estabilidade (N') os valores são em média 2,79 e mediana 3,09 para realces estáveis. Para realces instáveis, a média foi de 1,23 e a mediana 1,30. Os realces de transição apresentam média 2,37 e mediana 1,81. A

média apresentou um valor menor que a mediana e isso denota uma assimetria negativa. Só os realces de transição apresentaram a média maior que a mediana, demonstrando uma assimetria positiva nos dados, e os realces instáveis tem o valor da média próximo ao valor da mediana denotando uma simetria dos dados.

Os valores de quartil revelam que 25% dos realces apresentam número de estabilidade abaixo de 3,09 para realces estáveis, 1,30 para realces instáveis e 1,81 para realces de transição. Em média, observa-se que, como esperado, os realces instáveis apresentam raio hidráulico maior, e número de estabilidade menor que as demais classes. As Figuras 23, 24 e 25 mostram os Histogramas da variável Raio Hidráulico para os realces estáveis, instáveis e de transição.

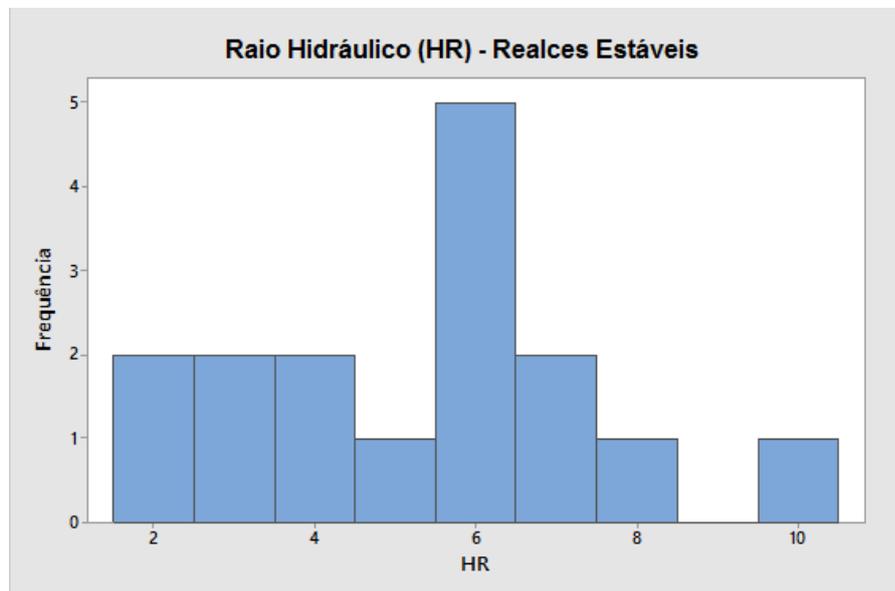


Figura 23 - Histograma da variável Raio Hidráulico para os realces estáveis

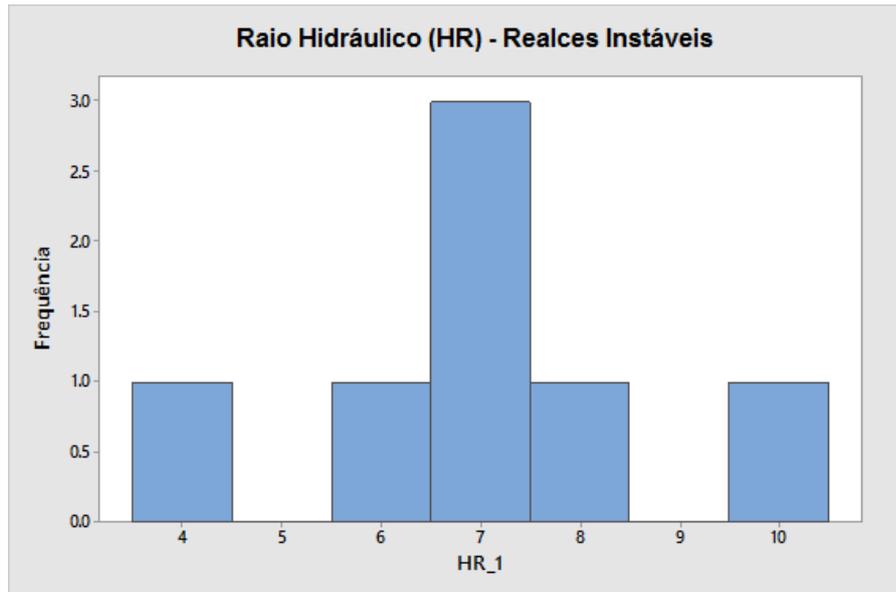


Figura 24 - Histograma da variável Raio Hidráulico para realces instáveis

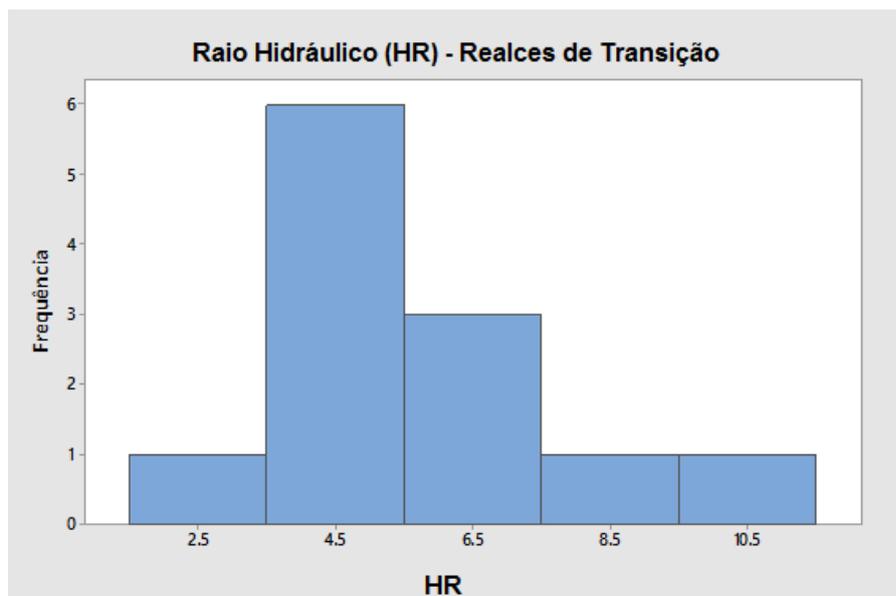


Figura 25 - Histograma da variável Raio Hidráulico para realces de transição

De acordo com as figuras, o pico do histograma é em torno de 6 m de raio hidráulico para realces estáveis como mostra a Figura 23. Para os realces instáveis o valor de maior frequência é em torno de 7 m de raio hidráulico de acordo com a Figura 24. Já para a classe de realces de transição, conforme mostra-se na Figura 25, nota-se o pico de maior frequência em 4,5 m.

Comparando as distribuições do raio hidráulico dos realces, na Tabela 10 percebe-se que os valores para a classe de realces instáveis são menos dispersos, apresentando desvio padrão de 2,06, enquanto os realces estáveis apresentam

desvio de 2,11 e os de transição 2,37. Os realces de transição apresentaram os maiores valores de raio hidráulico que as demais classes.

Nas Figuras 26, 27 e 28 são representados os histogramas de frequência para a variável número de estabilidade para os realces estáveis, instáveis e de transição, respectivamente.

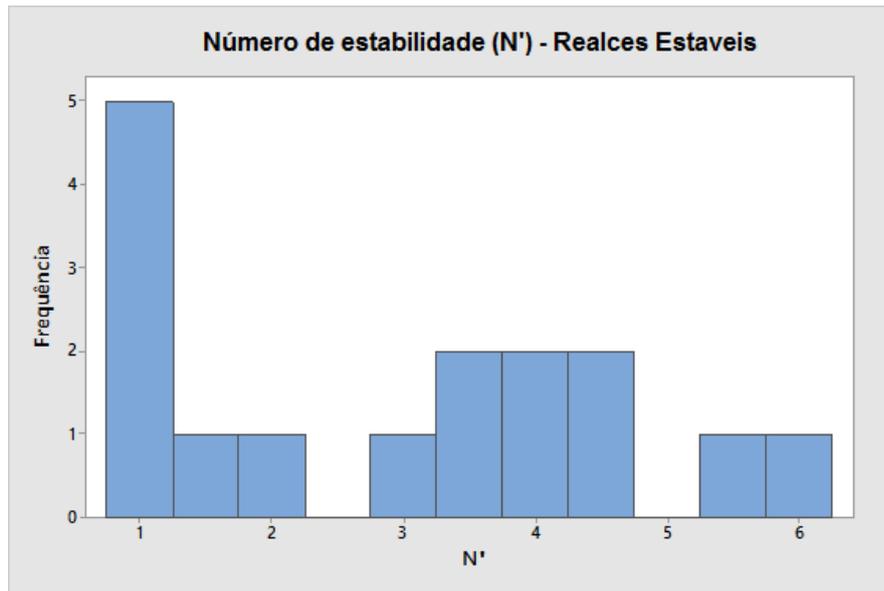


Figura 26 - Histograma do Número de estabilidade para os realces estáveis

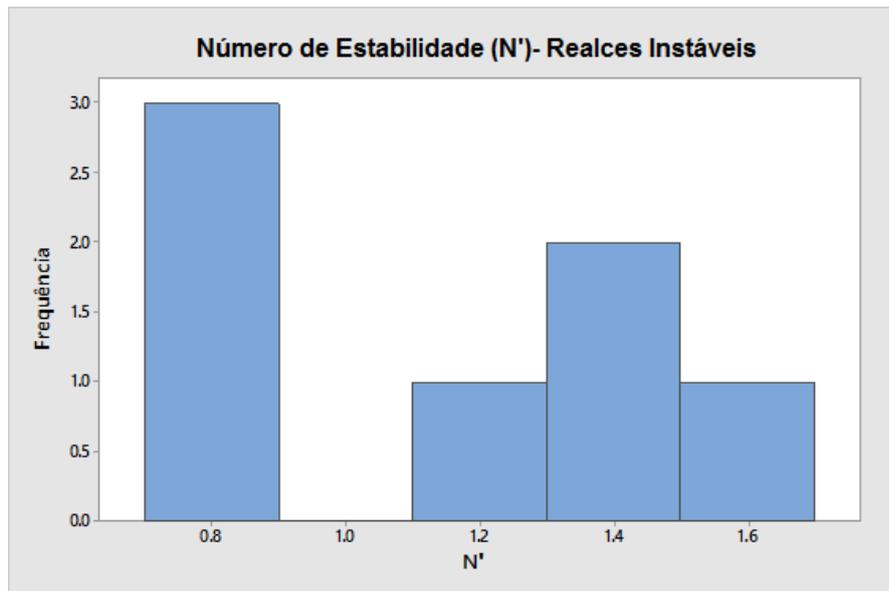


Figura 27 - Histograma do Número de estabilidade para os realces Instáveis

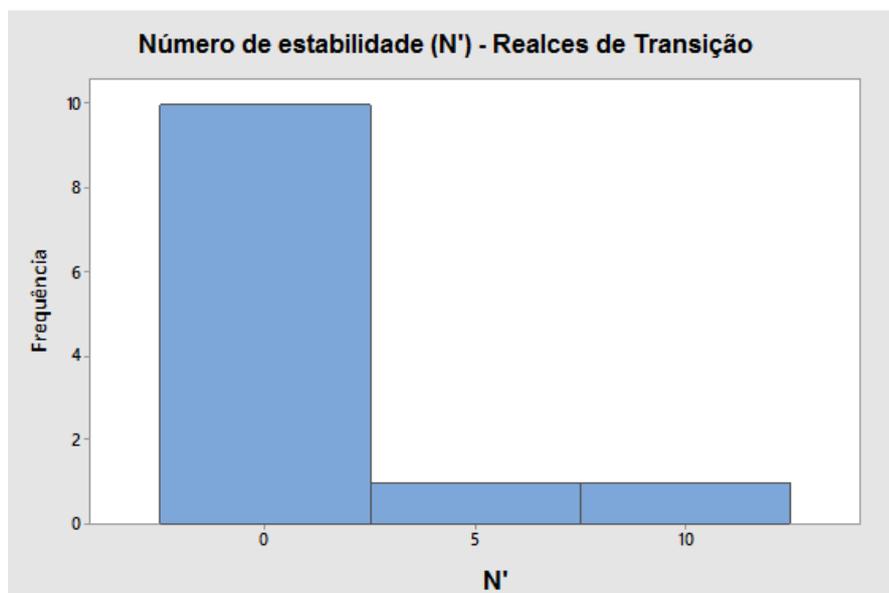


Figura 28 - Histograma do Número de estabilidade para os realces de Transição

De acordo com o histograma da Figura 26, a maior frequência dos dados para realces estáveis apresenta número de estabilidade próximo a 1. E, observando a Figura 27 nota-se que a maior frequência para realces instáveis é em torno de 0,8 m, já a Figura 28 apresenta a maior frequência para os realces de transição na faixa de 0 e 5.

Ao comparar as distribuições dos dados, nota-se que a distribuição dos realces de transição é mais dispersa que a dos realces estáveis e instáveis, sendo os valores de desvio padrão obtidos na Tabela 10 iguais a 2,52 para os realces de transição, 1,73 para os realces estáveis e 0,37 para os instáveis. Além disso, os valores de número de estabilidade são maiores para os realces estáveis, como esperado de acordo com a teoria, seguidos dos de transição e instáveis.

Para entender melhor a distribuição das variáveis raio hidráulico e número de estabilidade, foi realizado o Teste de Shapiro-Wilk para normalidade, o qual avalia a aderência dos dados à distribuição Normal. Os resultados obtidos são exibidos na Tabela 11.

Tabela 11 - Resultados dos testes de Shapiro-Wilk

Shapiro-Wilk normality test Raio Hidráulico	
p-value	0,3418
W	0,95329
Shapiro-Wilk normality test Número de Estabilidade	
p-value	0,002278
W	0,84573

Como pode-se observar na Tabela 11, os valores de p-valor e W encontrados com o software R foram para a variável raio hidráulico, 0.3418 e 0.95329, respectivamente, e, para a variável número de estabilidade, iguais a 0.002278 e 0.84573, respectivamente. O p-valor se refere à hipótese de que os dados seguem de fato uma distribuição normal, e essa hipótese é rejeitada, de modo geral, quando  $p$  é menor que 0,05. Logo, entende-se que a hipótese de distribuição normal, de acordo com a figura, é rejeitada para a variável número de estabilidade, e aceita para o raio hidráulico. Esse resultado é reforçado pelas Figuras 29 e 30 obtidas com o software MINITAB.

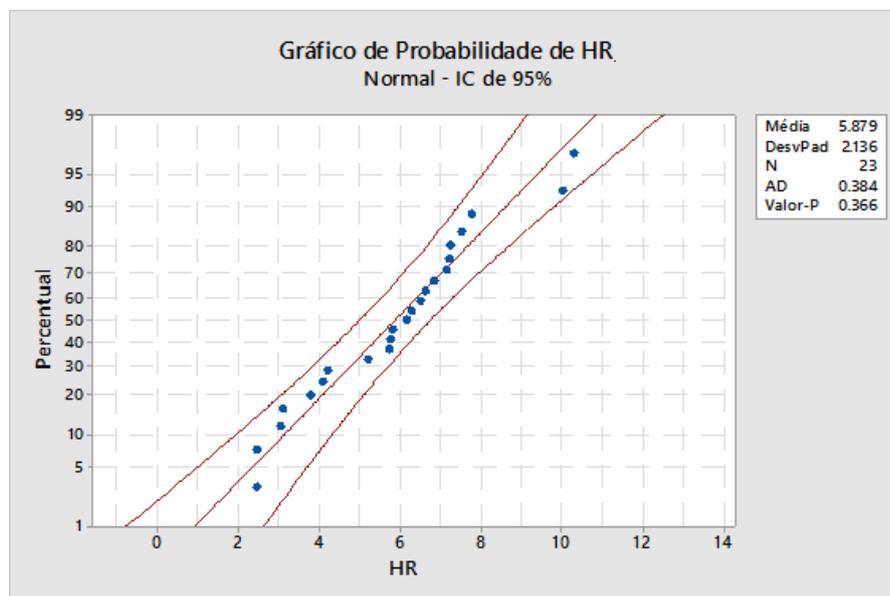


Figura 29 - Gráfico de Probabilidade do Raio Hidráulico

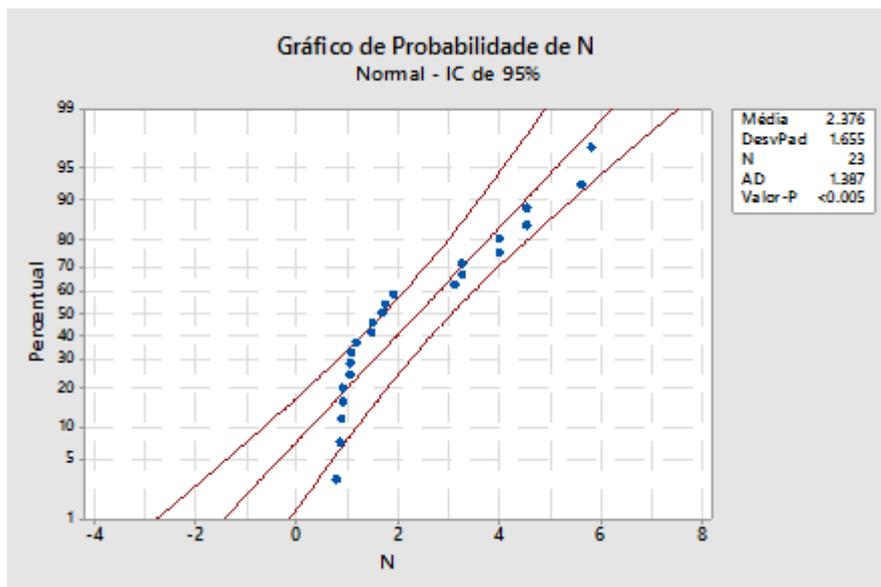


Figura 30- Gráfico de Probabilidade do Número de estabilidade

Na Figura 29 é perceptível que os valores de raio hidráulico se comportam dentro dos limites de normalidade e na Figura 30 nota-se que o número de estabilidade apresenta dados fora desse limite e distribuição irregular.

#### 4.2 Análise da complexidade das situações

Para entender a complexidade do problema de classificação, foi plotado o gráfico de dispersão dos dados. Na Figura 31 os dados são referentes às classes de realces estáveis, instáveis e, na Figura 32, aos realces estáveis, de transição e instáveis.

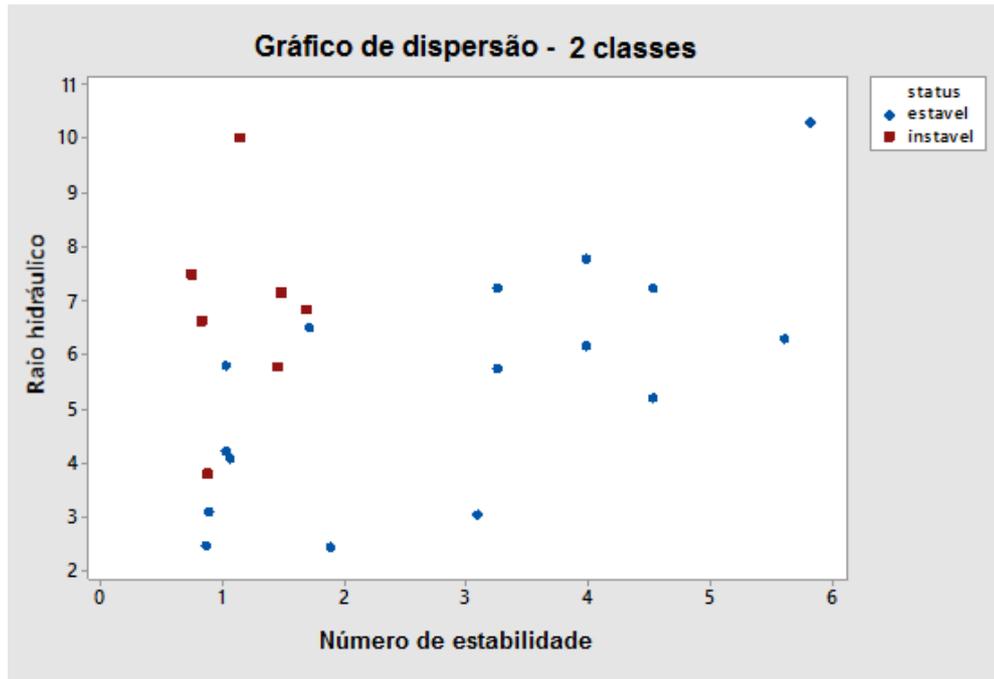


Figura 31 - Gráfico de Dispersão dos dados dos realces estáveis e instáveis.

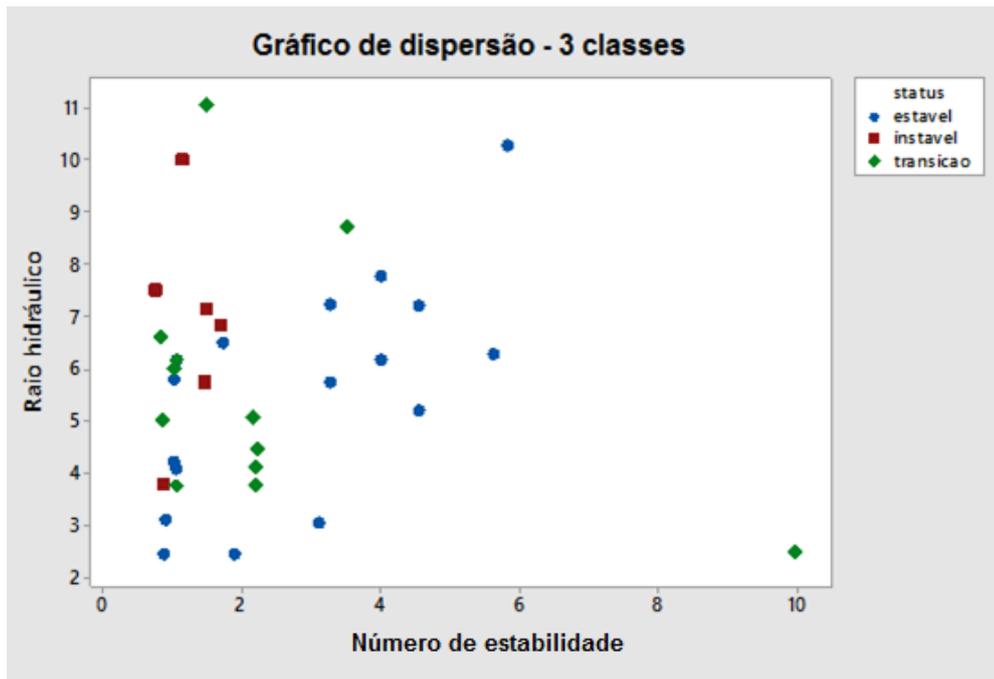


Figura 32 - Gráfico de Dispersão dos dados dos realces estáveis, instáveis e de transição.

Na Figura 31 pode-se observar uma separação maior das regiões onde há a concentração dos realces estáveis, em azul, e da região onde predominam os realces instáveis plotados com a cor vermelha. Portanto, o caso com duas classes é um caso simples de ser analisado, mas, ainda assim, não pode ser resolvido com métodos simples como uma regressão linear.

Já a distribuição dos dados na Figura 32 nota-se uma maior complexidade na diferenciação das três classes, uma vez que, os realces de transição se distribuem bem próximos das regiões onde se concentram a maior parte dos realces estáveis e instáveis não apresentando assim uma região bem delimitada de separação.

Partindo dessa informação, a primeira situação a ser analisada é a da classificação menos complexa resultando em duas classes, sendo elas: realces estáveis e instáveis. Logo depois, será abordada a segunda situação com a inclusão da terceira classe.

### 4.3 Duas classes de estabilidade: realces estáveis e instáveis.

Antes do processo de classificação, a rede precisa ser treinada para ser capaz de aprender as características de cada classe. Para isso, foi determinado 10000 épocas com a base de treinamento e então começa a classificar os realces da base de teste. Para cada uma delas foi calculado o valor de Probabilidade Global de acerto (PGA) e Taxa de Erro aparente (TEA). Assim, foram obtidas 40 redes treinadas. A Figura 33 mostra o comportamento da assertividade da rede na validação interna e a Figura 34 na validação externa para as 40 iterações realizadas.

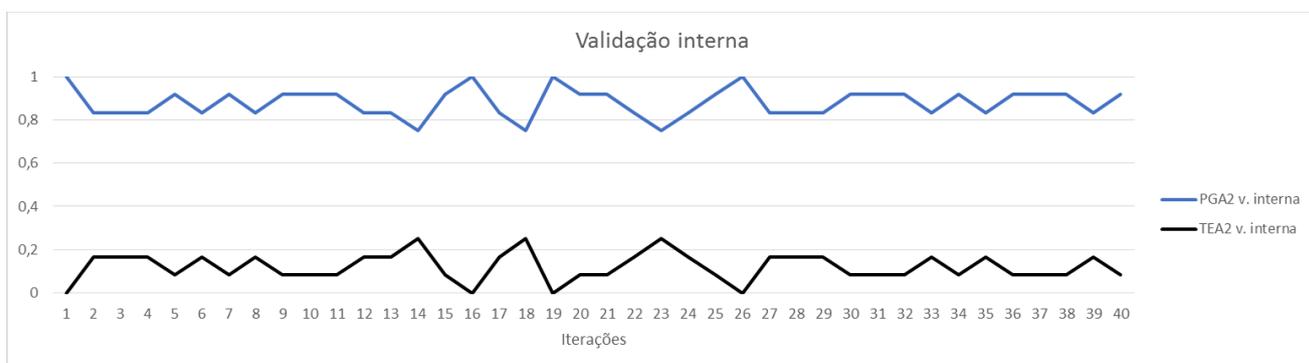


Figura 33 - Gráfico de validação interna para duas classes.

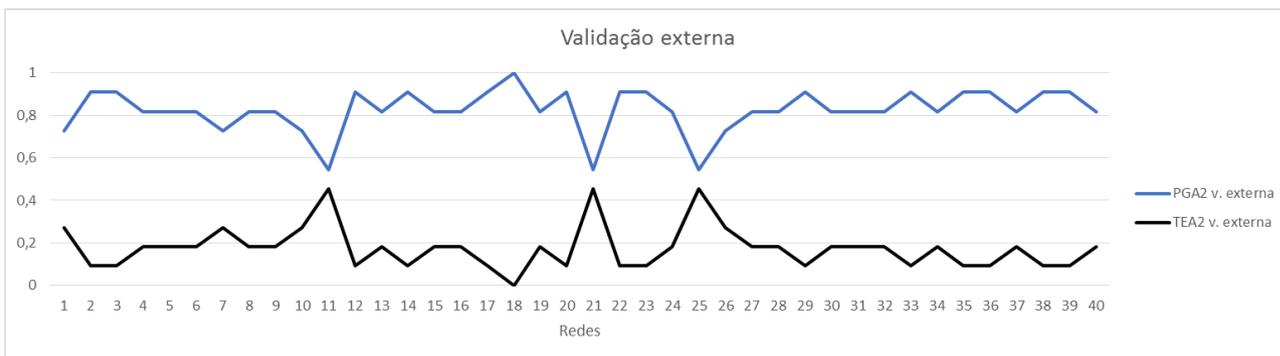


Figura 34 - Gráfico de validação externa para duas classes.

O ideal é que não aconteça um grande número de picos, porque o objetivo é que a rede se mantenha estável. Observando a Figura 33 percebe-se que na validação interna a rede apresenta um bom resultado, sem picos representativos. De acordo com a Figura 34, na validação externa é possível observar três picos consideráveis de aumento da TEA. No entanto, se comparado ao número de iterações realizadas, esses picos isolados não parecem comprometer a estabilidade da rede e, além disso, é possível observar pontos em que a rede classifica corretamente todos os realces. A Tabela 12 exibe o sumário estatístico das variáveis de performance da rede das 40 iterações realizadas.

Tabela 12- Sumário Estatístico dos parâmetros de validação interna e externa da rede.

Variável	Média	Desvio padrão	Variância	Mínimo	Q1	Mediana
<b>PGA v. interna</b>	0,88	0,07	0,00	0,75	0,83	0,92
<b>TEA v. interna</b>	0,12	0,07	0,00	0,00	0,08	0,08
<b>PGA v. externa</b>	0,83	0,10	0,01	0,55	0,82	0,82
<b>TEA v. externa</b>	0,17	0,10	0,01	0,00	0,09	0,18
<b>Erro 1 v. interna</b>	0,61	0,39	0,16	0,00	0,50	0,58
<b>Erro 2 v. interna</b>	0,29	0,35	0,12	0,00	0,00	0,00
<b>Erro 1 v. externa</b>	0,43	0,36	0,13	0,00	0,00	0,50
<b>Erro 2 v. externa</b>	0,55	0,36	0,13	0,00	0,33	0,50

Nos resultados da validação interna a rede tem em média uma PGA de 88% e mediana de 92 %, logo há uma leve assimetria na distribuição dos dados como mostra o histograma na Figura 35. Além disso, a média elevada indica a assertividade da rede na classificação. O valor do primeiro quartil (Q1) mostra que em apenas 25% das iterações a rede teve PGA menor que 83%, e o valor de PGA mínimo obtido foi de 75%. Esse é um resultado notável uma vez que a rede apresenta valores elevados de probabilidade de acerto na grande maioria das iterações que realiza. Em média, a taxa de erro aparente calculada na validação interna foi de 12% e a mediana de 8%. O desvio padrão dos dados foi baixo, 0,07, mostrando que os dados se distribuem próximo a média. Quanto maior a variância, maior tende a ser o erro de estimativa, e de acordo com os valores obtidos apresentaram baixos valores de variância. Para uma melhor visualização dos resultados foram plotados o histograma da PGA interna.

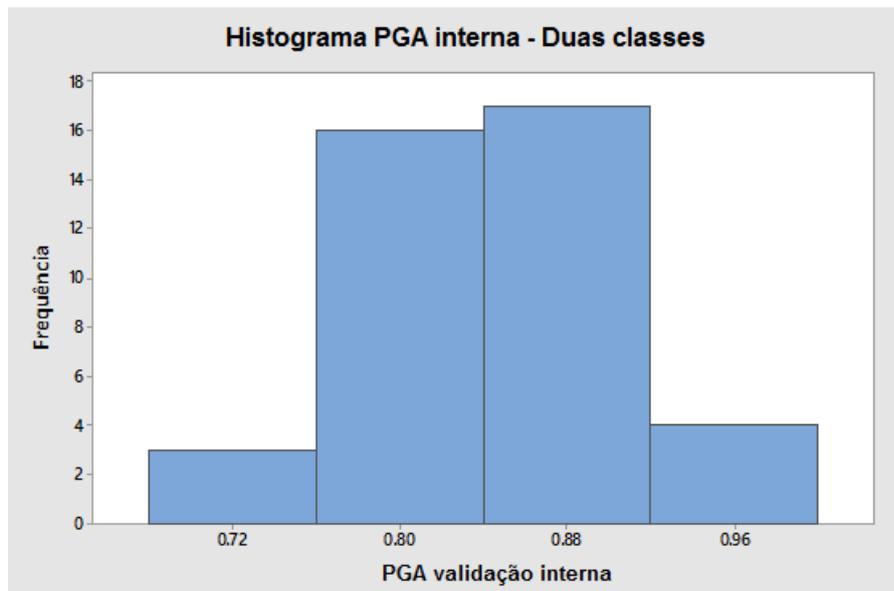


Figura 35 - Histograma da PGA interna para duas classes.

A Figura 35 mostra que o valor de PGA que apresentou maior frequência foi o de 88%. Além disso, o gráfico demonstra uma leve assimetria à esquerda uma vez que a diferença entre a média e a mediana não é tão significativa, sendo respectivamente 88% e 92%. Já a TEA interna apresenta maior frequência para um valor de 8% como mostra o histograma na Figura 36. A diferença entre a média e a mediana também não é tão significativa, sendo respectivamente 12% e 8%.

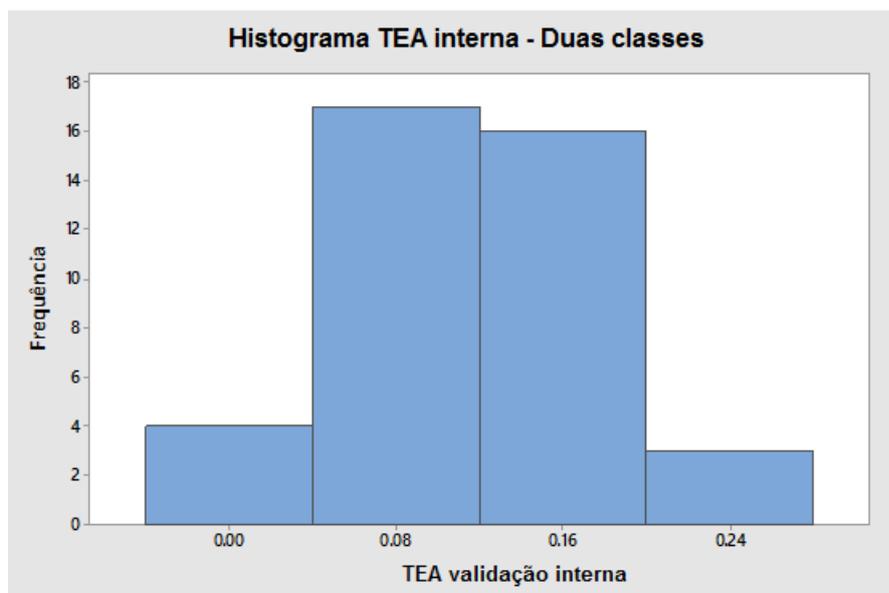


Figura 36 - Histograma da TEA interna para duas classes

Do valor de TEA obtido, ao estratificar os dois tipos de erros que a rede pode cometer, o Erro do tipo 1 aparece com maior recorrência, representando em média 61% dos erros totais de cada rede gerada como mostrado na Tabela 12. Já o Erro do tipo 2 representa em média 29% dos erros totais de cada rede gerada. Com isso pode-se interpretar uma tendência não conservadora da rede, uma vez que o Erro 1, o qual realces instáveis sendo classificados como estáveis, ocorreu com maior frequência.

Na validação externa os resultados de PGA também são elevados de acordo com a Tabela 12, apresentando uma média de 83% de acerto. O valor do primeiro quartil (Q1) mostra que em apenas 25% das iterações a rede teve PGA menor que 82%. O mínimo valor obtido foi de 55% e os valores de desvio padrão e variância são baixos.

Os valores de TEA foram de 17%, em média, um valor igual foi encontrado para a mediana. O erro do tipo 1 representou, na média, cerca 43% dos erros nas classificações realizadas por cada rede, e o erro do tipo 2 representou cerca de 55% dos erros nas classificações testadas por cada rede. A validação externa não reafirma a tendência não conservadora da rede como a apresentada pela validação interna.

O histograma da PGA externa - Figura 37 - ressalta que, nas iterações realizadas, o pico, ou seja, a maior frequência de resultados é de 75% de PGA. Como o valor da média foi semelhante à mediana, sendo 82,5% e 81,82%, que foram maiores que a moda de 75%.

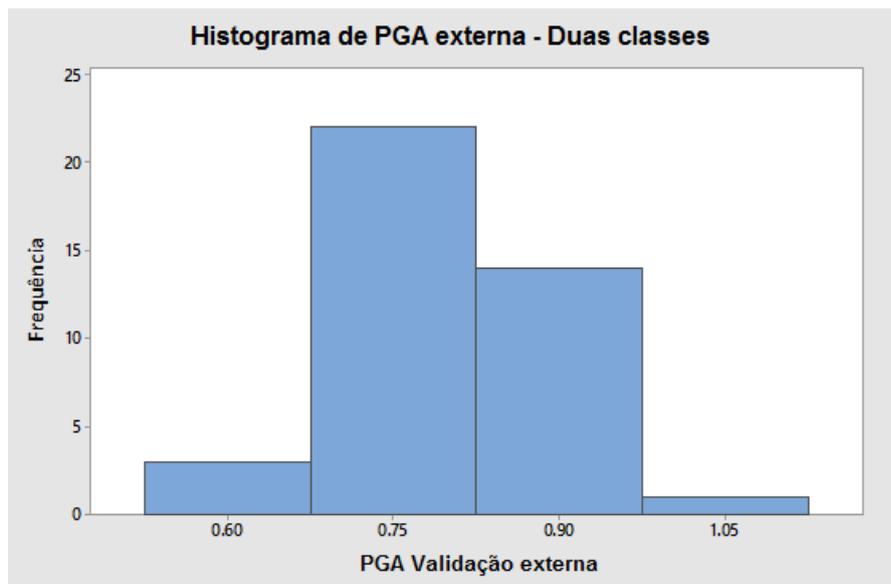


Figura 37 - Histograma de PGA externa para duas classes.

Para a taxa de erro aparente resultante da validação externa, histograma de frequência exibido na Figura 38 mostra um pico, ou seja, uma maior frequência para os valores de 15%. Para essa distribuição a moda é maior que a média e que a mediana a distribuição é assimétrica à esquerda.

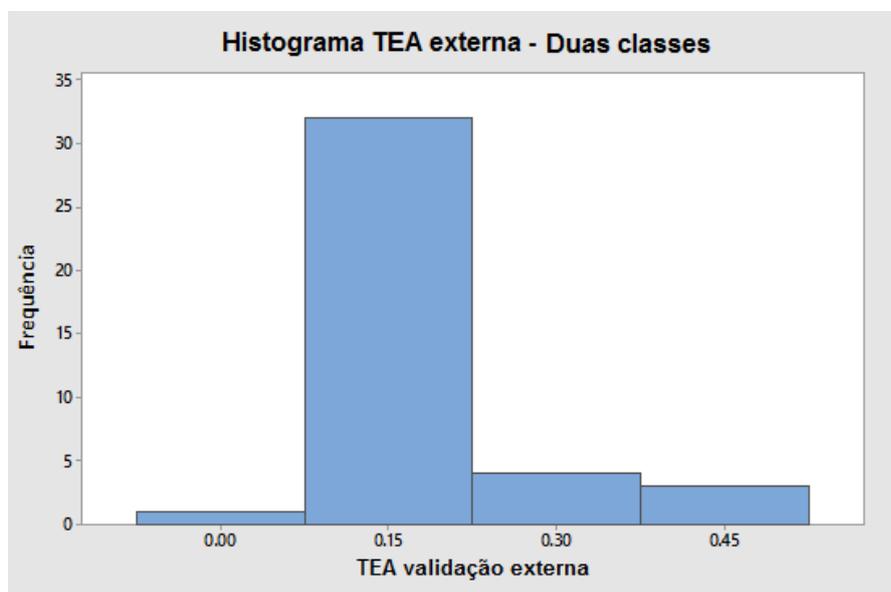


Figura 38 - Histograma para TEA externa para duas classes.

Percebe-se que o pico é em uma TEA de 20%, ou seja, a taxa de erro aparente da maioria das iterações realizadas é de 20% reiterando o bom desempenho da rede. Ao final, com os resultados de validação interna e validação externa percebe-se o bom desempenho da rede que apresentou elevados valores de PGA e baixos valores de

TEA nas duas análises. Além disso, os valores gerados apresentaram baixos valores de variância e desvio padrão.

#### 4.4 Três classes de estabilidade: realces estáveis, instáveis e de transição.

Nessa etapa do trabalho a classificação se torna mais complexa, pois a rede precisa processar um número maior de dados e identificar a probabilidade de cada realce pertencer a cada classe de estabilidade. Além disso, como discutido na primeira etapa dos resultados (seção 4.2), só pela forma em que se dá a distribuição dos dados dos realces de transição no gráfico, na dificuldade de isolar esses dados, percebe-se a complexidade do problema. A Figura 39 exibe o comportamento da rede durante as 40 iterações para validação interna e a Figura 40 para a validação externa.

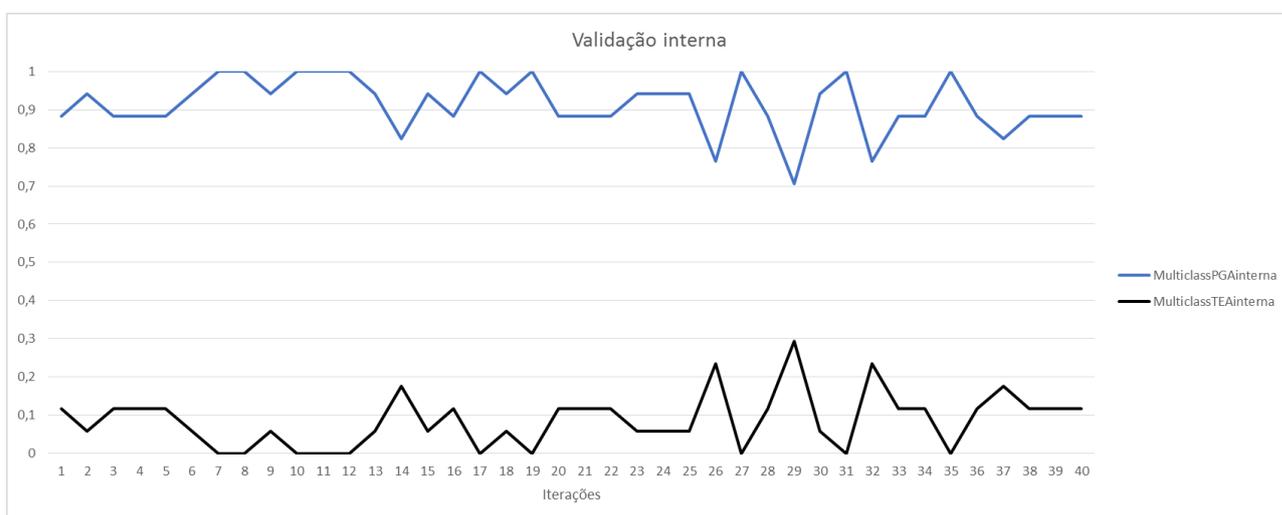


Figura 39 - Validação interna para Três classes

O gráfico revela uma estabilidade da rede, com alguns picos de baixa amplitude. Além disso a distância entre as curvas revela um valor de PGA bastante elevado em relação a TEA.

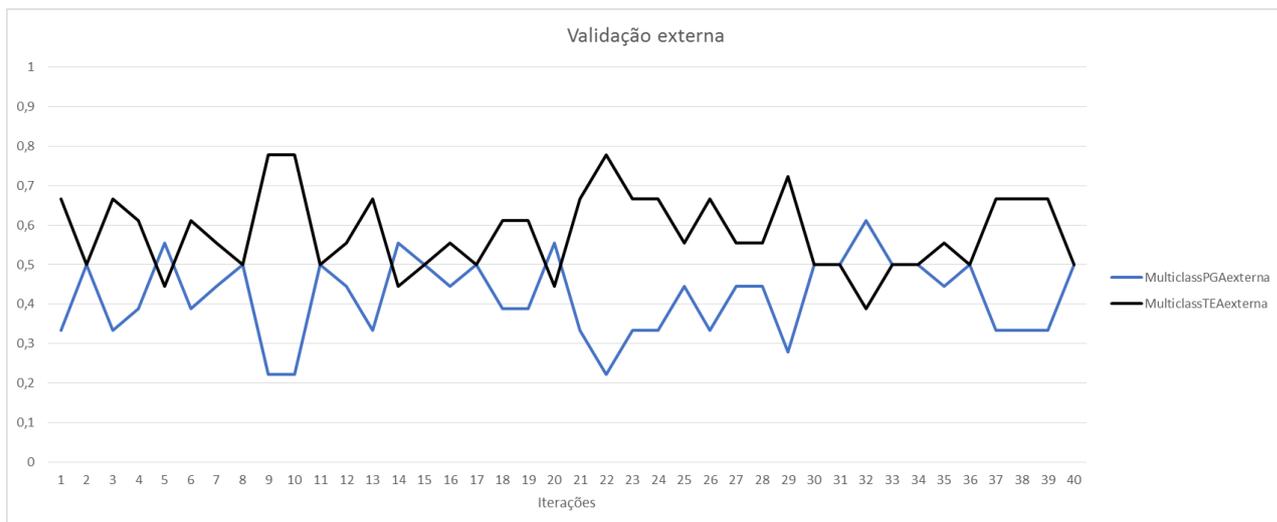


Figura 40 - Validação externa para três classes.

O comportamento na validação externa apresentou-se de forma distinta, onde na maioria das iterações a TEA foi maior que a PGA, mas a diferença entre elas não foi tão elevada de acordo com a proximidade das curvas. A Tabela 13 exibe os valores de média, mediana, primeiro quartil, desvio padrão variância para a PGA e TEA resultantes das 40 iterações.

Tabela 13 - Sumário Estatístico dos parâmetros de validação interna e externa da rede.

Variável	N	Média	Desvio Padrão	Variância	Mínimo	Q1	Mediana
PGA <sub>3</sub> v. interna	40,00	0,91	0,07	0,01	0,71	0,88	0,91
TEA <sub>3</sub> v. interna	40,00	0,09	0,07	0,01	0,00	0,01	0,09
PGA <sub>3</sub> v. externa	40,00	0,42	0,10	0,01	0,22	0,33	0,44
TEA <sub>3</sub> v. externa	40,00	0,58	0,10	0,01	0,39	0,50	0,56

Na validação interna a PGA foi, em média, igual a 91% e a TEA igual a 9% em média e estes são resultados muito bons principalmente devido à complexidade do problema. De acordo com os valores do primeiro quartil (Q1) apenas 25% dos dados obtiveram uma PGA menor que 88% e uma TEA menor que 1%. Os baixos valores de variância e desvio padrão demonstram que os resultados estão concentrados próximos da média. A Figura 41 e a Figura 42 apresentam o histograma das PGA interna e TEA interna, respectivamente.

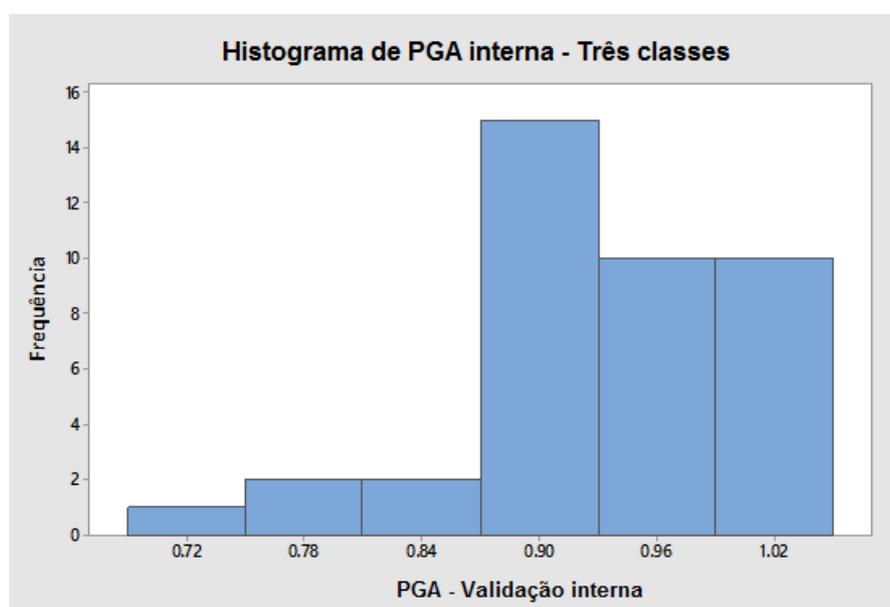


Figura 41 - Histograma dos resultados de PGA para validação interna - Três classes

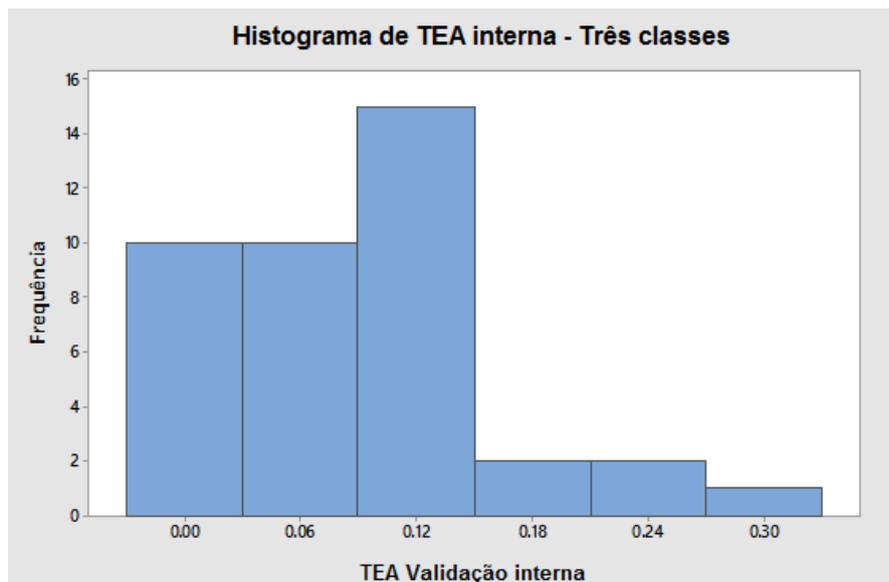


Figura 42 - Histograma dos resultados de TEA para validação interna - Três classes

De acordo com os histogramas, percebe-se que a maior frequência é para uma PGA de 90% e TEA com valor central de 12%. Esses valores confirmam o bom desempenho da rede de acordo com a validação interna.

Para a validação externa, os resultados demonstraram uma média de 42% de PGA e 58% de TEA. O primeiro quartil mostra que cerca de 25% das iterações apresentaram uma PGA abaixo de 33% e uma TEA abaixo de 50%.

Na Figura 43, o histograma mostra que o valor de maior frequência para PGA é de 36% seguida de 48%. Para a TEA, na Figura 44 observa-se a maior recorrência para um valor de 64%. Com isso, interpreta-se que a assertividade da rede, segundo a validação externa, é baixa para a classificação dos realces em três classes de estabilidade.

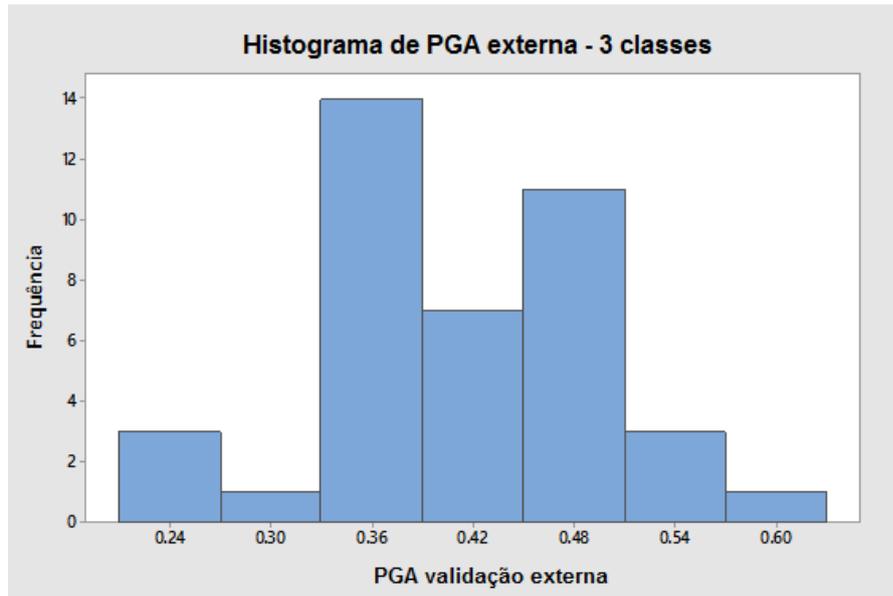


Figura 43 - Histograma PGA validação externa para três classes

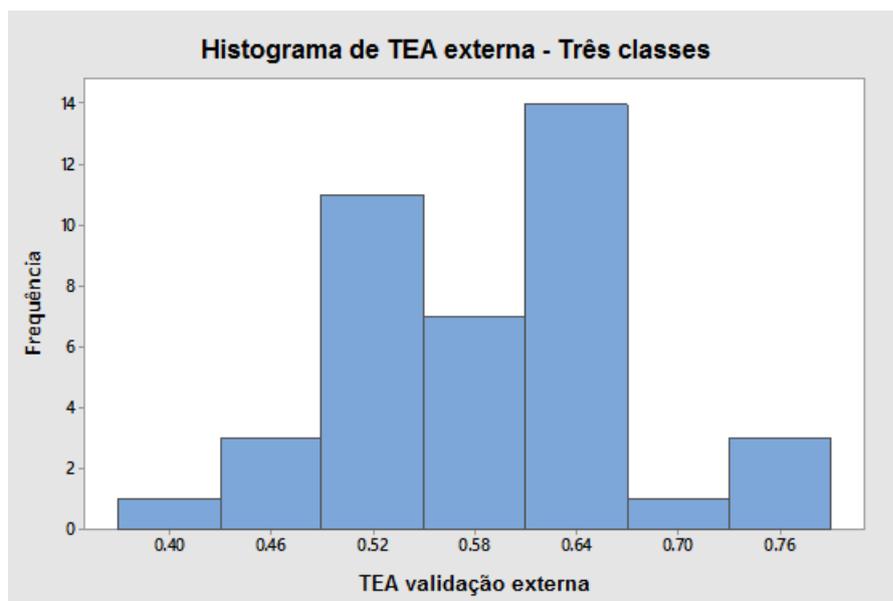


Figura 44 - Histograma TEA validação externa para três classes.

SANTOS (2018) propôs em seu trabalho um gráfico de estabilidade utilizando métodos não paramétricos. Como resultado, a elipse de confiança escolhida apresentou boa correlação para os realces estáveis e não apresentou para os realces instáveis devido à baixa quantidade de dados, e isso acabou comprometendo a representatividade do gráfico proposto. Na metodologia proposta com o uso das redes neurais artificiais, embora a quantidade de dados tenha sido pequena, isso não comprometeu a assertividade da rede para o caso da classificação em realces

estáveis e instáveis. No entanto, para a classificação em três classes, a baixa quantidade de dados compromete a representatividade, uma vez que, quanto mais informação é fornecida, mais capaz a rede fica de distinguir entre as classes, principalmente para os realces de transição cujo limite de separação com as outras classes é mais difícil de ser traçado,

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das análises realizadas nesta pesquisa, conclui-se que a metodologia proposta apresentou bons resultados de PGA e TEA para a validação interna, sendo em média 88% e 12%, respectivamente e para a validação externa, sendo em média 83% e 17%, quando caso abordado envolvia duas classes de estabilidade dos realces. Com isso, interpreta-se que a rede neural artificial foi capaz de interpretar as características do cenário abordado atingindo uma boa assertividade, sendo uma metodologia alternativa ao Gráfico de Estabilidade podendo assim ser utilizada na prática nos cenários estudados para prever a condição de estabilidade dos realces projetados.

Com relação aos erros gerados, na validação interna o Erro 1 aparece com maior recorrência, representando em média 61% dos erros e o Erro 2 representa em média 29% dos erros totais de cada rede gerada. Lembrando que o Erro 1 é aquele no qual a rede classifica realces estáveis como instáveis e o Erro 2 o qual a rede classifica realces instáveis como estáveis. Na validação externa a rede tende a apresentar uma maior porcentagem de erros do Tipo 2 ocorrendo em 55% dos erros gerados e o erro do Tipo 1 em 43% de acordo com a validação externa. Ou seja, a validação externa não confirma a tendência não conservadora da rede, uma vez que o Erro 1 que apareceu mais vezes na validação interna aparece menos que o Erro 2 na validação externa.

A classificação em três classes foi a situação mais complexa estudada neste trabalho, e os resultados para a validação interna foram de 91% de PGA e 9% para TEA. No entanto, para a validação externa os resultados não foram satisfatórios, sendo a PGA encontrada igual a 42% e a TEA igual a 58%.

Para os casos estudados os valores elevados de erros do segundo caso são consequência do banco de dados que era pequeno, e outros testes podem ser realizados aumentando o banco de dados, afim de fornecer mais informações à rede e aumentar a sua assertividade. A aplicação de outras técnicas de inteligência artificial para classificação pode ser considerada para estudos futuros, tais como a *Random Forest*, *Naive Bayes*, *Decision Tree*, *Extreme Gradient Boosting* e o *K-Nearest Neighbors* (KNN).

## 6- Referências Bibliográficas

ARAÚJO, J. M. (2010). Inteligência Artificial - Aprendizagem (Redes Neurais - Complementar). Acesso em 2019, disponível em [http://www.dsc.ufcg.edu.br/~joseana/IAPos\\_NA15\\_Complementar.pdf](http://www.dsc.ufcg.edu.br/~joseana/IAPos_NA15_Complementar.pdf)

BARTON, N.; LIEN, R.; LUNDE, J. **Engineering Classification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support**. 1974. 189-236.

BAXTER, C. et al. **Guidelines for Geotechnical Site Investigations in Rhode Island Final Report**. 2005.

BÍBLIA, A. **Salmo 25; 12 e 13 : Oração por auxílio Divino**. Mundo Cristão, 2003.

BRADY, B. H. G. **Rock mechanics for underground mining / B.H.G. Brady, E.T. Brown**. Dordrecht ; London: Kluwer Academic Publishers, 2004. ISBN 1402020643 140202116X.

BRAGA, A. D. P.; LUDEMIR, T. B.; CARVALHO, A. C. P. D. L. F. **Redes Neurais Artificiais: Teoria e aplicações**. 2000.

CARRARA, V. **Redes neurais aplicadas ao controle de atitude de satélites com geometria variável**. 1997.

CHARBEL, P. A. **Gerenciamento de risco aplicado à diluição de minério** 2015. 406 p. (Doutorado em Geotecnia). Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

CYBENKO, G. Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function. **Mathematics of control, signals and systems**, v. 2, n. 4, p. 303-314, 1989.

DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE - USP. (2009). Redes Neurais Artificiais - Introdução. São Carlos, , São Paulo. Acesso em 12 de Outubro de 2019, disponível em <http://conteudo.icmc.usp.br/pessoas/andre/research/neural/>

DIAS, P. H. A. et al. **Metalogenia das Províncias Mineraias do Brasil: Distrito Zincífero de Vazante, MG – Estado de Minas Gerais: texto e mapa metalogenético, escala 1: 75.000**. . Brasília: 2015.

ESTATE, E. G. W. Patriarcas e Profetas. 2007.

FRITSCH, F. G. A. S. Neuralnet: Training of Neural Networks. **The R Journal**, v. 2/1, Junho 2010. ISSN 2073-4859.

HARTMAN, H. **Introductory mining engineering**. 2002.

HOEK, E.; KAISER, P. K.; BAWDEN, W. F. **Support of Underground Excavations in Hard Rock**. Taylor & Francis, 1995. ISBN 9789054101871. Disponível em: < <https://books.google.com.br/books?id=G52IPwAACAAJ> >.

HORNIK, K.; TINCHCOBE, M.; WHITE, H. Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators **Neural Networks**, v. 2, p. 359-366, 1989.

LEDELL, E. et al. Package 'h2o'. **CRAN**, 2019.

MATHEWS, K. E. et al. Prediction of stable excavation spans for mining at depths below 1,000 m in hard rock mines. . **Canmet Report DSS Serail No. OSQ80-00081.**, 1981.

MAWDESLEY, C.; TRUEMAN, R.; WHITEN, W. Extending the Mathews stability graph for open- stope design, **Trans. IMM (Sect. A: Min. industry) (110)**, 2001.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. H. A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity. **Bulletin of Mathematical Biophysics**, v. 5, p. 115-133, 1943.

NGI. **Handbook - The Q-system**. NGI. Oslo, Norway: NGI 2015.

OLIVEIRA, M. M. **Dimensionamento empírico de realce em sublevel stoping**. 2012

ÖRKÇÜ, H. H.; BAL, H. Comparing performances of backpropagation and genetic algorithms in the data classification. **Expert Syst. Appl.**, v. 38, n. 4, p. 3703-3709, 2011. ISSN 0957-4174.

PAKALNIS, R. C.; POULIN, R.; HADJIGEORGIOU, J. Quantifying the cost of dilution in underground mines. **SME Annual Meeting, Denver, and CC.**, 1995.

PALMSTRÖM, A. The volumetric joint count - a useful and simple measure of the degree of rock jointing. **Proc. 4th Congr. Int. Assn Engng Geol.**, v. 2, n. Delhi 5, p. 221-228, 1982.

POTVIN, Y. **Empirical open stope design in Canada**. 1988. (Doctor of Philosophy). Mining and Mineral Process Engineering, University of British Columbia

PRASAD, N.; SINGH, R.; LAL, S. P. **Comparison of Back Propagation and Resilient Propagation Algorithm for Spam Classification**. Fifth International Conference on Computation Intelligence, Modelling and Simulation ,pp. 29-34, p. 2013.

R-FOUNDATION. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna, Austria. : 2016. Disponível em: < <https://www.R-project.org/> .>

ROJAS, R. **Neural Networks: A Systematic Introduction**. Berlin: 1996.

SANTOS, M. V. D. **PROPOSTA DE UM GRÁFICO DE ESTABILIDADE PARA OS REALCES DA MINA DE VAZANTE POR MÉTODOS NÃO PARAMÉTRICOS** 2018. (Graduação). CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS - CEFET, Araxá.

SCIENCE, A. D. **Deep Learning Book**. Disponível em: < <http://deeplearningbook.com.br/funcao-de-ativacao/> >.

SCOBLE, M. J.; MOSS, A. Dilution in underground bulk mining: implications for production management. **Geological Society, London, Special Publications**, v. 79, n. 1, p. 95-108, 1994. Disponível em: < <https://sp.lyellcollection.org/content/specpubgsl/79/1/95.full.pdf> >.

SINGH, B.; GOEL, R. K. **Rock Mass Classification. A Practical Approach in Civil Engineering**. 1999.

STEWART, S. B. V.; FORSYTH, W. W. The Mathew's Method for open stope design. . **CIM Bulletin**, v. 88(992), p. 45-53, 1995.

SUORINENI, F. **The stability graph after three decades in use: Experiences and the way forward**. 2010. 307-339.

TRUEMAN, R. et al. Experience in Australia with the application of the Mathew's method for open stope design. **CIM-Bull**, v. 93(1036), p. 162-167. , 2000 Jan 2000.