



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIDADE ARAXÁ**

MARCUS VINÍCIUS DOS SANTOS

**PROPOSTA DE UM GRÁFICO DE ESTABILIDADE PARA OS
REALCES DA MINA DE VAZANTE POR MÉTODOS NÃO
PARAMÉTRICOS**

ARAXÁ/MG

2018

MARCUS VINÍCIUS DOS SANTOS

**PROPOSTA DE UM GRÁFICO DE ESTABILIDADE PARA OS
REALCES DA MINA DE VAZANTE POR MÉTODOS NÃO
PARAMÉTRICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Minas, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Me. Guilherme Alzamora Mendonça

ARAXÁ/MG

2018


FOLHA DE APROVAÇÃO

MARCUS VINÍCIUS DOS SANTOS

**PROPOSTA DE UM GRÁFICO DE ESTABILIDADE PARA OS
REALCES DA MINA DE VAZANTE POR MÉTODOS NÃO
PARAMÉTRICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Minas do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

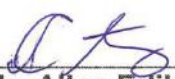
Araxá, 30 de novembro de 2018.



Presidente e Orientador: Prof. Guilherme Alzamora Mendonça
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG – Unidade
Araxá



Membro Titular: Prof. Me. Michel Melo Oliveira
Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG



Membro Titular: Prof. Me. Allan Erlikhman Medeiros Santos
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG – Unidade
Araxá

DEDICATÓRIA

*Dedico a Deus,
aos meus pais,
aos meus irmãos Ana e João
e aos meus amigos.*

AGRADECIMENTOS

Inicialmente gostaria de agradecer a Deus, por iluminar todos os meus passos ao longo da minha jornada. Por ser o autor das incontáveis oportunidades que tive ao longo desses anos e por não ter me deixado sucumbir em momentos de desespero.

Aos meus pais Marco e Anny, que sempre se fizeram presentes, que muitas vezes se sacrificaram, se dedicaram e abdicaram de tempo e projetos pessoais para que eu tivesse tudo do melhor. Não existem palavras que possam expressar o sentimento de amor e gratidão que sinto por vocês dois.

Aos meus irmãos Anna e João, que sempre estiveram ao meu lado mesmo estando longe, vocês dois são a melhor parte de mim.

Agradeço também a todos os meus amigos, do CEFET em Araxá, da minha cidade natal Divinópolis, de Ouro Preto. Aos meus colegas de sala, em especial a Amanda, Amélia, Breno, Laura e Vanessa, por estarem ao meu lado e terem sido a minha família nesses últimos cinco anos.

Gostaria de agradecer ao meu orientador Guilherme Alzamora, futuro orientador do mestrado, pelos ensinamentos e pela companhia nessa jornada. E ao professor Allan Erlikhman, pela grande ajuda.

Sou infinitamente grato...

EPÍGRAFE

“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes”

Isaac Newton

RESUMO

A estabilidade de uma escavação subterrânea é um fator fundamental nos trabalhos em profundidade, uma vez que os maciços rochosos são heterogêneos e anisotrópicos. Uma das formas bastante difundida na América do Norte e na Oceania de se verificar a estabilidade de um realce é por meio do Gráfico de Estabilidade proposto por Mathews, e modificado por Potvin. Contudo este gráfico quando aplicado ao contexto brasileiro, não apresenta uma boa convergência uma vez que o cenário brasileiro não apresenta similaridade com propriedades da região do estudo original. Sendo assim o presente trabalho apresenta como objetivo a criação de um Gráfico de Estabilidade, a partir da construção de elipses de confiança por meio das distâncias de Mahalanobis. Utilizou-se um banco de dados fornecido pela empresa Nexa Resources em Vazante, contendo informações de 35 realces. Destes 35 realces 16 eram estáveis, 8 eram instáveis e 11 eram de transição (considerando como estáveis realces que apresentam até 10% de diluição, transição que apresentam entre 10% e 25% e instáveis os realces que apresentam mais que 25% de diluição). Devido a pouca quantidade de amostras, fez-se uso da técnica bootstrap que considera a amostra como sendo a própria população e a partir dela retira uma determinada quantidade de amostras ($n =$ tamanho da população) com reposição de elementos, a fim de se obter um espaço amostral que permita um estudo estatístico apropriado. Foram geradas três elipses de confiança 95%, 90% e 80% em torno dos grupos estável e instável seguindo a metodologia de Vassalo (2012). Foi escolhida a elipse de 80% de confiança, por esta apresentar uma menor sobreposição de elementos. O gráfico de estabilidade proposto apesar de não conseguir representar de maneira fidedigna a realidade, é um gráfico mais representativo para a realidade analisada, quando comparado com o de Potvin (1988). A conclusão é que o gráfico representou bem os realces instáveis e estáveis, mas falhou na representação dos realces transição.

Palavras Chave: Gráfico de Estabilidade; Lavra Subterrânea; Elipses de Confiança;

ABSTRACT

The stability of an excavation is a fundamental factor in a underground mining, since the rocky massifs are heterogeneous and anisotropic. One of the widespread ways in the North of America and Ocean, to verify the stability of stope's surfaces it's through the Stability Graph, proposed by Mathews and modified by Potvin. However, when applied to the Brazilian context, this graph does not present a good convergence, because the Brazilian scenario does not exhibit a geomechanical similarity with the original study region. Thus the present work presents as objective the creation of a Stability chart, from the construction of confidence ellipses through the distance of Mahalanobis. Were used a database provided by Nexa Resouces in Vazante, containing information of 35 stopes's surfaces. Of these 35, 16 were stable, 8 were unstable and 11 were transitional (considering as stable surfaces that show up to 10% dilution, 10% to 25% transition, and unstable stope's surfaces with more than 25% dilution). Due to the small number of samples it were used the bootstrap technique, which considers the sample to be the population itself and draws a certain quantify of samples ($n = \text{population size}$) with replacement of elements, in order to obtain a sample space that allows an appropriate statistical study, It were generate three ellipses of confidence 95%, 90% and 80% around the stable and unstable groups. The ellipse with 80% of confidence was chosen, because it has lower overlap of elements. The graph of stability proposed although it cannot accurately represent reality, is more representative graph for the reality analyzed, when compared to Potvin (1988). The conclusion is that the graph represented well the unstable and stable surfaces, but failed in the representation of the transition stope's surfaces.

Keywords: Stability Chart; Underground Mining; Ellipses of Trust;

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Geometria de uma galeria no formato retangular. (site Técnico em Mineração).....	18
Figura 2 - Alongamento do rio Joana até a Baía de Guanabara, abertura da galeria no formato "Pata de cavalo". (Foto: Portal Cimento Itambé).....	19
Figura 3 - Tensão in situ e Tensão in situ Perturbada. (Zang e Stephansson, 2010. Citado em "Análise das Tensões in situ em ambiente de lavra subterrânea Mina Cuiabá – Sabará". Isabela R. Trópia).....	19
Figura 4 - Surgências ocorridas na Mina subterrânea de Vazante. (Coulto L.C.G e Nascimento G.C.S. em apresentação no "4º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas")	20
Figura 5 – Fluxo de água na Mina de Vazante. (Coulto L.C.G e Nascimento G.C.S. em apresentação no "4º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas	21
Figura 6 - Cachoeira da Cebola, na Mina subterrânea da Nexa em Vazante. (Coulto L.C.G e Nascimento G.C.S. em apresentação no "4º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas	21
Figura 7 - Lavra por subníveis. (Hamrin (1986), citado por Curi (2017)).....	24
Figura 8 - Imagem ilustrando a Diluição Planejada e a Diluição Operacional ((Oliveira, 2012)).	26
Figura 9 - Relação do Índice RQD e a qualidade da Rocha (Ávila, 2012).....	29
Figura 10 - Imagem expondo a obtenção do RQD (Ávila, 2012).....	29
Figura 11 - Gráfico de Estabilidade de Mathews 1981.....	35
Figura 12 - Gráfico de Estabilidade de Potvin 1988.	36
Figura 13 - Gráfico de Estabilidade de Mathews aplicado a realces situados em minas no Brasil (Oliveira, 2012).	37
Figura 14 - Gráfico de Estabilidade de Potvin aplicado a realces situados em minas no Brasil (Oliveira, 2012).....	37
Figura 15 - Gráfico de Estabilidade de Potvin, com os dados fornecidos pela empresa. Onde os verdes são os realces estáveis, os amarelos realces em transição e vermelho os realces instáveis.	38

Figura 16 - Fator A.	39
Figura 17 - Fator "B".....	40
Figura 18 - Fator "C", para mecanismos de queda e deslocamento de blocos.	41
Figura 19 - Fator "C", para mecanismos de deslizamento de blocos.	41
Figura 20 - Esquema de construção de uma elipse de confiança. (Vassalo, 2017)...	44
Figura 21 - Processo de realização da técnica bootstrap, imagem meramente ilustrativa. (Vassalo, 2017).....	46
Figura 22 - Processo de realização da técnica bootstrap para as amostras estáveis. (Vassalo, 2017).....	50
Figura 23 - Elipse de Confiança de 80% gerada pela técnica bootstrap.....	52
Figura 24 - Elipse de Confiança de 90% gerada pela técnica bootstrap.....	53
Figura 25 - Elipse de Confiança de 95% gerada pela técnica bootstrap.....	53
Figura 26 - Elipses de confiança de 80% com o traço da intersecção.	55

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1 - Tabela quantidade de Minas subterrâneas no Brasil. (Anuário Mineral Brasileiro, 2016. ANM).....	22
Tabela 2 - Tabela quantidade de Minas subterrâneas no Brasil. (Anuário Mineral Brasileiro, 2010. DNPM).....	23
Tabela 3 - Exemplos de Classificações de Maciços Rochosos.....	28
Tabela 4 - Valores tabelados de Jn.....	31
Tabela 5 - Valores tabelados de Jr.....	31
Tabela 6 - Valores tabelados de Ja.....	32
Tabela 7 - Valores tabelados de Jw.....	32
Tabela 8 - Valores tabelados de SRF.....	33
Tabela 9 - Valores tabelados de SRF para rochas competentes com problemas de tensão.....	33
Tabela 10 - Tabela com os dados fornecidos pela empresa Nexa Resources.....	48
Tabela 11 - Tabela com os realces selecionados para a revalidação.....	49
Tabela 12 - Tabela com os realces inseridos para efetuar a validação.....	51
Tabela 13 - Tabela expondo os realces instáveis.....	56
Tabela - Realces usados na validação.....	58

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1. Mecânica das Rochas e Mineração.....	17
2.2. Geologia da região de Vazante	20
2.3. Lavra Subterrânea	22
2.4. Sistemas de Classificações de Maciços Rochosos	27
2.4.1. Rock Quality Designation (RQD).....	28
2.4.2. Sistema NGI-Q proposto por Barton.....	30
2.5. Gráfico de Estabilidade.....	34
2.6. Distância de Mahalanobis	42
2.7. Técnica Bootstrap não Paramétrica	44
3. Metodologia.....	47
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	52
5. CONCLUSÕES.....	59
6. REFERÊNCIAS Bibliográficas	60
ANEXO	62

1. INTRODUÇÃO

Por causa da sucessiva redução das reservas minerais aflorantes, ou em baixas profundidades, ao redor do mundo, há o indício de uma diminuição futura da prevalência de lavra a céu aberto.

Expondo, desta maneira, uma tendência cada vez maior do uso de métodos subterrâneos para o aproveitamento de jazidas que se situam a grandes profundidades, devido a fatores econômicos, geológicos e morfológicos da jazida.

Assim, a lavra subterrânea no último século passou a exercer um papel crescente no fornecimento de recursos minerais. Mesmo apresentando um percentual menor da produção mundial, quando comparada com a lavra a céu aberto.

Muitos países dependem da exploração subterrânea de certos elementos e minerais, como é o caso do Brasil em relação ao ouro, onde segundo o Anuario Mineral Brasileiro (2017) de 41 minas de ouro ativas no Brasil, 20 são de lavra subterrânea, o que expõe a crescente importância adquirida por este método de lavra.

Sendo um modo de lavra de grande valor nos dias atuais, a mineração subterrânea faz uso de métodos que, muitas das vezes, são a única forma viável de se explorar um minério.

Estes métodos utilizados neste tipo de lavra apresentam certas peculiaridades, como a preocupação maior que se tem com a resistência do minério e das encaixantes, com o campo de tensões, a presença ou não de água, e modos de ruptura do material.

Uma vez que isso afeta diretamente a estabilidade, segurança e a eficiência da extração de minérios das escavações realizadas em subsolo. Por isso a mecânica das rochas é de vital importância para o empreendimento.

A estabilidade de uma escavação subterrânea é um ponto sensível e um fator fundamental nos trabalhos em profundidade, uma vez que os maciços rochosos são heterogêneos, anisotrópicos e apresentam descontinuidades.

Dependendo do tipo de método a ser utilizado, situações diferentes podem ser desejadas, como é o caso de métodos suportados artificialmente, aqueles auto suportados ou com abatimento controlado. Que apresentam comportamentos

distintos sendo empregados em ocasiões diferentes com base nos parâmetros apresentados pelo local da escavação.

A existência de descontinuidades, e a presença de água, são alguns dos fatores que impactam de modo negativo na segurança de uma escavação, uma vez que estas condições geram uma maior dificuldade para o empreendimento por reduzirem sua estabilidade e tornar mais imprevisível o controle das operações.

Sendo assim a exploração ocorre de maneira mais lenta a fim de promover uma maior estabilidade e segurança aos trabalhadores, conseqüentemente afetando a produtividade e o VPL (Valor Presente Líquido) da empresa.

Fatores como recuperação e a diluição do minério são elementos importantes e fortemente analisados, antes e durante a execução das atividades de lavra, a fim de se buscar uma situação ideal para que haja uma produção mais eficiente.

Sendo assim o conhecimento de certas propriedades do maciço rochoso se torna primordial, com o intuito de se delimitar os realces adequados, visando uma baixa diluição e uma boa recuperação. E é nesse contexto que o presente trabalho se encontra inserido.

A unidade da Nexa Resources, presente no município de Vazante-MG, está localizada na porção noroeste do estado de Minas Gerais. A exploração de minério de zinco ocorre desde 1969, a céu aberto, passando para o método subterrâneo em 1980 depois de um estudo de viabilidade.

A mina faz uso do método de lavra por subníveis VRM (*Vertical Retreat Mining*), sendo que no passado também fez uso do método Corte e Aterro.

A Mina de Vazante está inserida em cenário cársticos, com grande incidência de descontinuidades e com uma forte presença de água, o que contribui para a sua instabilidade.

Mesmo com essas fortes dificuldades, a mina se faz um empreendimento viável, embora à medida que níveis mais profundos foram sendo lavrados, o teor de zinco foi obteve uma queda. Com isso o fator diluição foi adquirindo uma maior relevância.

Juntamente com a diminuição do teor da mina, tem se outro problema relacionado a existência de pequenas lentes de minério que não são lavradas, no entorno das escavações, devido a sua pequena espessura. Isso acaba influenciando na estabilidade da escavação, pois essas lentes acabam gerando zonas de fraqueza, zonas que se dão a queda de choccos.

Com a finalidade de se estabelecer a estabilidade dos realces o presente trabalho foi proposto. Para tanto foi utilizado um método baseado em experimentos de Mathews, Hoek e Stewart (1981), que posteriormente foi modificado por Potvin (1988) que é o Método do Gráfico de Estabilidade.

Bastante difundido na América do Norte e na Austrália, consiste em um gráfico que relaciona o Número de Estabilidade (N ou N') com o Raio Hidráulico (RH), obtendo-se a partir destes dados três zonas importantes, a de estabilidade, de transição e a de instabilidade.

É um método de fácil utilização, entretanto o seu sucesso está diretamente atrelado com a similaridade das propriedades da região em que o método vai ser utilizado com as propriedades do estudo original (Oliveira, 2012).

Desta maneira não existe nenhum indício de que o mesmo ao ser aplicado nas regiões brasileiras irá apresentar resultados fidedignos uma vez que os realces analisados na confecção deste método se encontram em regiões como o Canadá e Austrália, locais em que os maciços apresentam comportamentos geomecânicos diferentes aos do Brasil.

Sendo assim o presente trabalho tem como objetivo a proposição de um Gráfico de Estabilidade para o contexto da Unidade da Nexa Resources presente no município de Vazante, a fim de delimitar as zonas de estabilidade e instabilidade dos realces da mina.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Mecânica das Rochas e Mineração

A partir do século XX a Mecânica das Rochas passou a ganhar um maior enfoque no campo da engenharia. Com o aumento dos empreendimentos a céu aberto gerando cavas mais robustas, e de um aproveitamento cada vez maior das reservas profundas (através de métodos subterrâneos de lavra que resultam em grandes escavações em rocha). Fez-se necessário à compreensão do comportamento das rochas quando submetidas a tensões provocadas ou não por obras mineiras. (Mendes, 1985)

Segundo os autores Brady e Brown (2004), o Comitê Americano de Mecânica das Rochas, em 1964, definiu a mecânica de rochas como sendo o estudo teórico e aplicado do comportamento das rochas e dos maciços rochosos.

Trata-se do ramo da mecânica preocupado com as respostas destes maciços quando submetidos a um campo de tensões. De certa forma, sob o olhar destes autores, a mecânica das rochas faria o uso dos princípios e conceitos da engenharia mecânica, aplicando-os na abertura de escavações.

De modo intrínseco, a mecânica das rochas é de extrema relevância para a mineração, visto que o ato de escavar altera o campo de tensões no qual o maciço rochoso está submetido.

O principal cuidado ao se desenvolver uma abertura em um maciço rochoso, deve ser controlar os deslocamentos de rocha no interior e ao redor da escavação.

As consequências geradas por estes deslocamentos podem envolver processos de fraturas de rochas intactas, escorregamento de falhas, desvios do teto e do piso de maciços rochosos assim como a instabilidade do sistema de descontinuidades.

Diferentemente do que ocorre na engenharia civil, onde geralmente as obras são permanentes, no contexto da mineração por vezes é difícil se evitar por completo o rompimento das rochas, a estabilidade total das escavações interessa apenas quando são necessárias, uma vez que, o que importa seria escavar da maneira mais econômica possível, dentro de limites aceitáveis de segurança. (Curi, 2017)

A condição de estabilidade ao se abrir uma escavação em subsolo, pode ser alterado por diversos fatores. Dentre esses (Hoek, Kaiser, & Bawden, 1995) destacam as propriedades das rochas escavadas, sejam elas minérios ou estéril (resistência à compressão e à tração, a deformabilidade, permeabilidade, entre outros); a presença de descontinuidades; a geometria da escavação, (como pode ser vista na Figura 1 e Figura 2); a velocidade com que a escavação será efetuada e a tensão in situ (aquela tensão atuante, que se encontra no seu estado natural, diferente da tensão induzida que é provocada por uma abertura conforme expresso na Figura 3).



Figura 1 - Geometria de uma galeria no formato retangular. (site Técnico em Mineração).



Figura 2 - Alongamento do rio Joana até a Baía de Guanabara, abertura da galeria no formato "Pata de cavalo". (Foto: Portal Cimento Itambé).

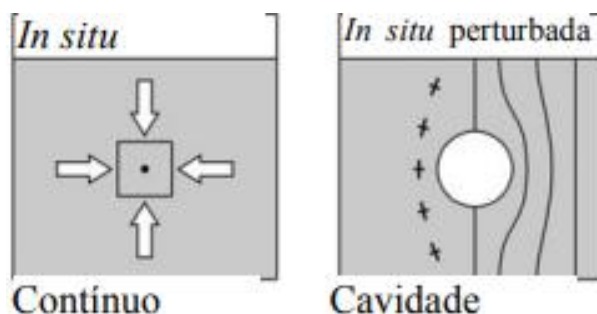


Figura 3 - Tensão in situ e Tensão in situ Perturbada. (Zang e Stephansson, 2010. Citado em "Análise das Tensões in situ em ambiente de lavra subterrânea Mina Cuiabá – Sabará". Isabela R. Trópia).

Como dito anteriormente, as propriedades do maciço rochoso, da região em que ele se encontra, são de fundamental importância para se estabelecer a estabilidade ou instabilidade, por isso se faz necessário o levantamento das condições geológicas locais em que foram coletados os dados dos realces utilizados no presente trabalho.

2.2. Geologia da região de Vazante

A unidade da Nexa presente no município de Vazante se encontra localizada na porção noroeste do Estado de Minas Gerais. Sua operação, lavra do minério de zinco, ocorre desde 1969, onde a lavra era feita apenas a céu aberto.

No início dos anos 1980 foram executados estudos que viabilizaram o avanço da mineração na porção subterrânea, iniciando a operação em 1982, como expresso por (De La Cruz, 2014).

A Mina de Vazante está inserida no contexto de terrenos cársticos que associados aos processos tectônicos, comandam a dinâmica de circulação hídrica e suas relações com a ocorrência de feições típicas deste ambiente, tais como surgências, sumidouros e cavernas, como pode ser observada na Figura 4 - Surgências ocorridas na Mina subterrânea de Vazante. Figura 4, Figura 5 e na Figura 6.



Figura 4 - Surgências ocorridas na Mina subterrânea de Vazante. (Coulto L.C.G e Nascimento G.C.S. em apresentação no “4º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas”)



Figura 5 – Fluxo de água na Mina de Vazante. (Coulto L.C.G e Nascimento G.C.S. em apresentação no “4º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas



Figura 6 - Cachoeira da Cebola, na Mina subterrânea da Nexa em Vazante. (Coulto L.C.G e Nascimento G.C.S. em apresentação no “4º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas

Juntamente com esses fatores naturais há que se considerar ainda que a área de interesse está sofrendo intervenção do rebaixamento de nível d'água subterrânea, que se faz necessária para o avanço da lavra.

A junção desses fatores, naturais e antrópicos, permite pontuar algumas características notadas, as quais são de preocupação para as operações mineiras devido à diminuição da estabilidade, tais como as altas vazões (registradas com o

avanço da lavra) nos condutos cársticos e a potencialização ou indução ao surgimento de dolinas e/ou sinkholes (sumidouros) além daquelas naturalmente registradas. (Fonte?)

2.3. Lavra Subterrânea

A lavra subterrânea no decorrer da segunda metade do século XX, passou a ser utilizada de modo crescente.

Autores como Curi (2017) e Hartman e Mutmanský (2002), não deixam de notar o crescente progresso deste tipo de lavra, que se tornou mais atrativo devido a fatores como: o desenvolvimento da Mecânica das rochas (utilizada para caracterizar o maciço rochoso, na estabilidade das escavações, dentre outros); a produção mineral em larga escala (que gerou uma redução dos recursos naturais aflorantes); o desenvolvimento tecnológico.

A Tabela 2 expõe os dados referentes ao ano de 2010 enquanto a Tabela 1 nos mostra os dados do ano de 2016, sendo assim pode-se visualizar o aumento de minas subterrâneas com o passar dos anos.

Substância	Grandes			Médias			Pequenas			Subtotal			TOTAL
	CA	M	S	CA	M	S	CA	M	S	CA	M	S	
BRASIL	64	-	3	49	2	17	49	-	5	162	2	25	189
Alumínio (bauxita)	4	-	-	7	-	-	13	-	-	24	-	-	24
Cobre	3	-	1	2	-	-	1	-	-	6	-	1	7
Estanho	4	-	-	18	-	-	8	-	-	30	-	-	30
Ferro	41	-	-	15	-	-	10	-	-	66	-	-	66
Manganês	1	-	-	1	-	1	5	-	-	7	-	1	8
Nióbio	3	-	-	2	-	-	1	-	-	6	-	-	6
Níquel	4	-	-	1	-	-	2	-	-	7	-	-	7
Ouro	4	-	2	3	2	16	9	-	5	16	2	23	41

NOTAS:

Grande: produção bruta (ROM) anual maior que 1.000.000 t; Média: maior que 100.000 t até 1.000.000 t; Pequena: maior que 10.000 t até 100.000 t.

CA: mina a céu aberto; M: mina mista (subterrânea e céu aberto); S: mina subterrânea.

Não foram consideradas minas sem produção no período.

Tabela 1 - Tabela quantidade de Minas subterrâneas no Brasil. (Anuário Mineral Brasileiro, 2016. ANM).

Tabela 1.3.1 PORTE E MODALIDADE DE LAVRA DAS MINAS - 2009
Classes e Substâncias
Consideradas as minas com produção ROM acima de 10.000 t/ano

CLASSE / SUBSTÂNCIA	GRANDES			MÉDIAS			PEQUENAS			Subtotal			Total
	CA	M	S	CA	M	S	CA	M	S	CA	M	S	
Metálicos	53	3	2	46	1	10	61	-	5	160	4	17	181
Alumínio (Bauxita)	4	-	-	6	-	-	15	-	-	25	-	-	25
Cobre	2	1	-	-	-	-	-	-	-	2	1	-	3
Cromo	-	-	-	1	-	1	2	-	-	3	-	1	4
Estanho	4	-	-	9	-	-	-	-	-	13	-	-	13
Ferro	31	-	-	14	-	-	11	-	-	56	-	-	56
Lítio	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	1
Manganês	1	-	-	4	-	1	6	-	-	11	-	1	12
Nióbio	1	-	-	1	-	-	2	-	-	4	-	-	4
Níquel	1	-	-	3	1	1	1	-	-	5	1	1	7
Ouro	8	1	2	6	-	6	19	-	2	33	1	10	44
Titânio	1	-	-	1	-	-	4	-	-	6	-	-	6
Tungstênio	-	-	-	-	-	-	1	-	2	1	-	2	3
Zinco	-	1	-	-	-	1	-	-	-	-	1	1	2
Zircônio	-	-	-	1	-	-	-	-	-	1	-	-	1

Tabela 2 - Tabela quantidade de Minas subterrâneas no Brasil. (Anuário Mineral Brasileiro, 2010. DNPM).

A escolha do método de lavra subterrânea adequado irá depender de vários fatores, sendo os mais importantes o mergulho do corpo de minério e a resistência das rochas encaixantes e do corpo mineralizado.

Curi (2017) afirma que os métodos de lavra subterrâneos podem ser classificados em três grupos. São eles o princípio do abandono de pilares (deixar parte do minério para a sustentação), do enchimento (preenchimento dos vazios criados por meio estéril ou outras substâncias) e o do abatimento (induzir a ruptura de maneira controlada).

A seleção do método de lavra influencia de maneira direta na produtividade, segurança, custo e recuperação da lavra. A mina de Vazante faz uso de dois métodos, o de lavra por subníveis e por Corte e Enchimento. Especificamente, foi utilizado o método de corte e enchimento no passado, enquanto hoje em dia as operações se dão apenas com o método de realce em subníveis, na variável VRM.

O Método por Subníveis é um método de lavra utilizado para corpos de minério muitos inclinados e bastante competentes (tanto o minério quanto a rocha encaixante) uma vez que estes serão os pilares de sustentação sill pillar (pilar da base) e rib pillar (pilares verticais).

Neste tipo de lavra o corpo de minério é dividido em níveis, verticalmente, e entre cada nível são efetuadas aberturas conforme um padrão e dimensões mais convenientes. (Curi, 2017)

Na Figura 7 é expressa de maneira geral uma abertura por subníveis, em que se destaca a face livre que deve ser inicialmente criada. O minério no interior do nível em operação deve ser desmontado a partir dos subníveis projetados (geralmente a fragmentação da rocha é realizada por explosivo tipo ANFO), e conduzido ao nível de extração por meio de passagens de minério e demais pontos de descarga. (Curi, 2017)



Figura 7 - Lavra por subníveis. (Hamrin (1986), citado por Curi (2017)).

2.3.1. Diluição

A diluição é um fator de extrema relevância em uma mina que faz uso do método de subníveis. O seu aumento pode elevar alguns custos no empreendimento, como o de transporte. Além de gerar uma sobrecarga nos equipamentos de transporte e modificar o teor do minério que chega a usina.

A diluição pode ser encontrada por meio das formulas presentes na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$$\text{Diluição} = \frac{\text{Estéril minerado em Toneladas}}{\text{Minério minerado em Toneladas}} \quad (1)$$

$$\text{Diluição} = \frac{\text{Estéril minerado em Toneladas}}{((\text{Minério minerado em Toneladas}) + (\text{Estéril Minerado em Toneladas}))} \quad (2)$$

$$\text{Diluição} = \frac{\text{Teor in situ estimado da reserva}}{\text{Teor da saída da moagem com a mesma massa}} \quad (3)$$

$$\text{Diluição} = \frac{\text{Massa carregada} - \text{Massa desmontada}}{\text{Massa Desmontada}} \quad (4)$$

Existem, basicamente, dois tipos de diluição, a planejada e a operacional (overbreak.). A “Planejada” é aquela diluição definida pelo projeto. Segundo (Oliveira, 2012), seria a que se encontra dentro dos limites internos do realce. A “Operacional” é aquela diluição associada ao estéril que é desmontado e transportado com o minério para a usina, que se encontra externamente ao realce e não está previsto no projeto. A Figura 8 expõe os dois tipos de diluição.

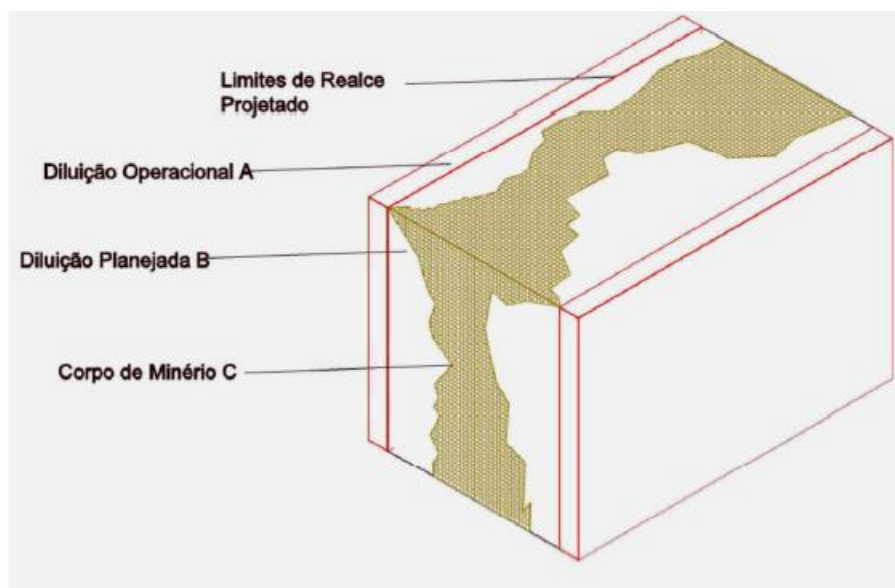


Figura 8 - Imagem ilustrando a Diluição Planejada e a Diluição Operacional ((Oliveira, 2012)).

A diluição operacional tem sua origem na instabilidade do realce, nas descontinuidades geradas pelo desmonte e pelas próprias características inerentes do maciço rochoso.

Geralmente é causada pela falta de conhecimento do comportamento mecânico, do dimensionamento incorreto do plano de fogo e das dificuldades operacionais de se implantar o projeto. (Oliveira, 2012)

No modelo de Estabilidade de (Potvin, 1988), o mesmo escolheu a diluição ocorrida em um realce, como sendo sua própria medida de estabilidade. Podendo ser classificado como estável, instável e transição.

No presente trabalho, para definir os realces como sendo estáveis, instáveis ou de transição fez-se uso dessa preposição. Onde realces com até 10% de diluição são considerados estáveis, realces com mais de 10% e menos que 25% são considerados transição e realces com mais de 25% de diluição são instáveis, seguindo diretrizes apontadas pela empresa.

2.4. Sistemas de Classificações de Maciços Rochosos

Os maciços rochosos são essencialmente complexos, heterogêneos, anisotrópicos e descontínuos. Suas classificações tiveram origem na engenharia civil para a construção de tuneis, devido à necessidade de se descrever de maneira sucinta e objetiva as características/propriedades mecânicas da rocha. (Stewart & Forsyth, 1995).

Um dos motivos de se criar métodos de classificação se deve à dificuldade ímpar em se determinar o comportamento da rocha ao redor de uma escavação mineira. Sendo assim estes modelos foram criados visando atribuir valores numéricos para as propriedades das rochas a fim de compreender o seu comportamento.

No mundo, as classificações dos maciços rochosos são bastante difundidas com a existência de inúmeras, como pode ser visto na Tabela 3.

Sistemas de classificação de maciços rochosos	Autor	País de origem	Áreas de aplicação
Rock load	Terzaghi, 1946	USA	Túneis com suporte de aço
Stand-up time	Lauffer, 1958	Austrália	Túneis
New Austrian Tunneling Method (NATM)	Pacher et al, 1964	Áustria	Túneis
Rock Quality Designation (RQD)	Deere et al, 1967	USA	Furos de sondagem, túneis
Rock Structure Rating (RSR)	Wickham et al, 1972	USA	Túneis
Rock Mass Rating (RMR)	Bieniawski, 1973 (última atualização 1989 – USA)	África do Sul	Túneis, minas, taludes, fundações
Modified Rock Mass Rating (M-RMR)	Ünal e Özkan, 1990	Turquia	Mineração
Rock Mass Quality (Q)	Barton et al, 1974 (última atualização 2002)	Noruega	Túneis, minas, fundações
Strength-Block size	Franklin, 1975	Canadá	Túneis
Basic Geotechnical Classification	ISRM, 1981	Internacional	Geral
Rock Mass Strength (RMS)	Stille et al, 1982	Suécia	Mineração de metais
Unified Rock Mass Classification System (URCS)	Williamson, 1984	USA	Geral
Weakening Coefficient System (WCS)	Singh, 1986	Índia	Mineração de carvão
Rock Mass Index (RMi)	Palmström, 1996	Suécia	Túneis
Geological Strength Index (GSI)	Hoek e Brown, 1997	Canadá	Todos os tipos de escavações subterrâneas

Tabela 3 - Exemplos de Classificações de Maciços Rochosos.

No presente trabalho, serão abordados dois sistemas, o sistema de classificação Q, por ser utilizado no método Gráfico de Estabilidade de Potvin, para calcular o número de estabilidade (N'). E o sistema RQD (Rock Quality Designation), devido ao fato do mesmo ser utilizado nos cálculos do sistema Q.

2.4.1. Rock Quality Designation (RQD)

O sistema de classificação RQD foi criado no século passado. (Deere, 1967) Em um período onde as informações/características das rochas eram dadas a partir de descrições realizadas por geólogos a partir do percentual de recuperação das amostras nos furos de sondagem.

O presente sistema foi desenvolvido para fornecer um índice capaz de quantificar a qualidade do maciço rochoso, como pode ser observado na Figura 10,

é definido como sendo a porcentagem de pedaços intactos (com mais de 10 cm) em função da distância total, como pode ser visto na Figura 9.

RQD (%)	Qualidade da Rocha
< 25	A – Muito ruim
25 – 50	B – Ruim
50 – 75	C – Razoável
75 – 90	D – Bom
90 – 100	E – Excelente

Figura 9 - Relação do Índice RQD e a qualidade da Rocha (Ávila, 2012).

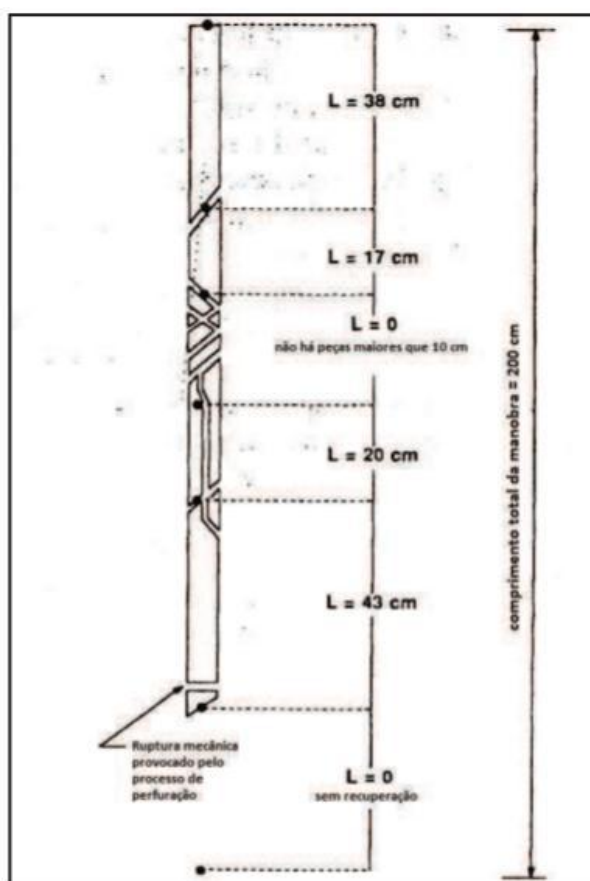


Figura 10 - Imagem expando a obtenção do RQD (Ávila, 2012).

Na Figura 10 o cálculo do RQD é obtido da seguinte forma:

- $38 + 17 + 20 + 43 = (118 / 200) \times 100\% = 59\%$ (razoável).

O método segundo (Oliveira, 2012) consiste em medir, em um avanço da perfuratriz rotativa a diamante, os pedaços de testemunho maiores que 10 cm; calcular o somatório das medidas obtidas; e determinar o valor percentual do somatório determinado em função da distância total da manobra de perfuração.

Ainda segundo (Oliveira, 2012) o RQD pode ser utilizado sem nenhuma restrição para rochas sãs e pouco intemperizadas. Para rochas altamente intemperizadas o RQD não é recomendável.

2.4.2. Sistema NGI-Q proposto por Barton

O sistema Q de classificação de rochas foi criado por, pesquisadores do Instituto Geotécnico da Noruega (NGI) (Barton, Lien, & Lunde, 1974). Este sistema baseia-se em 200 estudos de caso.

Proposto especificamente para escavações de túneis, *Rock Tunnel Quality*, o sistema leva em consideração o RQD, as condições de tensões “*in situ*”, a presença de água e influência das descontinuidades.

O valor de Q é definido pela **Erro! Fonte de referência não encontrada.:**

$$Q = \left(\frac{RQD}{J_n} \right) \left(\frac{J_r}{J_a} \right) \left(\frac{J_w}{SRF} \right)$$

(5)

Onde:

RQD = Rock Quality Designation (Deere, 1967).

J_n = Número de famílias de descontinuidade. (Tabela 4),

J_r = Número da rugosidade da descontinuidade mais crítica.

J_a = Número da alteração da descontinuidade mais crítica.

J_w = Fator de redução pela presença de água na descontinuidade.

SRF = Fator de redução das Tensões.

Número de Famílias de Descontinuidades	J_n
Nenhuma ou poucas juntas	0,5 - 1,0
Uma família	2
Uma família mais juntas aleatórias	3
Dois famílias	4
Dois famílias mais juntas aleatórias	6
Três famílias	9
Três famílias mais juntas aleatórias	12
Quatro ou mais famílias, aleatórias, muito fraturada, "sugar cube"	15
Rocha fragmentada	20

Tabela 4 - Valores tabelados de J_n .

Segundo (Oliveira, 2012), tanto o J_r quanto o J_a caracterizam as descontinuidades conforme a sua rugosidade e o seu grau de alteração de suas paredes. E que a razão entre (J_r/J_a) deve ser mensurada para cada família e o menor valor encontrado deve ser utilizado.

A Tabela 5 e Tabela 6 expressam os valores de J_r e J_a , respectivamente.

Condições de rugosidade nas paredes	J_r
A) Contato rocha-rocha e sem deslocamento relativo entre paredes < 10 cm	
Fraturas não persistente	4
Fraturas rugosas ou irregulares, onduladas	3
Fraturas lisas, onduladas	2
Fraturas polidas, onduladas	1,5
Fraturas rugosas ou irregulares, planas	1,5
Fraturas lisas, planas	1,0
Fraturas polidas ou estriadas, planas	0,5
B) Sem contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre paredes	
Fraturas preenchidas com material de natureza argilosa	1,0
Fraturas preenchidas com material de natureza granular	1,0

Tabela 5 - Valores tabelados de J_r .

Condições de alteração nas paredes	J_a	ϕ_r
A) Contato rocha-rocha e sem deslocamento relativo entre paredes		
Paredes duras, compactas, preenchimento impermeável	0,75	-
Paredes sem alteração	1.0	25 - 35
Paredes levemente alteradas, películas de materiais arenosos ou abrasivos	2.0	25 - 30
Paredes com material silto-arenoso com pequena fração argilosa	3.0	20 - 25
Paredes de material mole (micas, talco, etc.), e/ou com material expansivos	4.0	8 - 16
B) Contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre as paredes < 10 cm		
Paredes com partículas arenosas, fragmentos de rochas etc	4.0	25 - 30
* Paredes com preenchimentos contínuos e pouco espessos (<5mm) de material argiloso fortemente sobreadensado	6.0	16 - 24
** Paredes com preenchimentos contínuos e pouco espessos (<5mm) de material argiloso mediamente sobreadensado	8.0	12 - 16
*** Paredes com preenchimentos de materiais argilosos expansivos, valores variáveis com a percentagem de argilo-minerais expansivos presentes e com a ação conjugada da água intersticial	8.0 - 12	6 - 12
C) Sem contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre as paredes		
Zonas de preenchimento com fragmentos de rochas e material argiloso (ver *, **, *** para caracterizar as condições das argilas)	6.0, 8.0 ou 8.0 - 12	6 - 24
Zonas de preenchimento com material argiloso ou silto-argiloso	5.0	-
Zonas de contínuas de preenchimento com material argiloso (ver *, **, *** para caracterizar as condições das argilas)	10,13 ou 13 - 20	6 - 24

Tabela 6 - Valores tabelados de J_a .

A presença de água contribui negativamente para a estabilidade (reduzindo). O parâmetro J_w tem seu valor reduzido na medida em que o maciço rochoso apresenta um maior contato com a água. Como pode ser observado na Tabela 7.

Condições de influência da água	Nível da Água (m)	J_w
Escavação a seco ou com pequena afluência de água (5l/min)	< 10	1.0
Afluência média da água com eventual carreamento do preenchimento	10 - 25	0.66
Afluência elevada de água em rochas competentes de fraturas não preenchidas	25 - 100	0.5
Afluência elevada de água com carreamento significativo do preenchimento	25 - 100	0.33
Afluência excepcionalmente elevada de água (ou jatos de pressão), decaimento com o tempo	> 100	0.1-0.2
Afluência excepcionalmente elevada de água (ou jatos de pressão), sem decaimento com o tempo	> 100	0.005-0.1

Tabela 7 - Valores tabelados de J_w .

O fator de redução SRF, segundo (Singh & Goel, 1999), pode ser medido:

- A partir do relaxamento de tensão quando a escavação atravessa uma zona de cisalhamento ou de maciços argilosos;
- A partir da relação σ_c/σ_1 quando o maciço rochoso é competente. Lembrando que o σ_c é a resistência a compressão uniaxial do material e o σ_1 é a maior tensão principal antes da escavação;
- A partir do confinamento ou relaxamento de tensões em maciços rochosos ditos incompetentes.

Os valores de SRF podem ser expressos a partir da Tabela 8 e Tabela 9.

Condições das tensões no maciço	SRF
A) Zonas de baixa resistência interceptando a escavação	
Ocorrências múltiplas contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (qualquer profundidade)	10
Ocorrência específica contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (profundidade da escavação <50 m)	5.0
Ocorrência específica contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (profundidade da escavação >50 m)	2.5
Ocorrências múltiplas de zonas de material cisalhado em rochas competentes isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (qualquer profundidade)	7.5
Ocorrências específicas de zonas de material cisalhado em rochas competentes, isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (profundidade da escavação <50m)	5.0
Ocorrências específicas de zonas de material cisalhado em rochas competentes, isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (profundidade da escavação >50m)	2.5
Ocorrência de juntas abertas e intenso fraturamento do maciço (qualquer profundidade)	5.0

Tabela 8 - Valores tabelados de SRF.

Condições de tensões no maciço	σ_c/σ_1	σ_t/σ_1	SRF
B) Rochas competentes (comportamento rígido às deformações)			
Tensões baixas, subsuperficiais	>200	> 13	2.5
Tensões moderadas	200 - 10	13 - 0.66	1.0
Condições moderadas de rocha explosiva (Rockburst)	5 - 2.5	0.33 - 0.16	5 - 10
Condições intensas de rocha explosiva (Rockburst)	<2.5	< 0.16	10 - 20

Tabela 9 - Valores tabelados de SRF para rochas competentes com problemas de tensão.

No gráfico de estabilidade pelo método de Potvin, (Potvin, 1988) se utiliza o fator Q' , que é um parâmetro modificado da classificação de maciços rochosos Q . A diferença se encontra no fato de que as componentes SRF e J_w , respectivamente,

estado de tensões e a presença de água no maciço rochoso, são desconsideradas, os demais são utilizados de maneira normal, como pode ser visto na Equação 6

$$Q' = \left(\frac{RQD}{J_n} \right) \left(\frac{J_r}{J_a} \right) \quad (6)$$

Utiliza-se o Q` modificado, para calcular o módulo e resistência do maciço rochoso, ao passo que se faz uso do Q original para estimar e dimensionar os suportes e a estabilidade (Barton, Lien, & Lunde, 1974).

Para o cálculo do Número de Estabilidade Modificado, N', que é utilizado no Método Gráfico de Estabilidade de Potvin (para dimensionar realces abertos e suporte com cabos), o parâmetro Q' apresenta necessidade fundamental (Potvin, 1988).

2.5. Gráfico de Estabilidade

Uma das maneiras bastante difundida, principalmente na América do Norte e na Austrália, de se verificar a estabilidade do maciço rochoso é por meio do Gráfico de Estabilidade, um método empírico proposto inicialmente por Mathews (1981) e depois modificado/aprimorado por Potvin (1988).

A metodologia empírica proposta por Mathews se baseia em experiências de várias minas que utilizam o método de lavra em Subníveis. O método nasceu do estudo de 35 casos em minas encontradas no Canadá e Austrália. (Mathews, Hoek, & Stewart, 1981) Consiste de um gráfico relacionando o número de estabilidade (N ou N') com o raio hidráulico da escavação (R.H).

O número de estabilidade N ou N', (Mathews, Hoek, & Stewart, 1981) e (Potvin, 1988), representa a capacidade do maciço rochoso, de se auto sustentar quando submetido a uma determinada condição de carregamento, já o raio hidráulico (R.H.)

leva em consideração a geometria juntamente com o tamanho da superfície de estabilidade.

Mesmo apresentando um número reduzido de estudos o resultado foi bastante promissor, em que os autores obtiveram um gráfico com três importantes zonas: estável, potencialmente instável e totalmente instável. Contudo, as zonas de transição (interface) eram largas, o que torna impreciso as respostas dos realces situados nessas interfaces, como pode ser visto na Figura 11. (Oliveira, 2012)

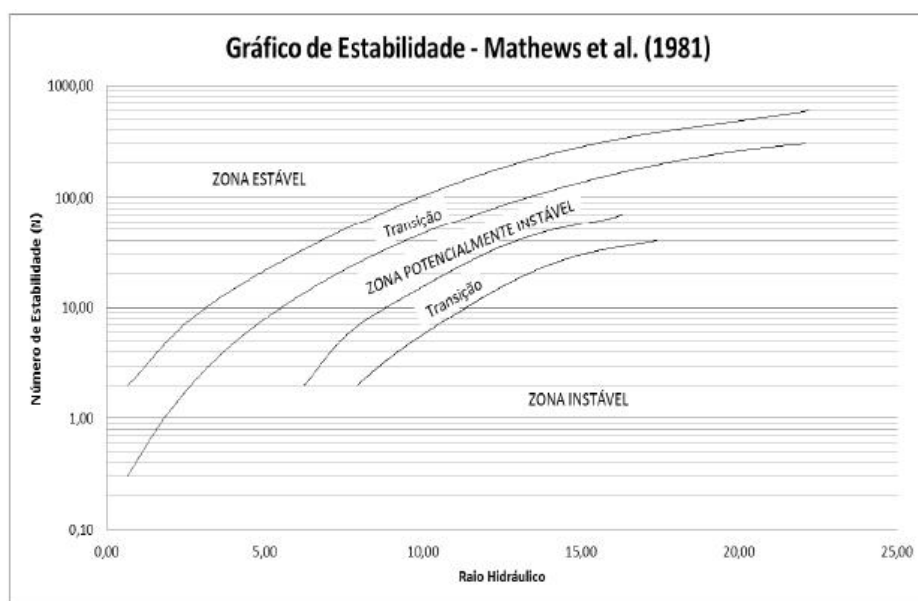


Figura 11 - Gráfico de Estabilidade de Mathews 1981.

Com o aumento dos números de casos estudados, alcançando 175 casos em 34 minas, surgiu o Método do Gráfico de Estabilidade Modificado proposto por Potvin. O método propõe um número de estabilidade (N') que leva em consideração fatores como tensões induzidas pela escavação, atitude das descontinuidades e instabilidade como queda ou deslizamento de blocos (Potvin, 1988). Comparativamente, pode-se observar que as interfaces entre as zonas encontradas por Mathews foram consideravelmente estreitadas, como é observado na Figura 12.

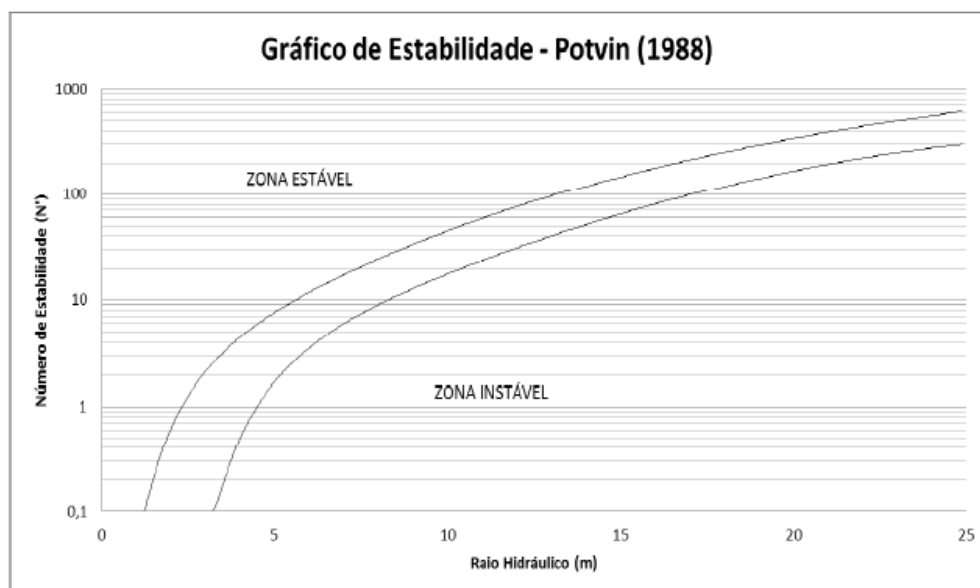


Figura 12 - Gráfico de Estabilidade de Potvin 1988.

O método proposto por Potvin apresentou uma boa convergência nos realces estudados, entretanto muitos autores posteriores ao mesmo criticam o fato do método ser, relativamente, subjetivo em relação às zonas do gráfico, como é afirmado por (Suorineni, Kaiser, & Tannant, 2001). O mesmo propõe o uso de métodos estatísticos a fim de se obter uma maior assertividade como é o caso de (Nickson, 1992).

Fazendo o uso da distância de Mahalanobis (método de análise estatística multivariada), Nickson (1992) apresentou um estudo estatístico, baseado nos casos observados por Potvin (1988). O mesmo não encontrou diferenças nos limites de estabilidade encontrados por Potvin. Recomendando o método para casos com características geomecânicas semelhantes.

O Gráfico de Estabilidade de Potvin é de fácil utilização, porém o seu sucesso está atrelado à semelhança das características da região de estudo com as características do local onde será aplicada. Como os dados dos realces coletados estão localizados no Canadá e na Austrália não existe nenhuma evidência de que o presente método possa ser aplicado na América do Sul (Oliveira, 2012).

O trabalho de Oliveira (2012), reafirma este fato, uma vez que o mesmo coletou dados de dezenove realces de minas que utilizam o método realce em subníveis, e plotou os gráficos de Potvin e de Mathews, verificando a partir dos mesmos que os estados de estabilidade previstos pelo método não condizia com a realidade, como pode ser visto na Figura 13 e Figura 13.

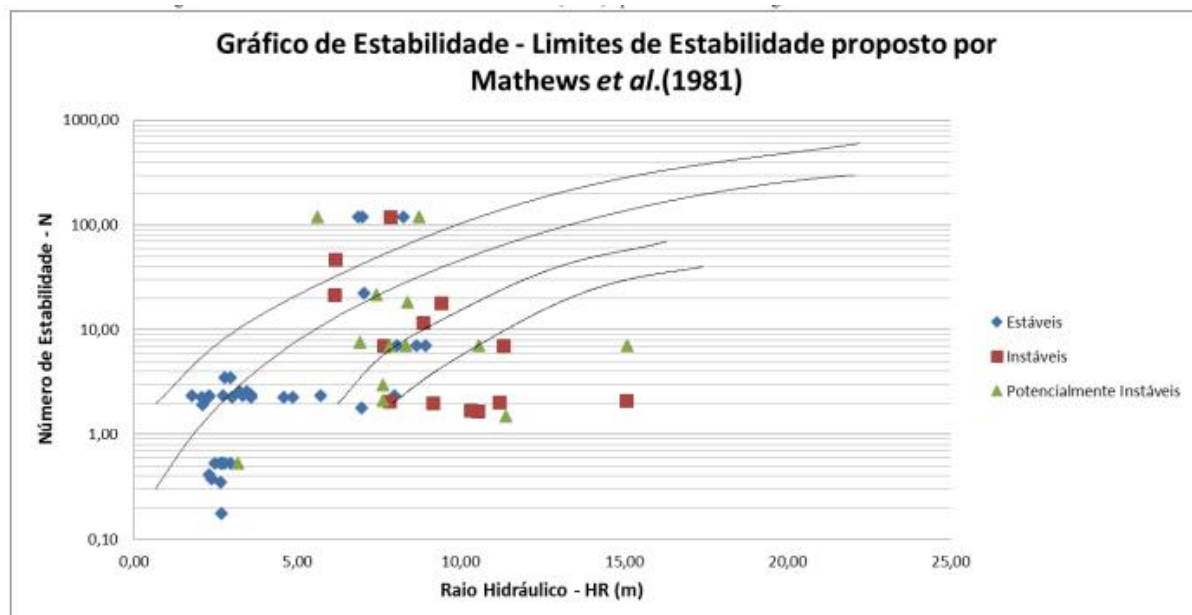


Figura 13 - Gráfico de Estabilidade de Mathews aplicado a realces situados em minas no Brasil (Oliveira, 2012).

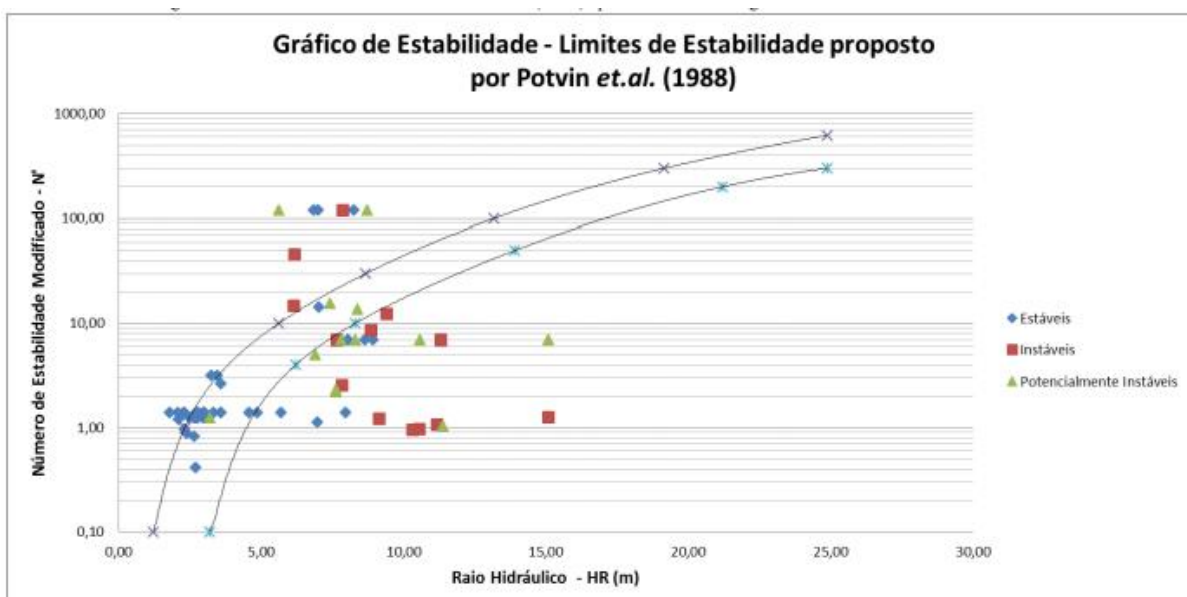


Figura 14 - Gráfico de Estabilidade de Potvin aplicado a realces situados em minas no Brasil (Oliveira, 2012).

No presente trabalho, a empresa Nexa Resources, plotou o gráfico de Potvin, a partir dos dados dos realces. O gráfico plotado a partir dos dados obtidos pela empresa pode ser visualizado na Figura 15.

RETROANÁLISE DE BLOCOS DE LAVRA DA MINA VAZANTE -
GRÁFICO DE POTVIN, 1988.

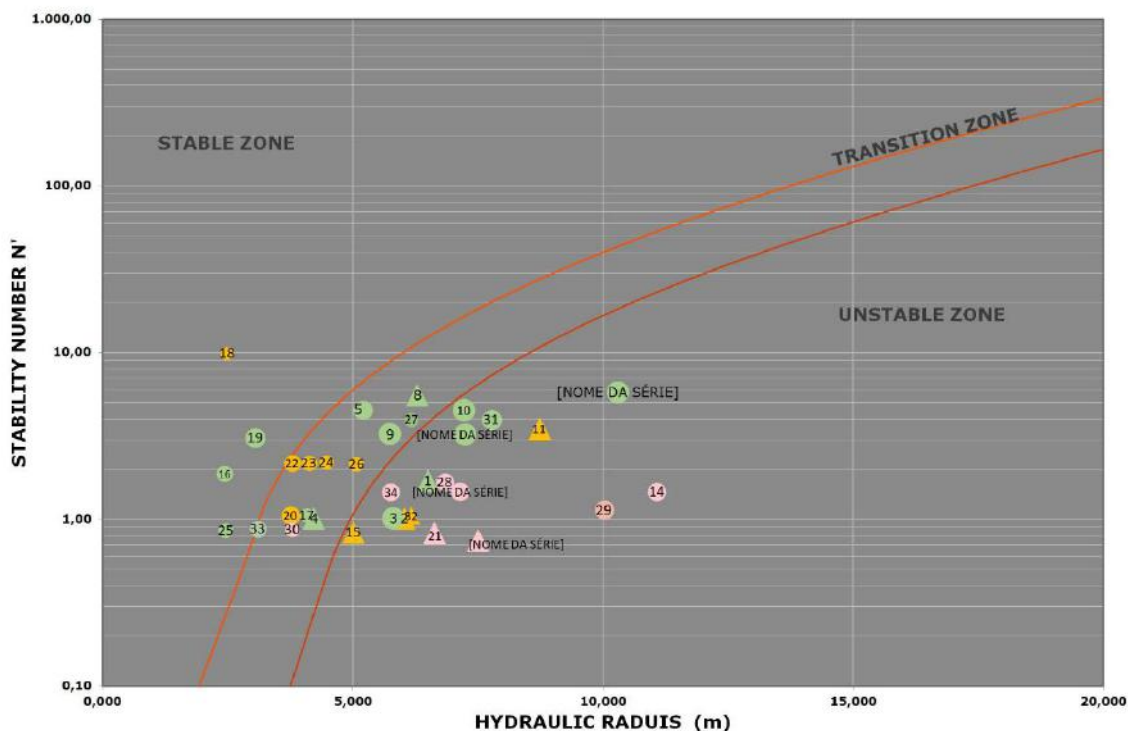


Figura 15 - Gráfico de Estabilidade de Potvin, com os dados fornecidos pela empresa. Onde os verdes são os realces estáveis, os amarelos realces em transição e vermelho os realces instáveis.

2.5.1. Número de Estabilidade Modificado (N')

O número de estabilidade N ou N', representa a capacidade do maciço rochoso, de se auto sustentar quando submetido a uma determinada condição de carregamento, pode ser encontrado por meio da Equação 7, (Mathews, Hoek, & Stewart, 1981) e (Potvin, 1988).

$$N' = Q' x A x B x C \quad (7)$$

Onde o fator Q' , como já foi explicado anteriormente, é utilizado para calcular o módulo de resistência do maciço rochoso (Barton, Lien, & Lunde, 1974).

O parâmetro “A” leva em consideração a influência da redistribuição das tensões in situ ao se abrir um realce, na estabilidade das superfícies. O “A” é adotado como sendo a razão entre a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c) e a tensão principal induzida (σ_1) atuante. Tal parâmetro considera que o maciço rochoso está submetido a um campo de tensões fortemente compressivo, o que seria benéfico para a estabilidade, desde que o valor das tensões não supere a tensão de ruptura do material. O fator A pode ser encontrado por meio da Figura 16.

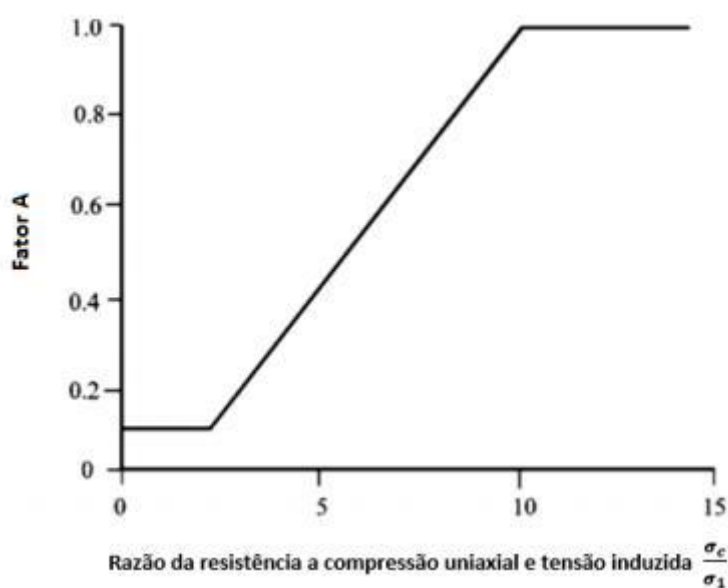


Figura 16 - Fator A.

O fator “B” proposto por Potvin (1988) leva em consideração a influência da orientação da descontinuidade mais crítica na estabilidade da superfície do realce, uma vez que a ruptura pode ocorrer ao longo de descontinuidades (críticas por formar ângulos baixos com uma superfície livre). Conforme a posição espacial da descontinuidade se obterá, a partir da Figura 17 o valor do fator “B”. Existem algumas especificidades para encontrar o fator “B”, quando a estrutura for na horizontal, o valor será obtido da diferença entre o mergulho da descontinuidade e da escavação (linha contínua), caso a estrutura seja vertical, a leitura depende do

ângulo que é formado com a horizontal variando de 30° a 90° sendo que para cada valor há uma linha descontínua para se obter o fator B. Sendo assim, definindo o valor da inclinação da estrutura com a horizontal, deve-se proceder da mesma forma que na estrutura horizontal, calcular a diferença dos mergulhos.

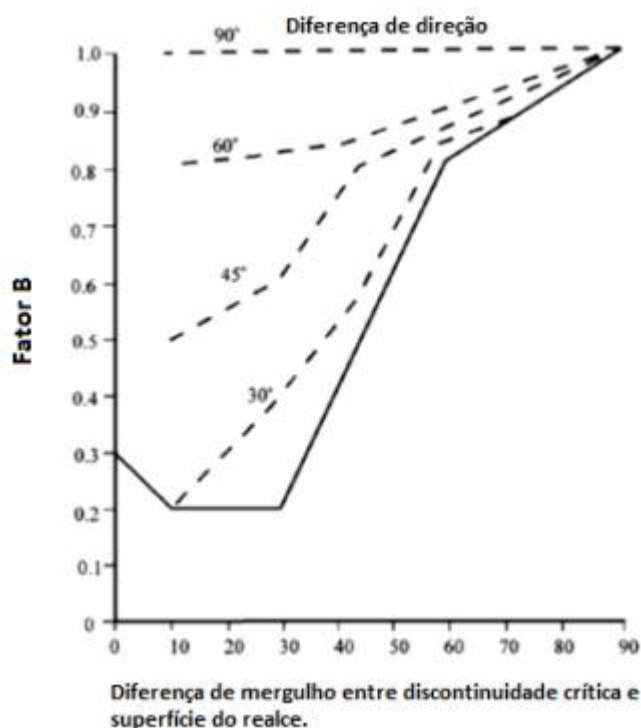


Figura 17 - Fator "B".

O fator "C", proposto por Potvin (1988) foi denominado Fator de Ajuste da Gravidade e considera os efeitos da gravidade no teto da escavação, do qual pode ocorrer queda de blocos, ou nas paredes laterais da escavação, sendo susceptível a haver deslizamento ou deslocamento de blocos.

Potvin (1988) propõe dois gráficos para se encontrar o fator "C", conforme pode ser exposto na Figura 18 e Figura 19, um para deslocamento e outro para deslizamento. O primeiro é no caso de quedas e deslocamentos, onde se considerara a inclinação da superfície do realce preponderante para ocorrer a ruptura. Todavia para o deslizamento o que se leva em consideração é a inclinação da descontinuidade crítica.

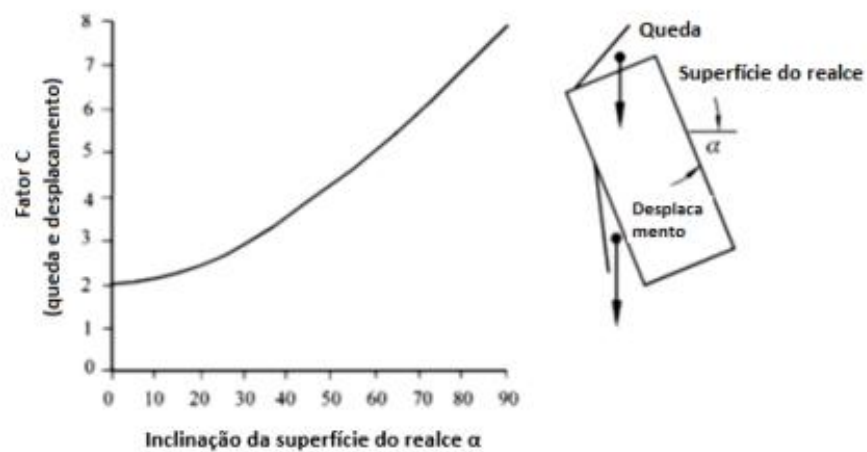


Figura 18 - Fator "C", para mecanismos de queda e deslocamento de blocos.

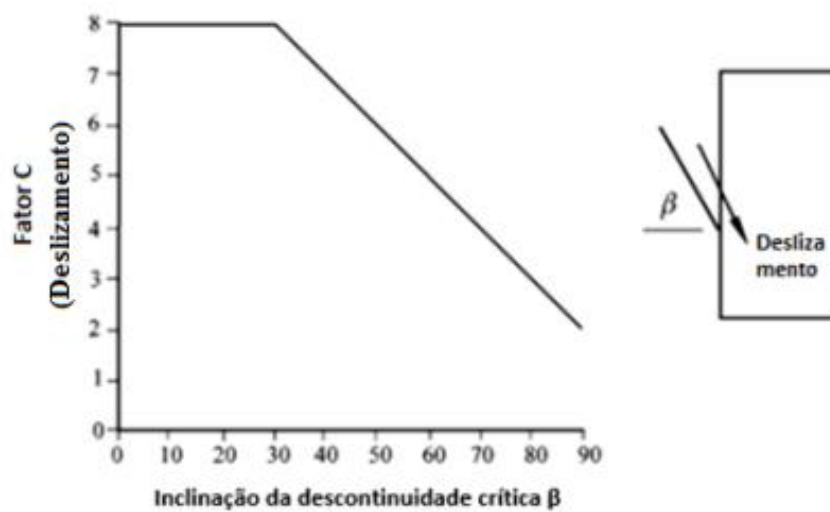


Figura 19 - Fator "C", para mecanismos de deslizamento de blocos.

2.5.2. Raio Hidráulico (R.H.)

O raio hidráulico (R.H.), o segundo parâmetro que é utilizado no Gráfico de Estabilidade, que seria o “vão livre” das aberturas. Até que ponto deve ser o tamanho da abertura para que a mesma não se rompa.

Pode ser encontrado por meio da Equação 8.

$$\text{Raio Hidráulico} = \frac{(\text{Área da Superfície Analisada})}{\text{Perímetro da Superfície Analisada}} \quad (8)$$

2.6. Distância de Mahalanobis

Na estatística, a distância de Mahalanobis é um método de análise multivariável, introduzido pelo matemático indiano P. Mahalanobis em 1936, que se baseia nas correlações entre variáveis que podem apresentar uma ínfima gama de padrões distintos entre si. É de fundamental importância e utilidade, quando se quer determinar uma similaridade entre uma amostra conhecida e uma desconhecida. (Vassalo, 2017)

Ao contrário da distância euclidiana, que é basicamente, a distância métrica entre dois pontos, a distância de Mahalanobis leva em conta a dispersão do agrupamento (grupo de dados). É a distância entre um indivíduo e o vetor de médias no espaço. Se diferencia da distância euclidiana em virtude de considerar a influência da correlação entre as variáveis no espaço. (Ferreira, 1996)

A distância de Mahalanobis pode ser dada pela **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$$(X - \mu)^T \Sigma^{-1} (X - \mu) = C^2 \quad (9)$$

Onde:

C^2 = Distância de Mahalanobis;

$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$ = vetor de médias de variáveis x_1 e x_2 ;

$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ = matriz de covariância das variâncias x_1 e x_2 ;

Desde que μ e Σ são conhecidos e X é normal, o conjunto das distâncias de Mahalanobis pode ser aproximado por meio da distribuição quiquadrada, como é visto na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$$C^2 = X_2^2(\alpha) \quad (10)$$

Onde:

X_2^2 = distribuição quiquadrada com dois graus de liberdade;

α = nível de significância

A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** representa uma elipse centrada no vetor de médias, μ , das variáveis e com eixos na direção dos autovetores da matriz de variância – covariância (Σ), e comprimento de cada semieixo proporcional ao respectivo autovalor de Σ .

$$(X - \mu)^T \Sigma (X - \mu)^{-1} \leq X_2^2 \quad (11)$$

Se os valores de covariância na matriz de covariâncias não forem nulos a elipse será inclinada em relação ao eixo, caso contrário, elipse apresentando valor nulo, os eixos da elipse serão paralelos aos eixos coordenados, como pode ser visto na Figura 20.

A elipse delimita os pontos cujas distâncias de Mahalanobis são iguais ou menores do que os semieixos da elipse. Escolhendo um valor de α adequado pode-se gerar elipses que contenham $(1-\alpha)\%$ dos pontos de um determinado grupo de dados.

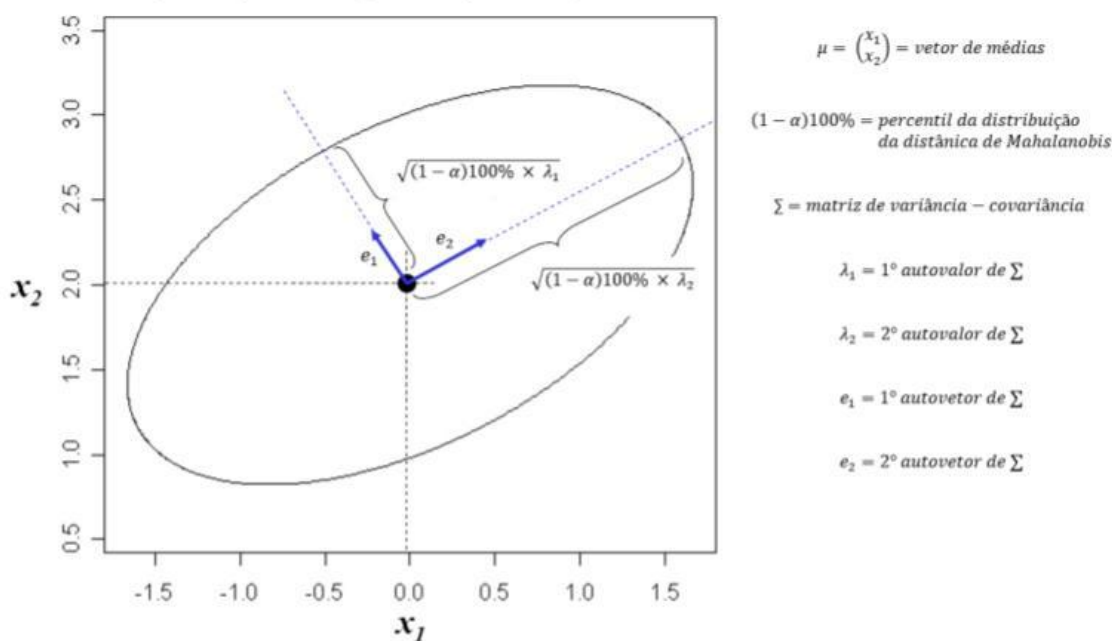


Figura 20 - Esquema de construção de uma elipse de confiança. (Vassalo, 2017)

O presente método foi utilizado no trabalho a fim de diminuir a subjetividade ao delimitar as zonas estáveis das instáveis.

2.7. Técnica Bootstrap não Paramétrica

Segundo (Vassalo, 2017), o termo “bootstrap” vem de uma estória infantil, “As Aventuras do Barão de Munchausen”. Na estória o Barão acaba caindo em um lago profundo e para sair ele tem a ideia de puxar a si mesmo pelos seus próprios cadarços (bootstrap). Essa técnica é utilizada quando se tem uma amostragem pequena, na qual não se conhece a distribuição estatística da população.

Para calcular a distância de Mahalanobis por meio de uma distribuição quiquadrada, seria necessário que as variáveis seguissem uma distribuição normal. Contudo, a população amostral fornecida pela empresa é muito pequena, não há muitos dados fornecidos para se verificar a normalidade das amostras e estas serem representativas. Devido a isso foi utilizado o técnica de Bootstrap, para conseguir contornar o problema da pequena população amostral.

Vassalo (2017) afirma que o método infere o tamanho da população partindo de si própria. Considera a amostra como sendo a própria população, e que a partir dela são realizadas novas amostragens (reamostragens) aleatórias, chamadas de amostras bootstrap, com um tamanho igual ao da população. Cada elemento é coletado individualmente com reposição até se completar o tamanho da amostra, desta forma todas as amostras apresentarão o mesmo tamanho, mas não necessariamente a mesma composição. O número de amostragem bootstrap é definido pelo o usuário, de modo a se obter dados suficientes para calcular a distribuição amostral empírica da variável. No presente trabalho fez-se 10 amostras bootstrap.

O processo pode ser visto na Figura 21, que foi retirada do trabalho de Vassalo (2017).

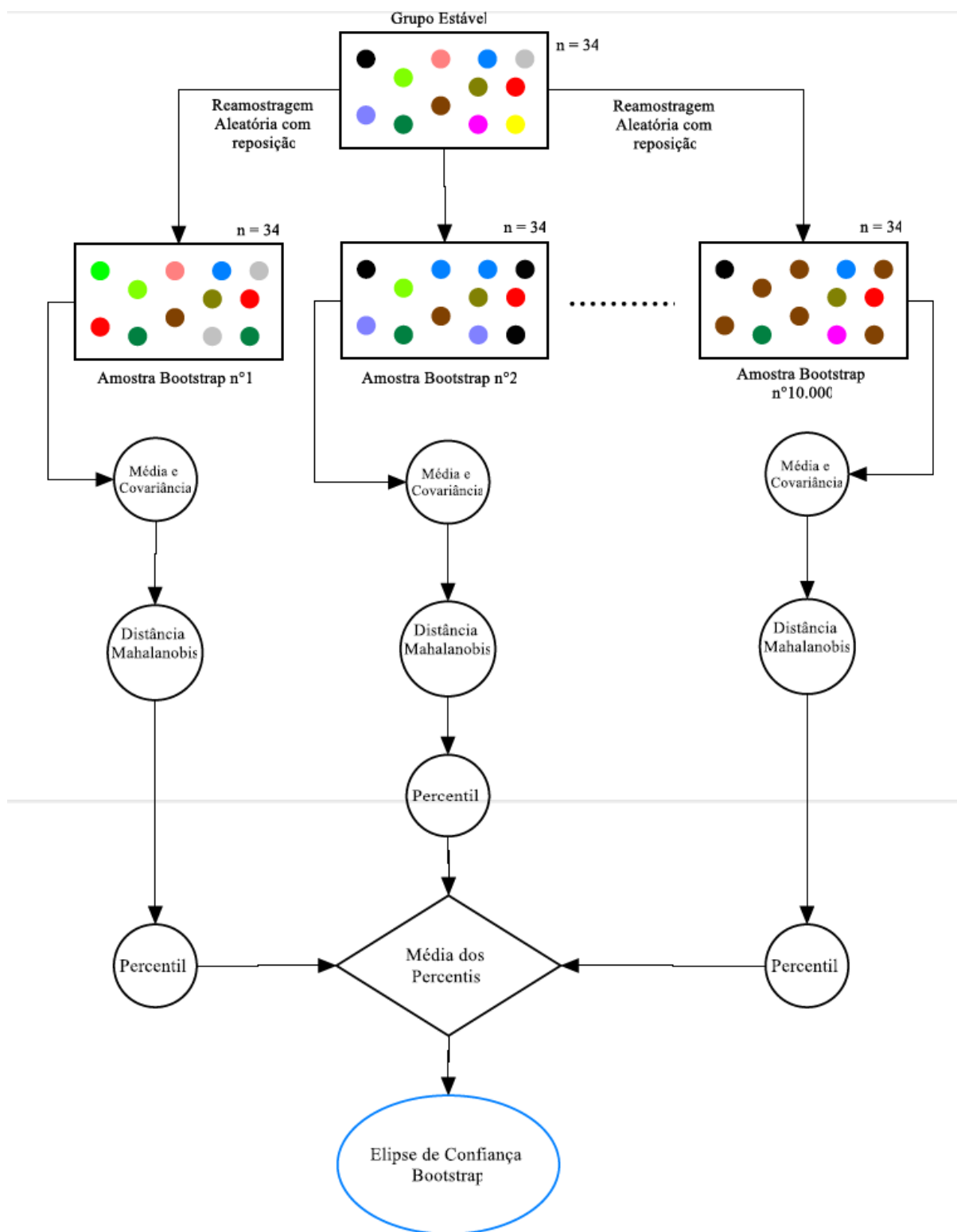


Figura 21 - Processo de realização da técnica bootstrap, imagem meramente ilustrativa. (Vassalo, 2017).

3. METODOLOGIA

A metodologia do trabalho foi baseada na metodologia proposta por Vassalo (2017). Para se realizar o presente trabalho, inicialmente se adquiriu um banco de dados composto por 35 realces. A empresa, Nexa Resources, forneceu dados de Diluição, Número de Estabilidade Modificada (N') e o Raio Hidráulico (R.H.) para cada realce. Por questão de sigilo, os dados de diluição não serão divulgados, como pode ser visto na Tabela 10.

Realce	Condição	RH	N
1	Estável	6,494689	1,71
2	Estável	5,804452	1,02
3	Estável	4,215194	1,02
4	Estável	5,205379	4,53
5	Estável	10,29378	5,81
6	Estável	6,285314	5,6
7	Estável	5,735428	3,25
8	Estável	7,215806	4,53
9	Estável	7,240064	3,25
10	Estável	2,440919	1,88
11	Estável	4,076322	1,06
12	Estável	3,044219	3,09
13	Estável	2,458595	0,86
14	Estável	6,164316	3,98
15	Estável	7,768911	3,98
16	Estável	3,09884	0,88
17	Instável	7,143365	1,47
18	Instável	7,500151	0,75
19	Instável	11,06929	1,47
20	Instável	6,624899	0,83
21	Instável	6,834517	1,68
22	Instável	10,02047	1,14
23	Instável	3,788406	0,87
24	Instável	5,755665	1,45
25	Transição	6,022872	1,02
26	Transição	8,722694	3,51
27	Transição	5,001469	0,84
28	Transição	2,484088	9,94
29	Transição	3,750384	1,06
30	Transição	3,784907	2,18
31	Transição	4,121561	2,18

32	Transição	4,467792	2,2
33	Transição	5,075206	2,15
34	Transição	6,164141	1,05
35	Transição	6,164141	1,05

Tabela 10 - Tabela com os dados fornecidos pela empresa Nexa Resources.

Após se adquirir os dados, a própria empresa plotou o Gráfico de Estabilidade de Potvin (1988).

Em seguida para gerar as elipses de confiança a partir da distribuição empírica das distâncias de Mahalanobis, fez-se uso da técnica bootstrap para gerar a distribuição empírica da distância de Mahalanobis.

Para tanto se utilizou apenas de 21 dados, foram retirados todos os realces que apresentavam a condição “Transição”, e três realces aleatórios (sendo 2 realces com a condição “Estável” e 1 “Instável; realces 7,16 e 22) para uma revalidação do método.

Realce	Cabeamento	Condição
1	Não	Estável
2	Sim	Estável
3	Não	Estável
4	Sim	Estável
5	Sim	Estável
6	Não	Estável
7	Sim	Estável
8	Sim	Estável
9	Sim	Estável
10	Sim	Estável
11	Sim	Estável
12	Sim	Estável
13	Sim	Estável
14	Sim	Estável
15		Estável
16	Não	Estável
17	Sim	Instável
18	Não	Instável
19	Sim	Instável
20	Não	Instável
21	Sim	Instável

22	Sim	Instável
23	Sim	Instável
24	Não	Instável

Tabela 11 - Tabela com os realces selecionados para a revalidação.

Como explicitado anteriormente, foram utilizados 21 realces, destes 21, 14 são estáveis e 7 são instáveis. Para a aplicação da técnica bootstrap nos realces estáveis foram realizadas 10 amostragens bootstraps com tamanho 14 com reposição a cada retirada até se atingir 14 elementos. Para cada uma das 10 amostras bootstrap, foram calculadas a média e a matriz de covariância e com esses parâmetros pôde-se calcular as 14 distâncias de Mahalanobis de cada elemento até o vetor de média, de todas 10 amostras bootstrap. Com um nível de significância α foi possível se obter o percentil $(1-\alpha) \%$ para cada uma das 10 amostras bootstrap. A média desses 10 percentis será o valor que definirá no gráfico de estabilidade a elipse de confiança para o grupo estável que será utilizado. (Vassalo, 2017)

O processo pode ser visto na Figura 22.

O mesmo processo foi realizado para os realces instáveis que apresentam tamanho 7.

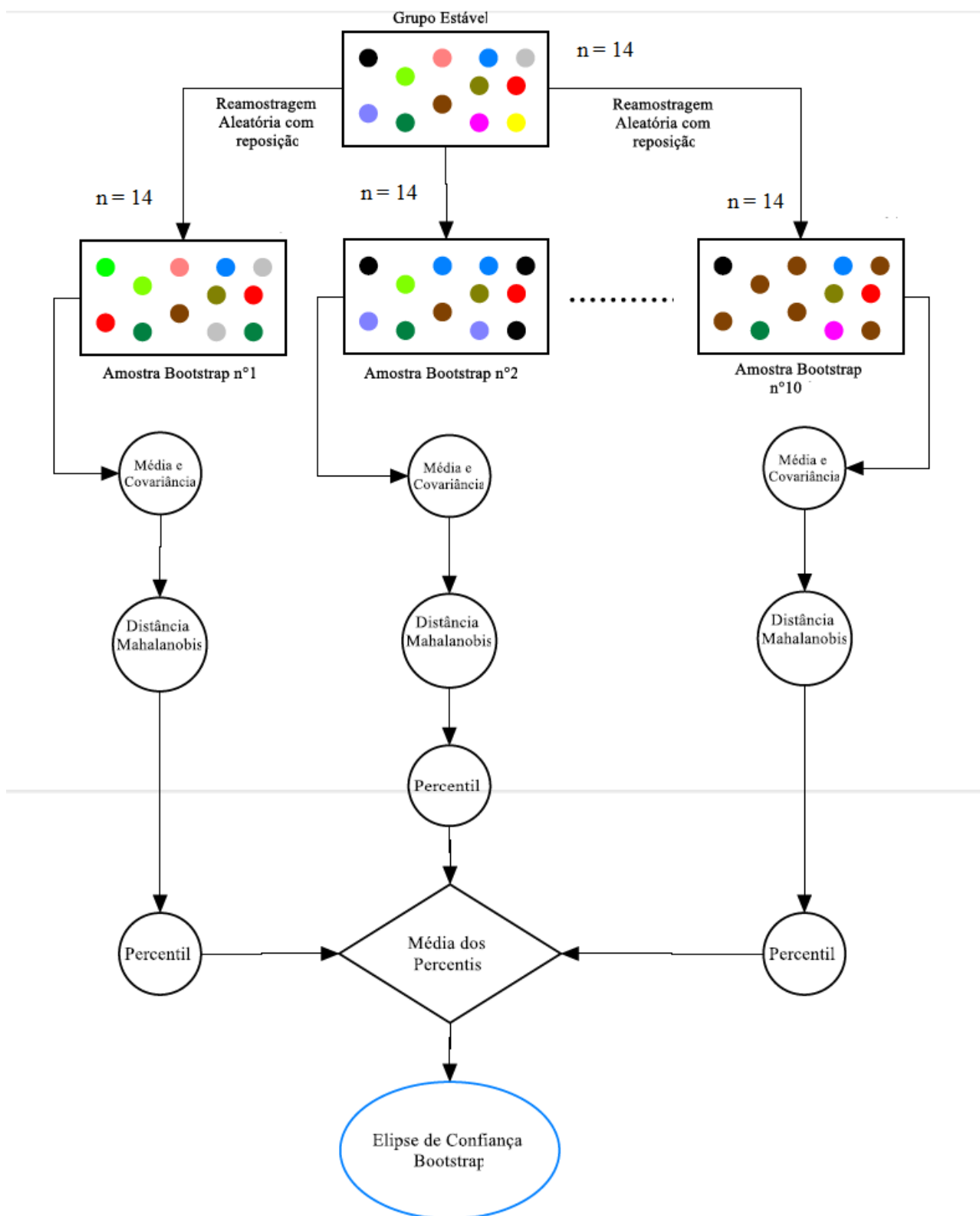


Figura 22 - Processo de realização da técnica bootstrap para as amostras estáveis. (Vassalo, 2017).

Para a confecção das elipses de confiança foi utilizado o software R (Core Team, 2006) com o algoritmo adaptado de Pereira (2016), que permite obter as elipses para um determinado banco de dados e um nível de significância α (os níveis de significância $1 - \alpha$ foram de 5%, 10% e 20%). O script utilizado se encontra em anexo ao final desse trabalho.

Após se aplicar esta técnica, e criar as duas elipses de confiança (a estável e a instável), foram possíveis traçar uma reta que limitasse os dois grupos no proposto Gráfico de Estabilidade.

Para a validação do Gráfico de Estabilidade, foram inseridos três elementos provenientes do mesmo banco de dados da Nexa Resources, para avaliar a qualidade dos limites das elipses de confiança geradas no Gráfico de Estabilidade.

Os dados dos realces inseridos no Gráfico podem ser vistos na Tabela 12.

Realce	Condição	RH	N
7	Estável	5,735428	3,25
16	Estável	3,09884	0,88
22	Instável	10,02047	1,14

Tabela 12 - Tabela com os realces inseridos para efetuar a validação.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o software R (Core Team, 2006), e fazendo uso do script adaptado de Pereira (2016), foram produzidas as distribuições empíricas das distâncias de Mahalanobis ($n=10$) para os grupos estáveis e instáveis, o que possibilitou a criação de elipses de confiança com $(1-\alpha)$ 20%, 10% e 5% de nível de significância. Sendo assim foi possível delimitar/separar, o limite estável do instável.

As elipses com os seus respectivos níveis de confiança podem ser observadas na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, Figura 24 e Figura 25.

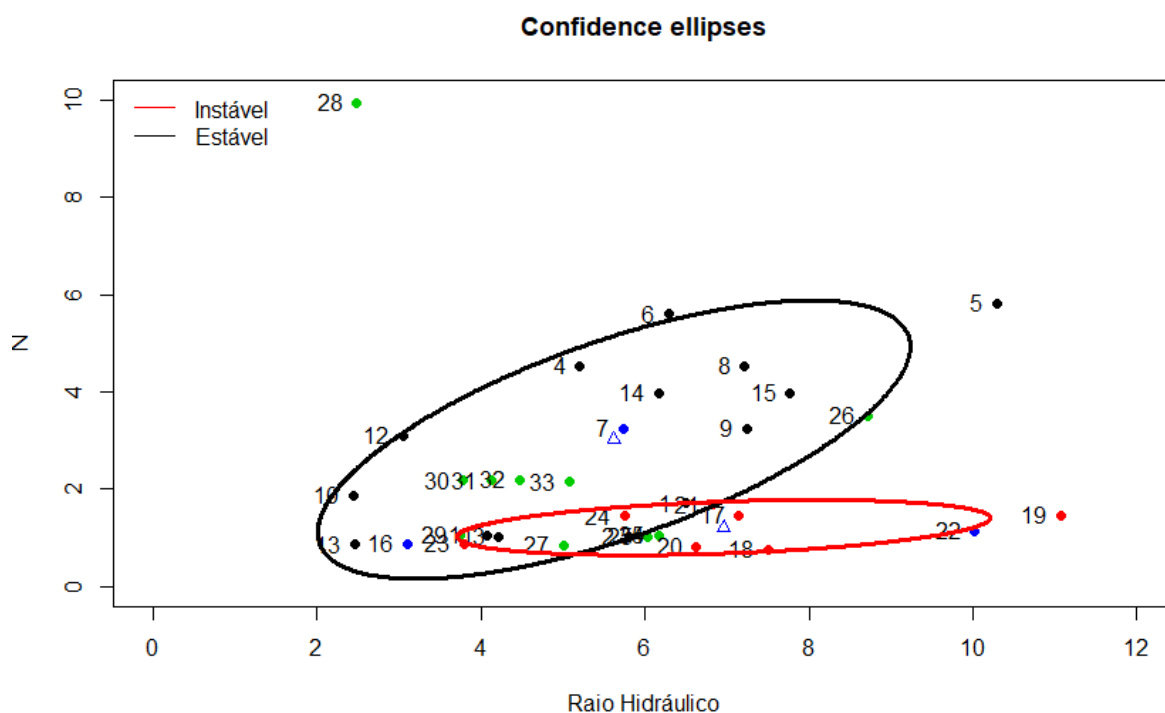


Figura 23 - Elipse de Confiança de 80% gerada pela técnica bootstrap.

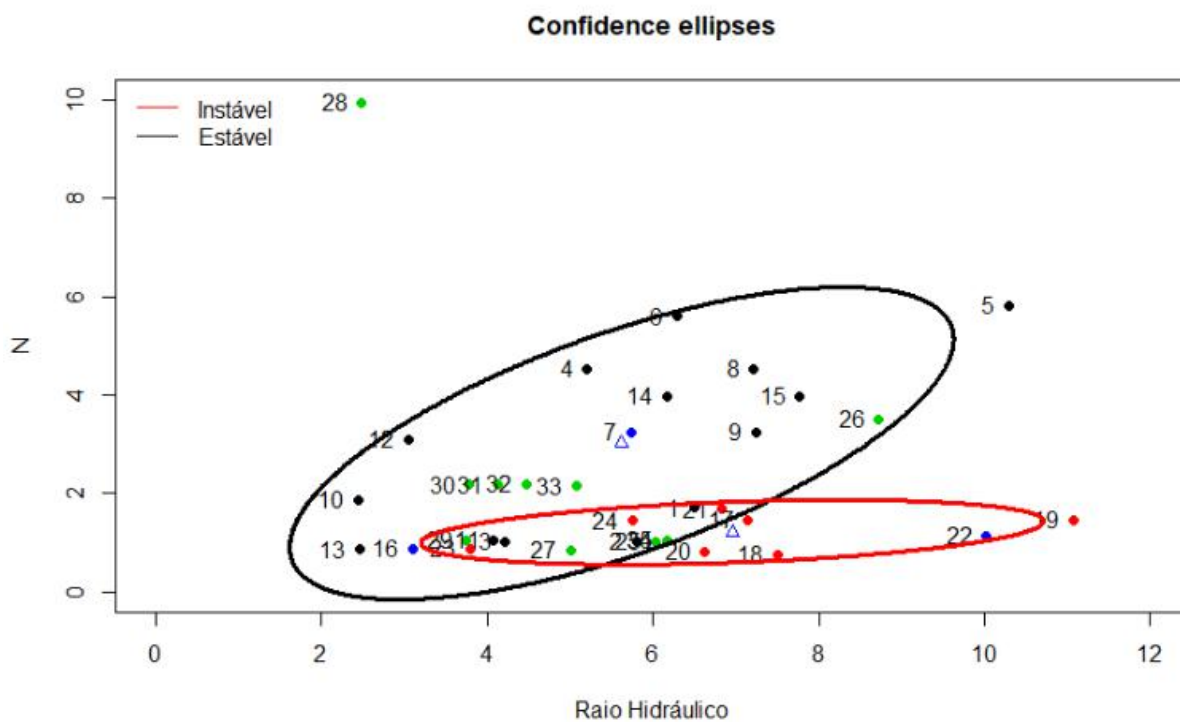


Figura 24 - Elipse de Confiança de 90% gerada pela técnica bootstrap.

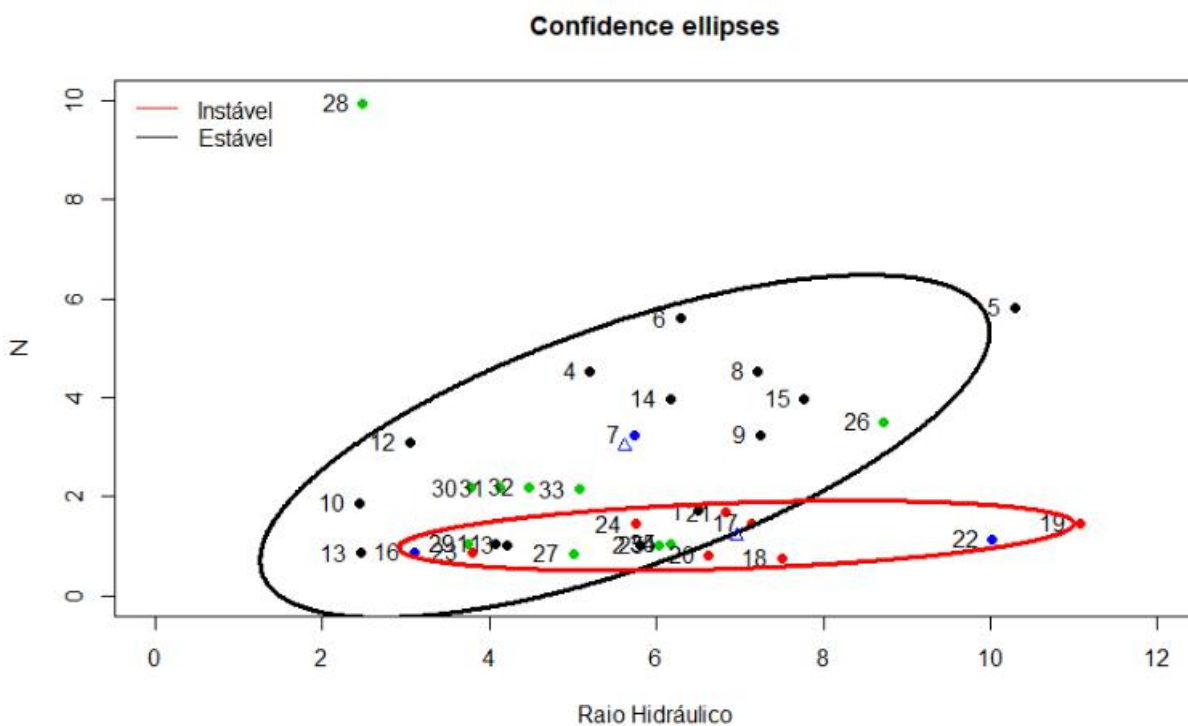


Figura 25 - Elipse de Confiança de 95% gerada pela técnica bootstrap.

Na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, Figura 24 e Figura 25, pode-se observar que os realces estáveis são representados pela cor preta, os realces instáveis pela cor vermelha, os realces de transição são os verdes e os pontos azuis são os realces utilizados para efetuar a validação do Gráfico de Estabilidade plotado.

A partir da análise dos gráficos pode-se inferir que a melhor separação se dá por meio da elipse de 80% (a elipse de confiança escolhida), pois há uma menor sobreposição de elementos estáveis com os elementos instáveis. É perceptível que na medida em que se aumenta a confiança da elipse, a mesma passa a aumentar o tamanho visando englobar mais dados. A fim de deixar as elipses menos sobrepostas poderia se diminuir a confiança da elipse, entretanto isso vai à contramão do processo, pois se deseja que a elipse bootstrap contenha o maior número de elementos possíveis, com o intuito de deixar mais assertivo os resultados.

Observando a Figura 26 pode-se inferir que a elipse de confiança bootstrap, (dos realces estáveis) apresenta uma boa correlação mesmo estando, relativamente, espaçados entre si, o que indica certa interdependência entre elas. Essa boa correlação pode ser comprovada através da inclinação dos eixos em relação aos eixos coordenados.

Em contrapartida, a elipse dos realces instáveis não apresenta uma boa correlação (inclinação paralela dos eixos da elipse bootstrap em relação aos eixos coordenados) em virtude da baixa quantidade de amostras, o que dificultou o estabelecimento de uma boa correlação.

Por meio da intersecção das elipses de confiança bootstrap estável e instável, foi possível traçar uma reta a fim de delimitar a zona estável da zona instável, como pode ser visualizada na Figura 26. A equação da reta é dada pela Equação 12.

$$Y = 0.64x - 2.24$$

(12)

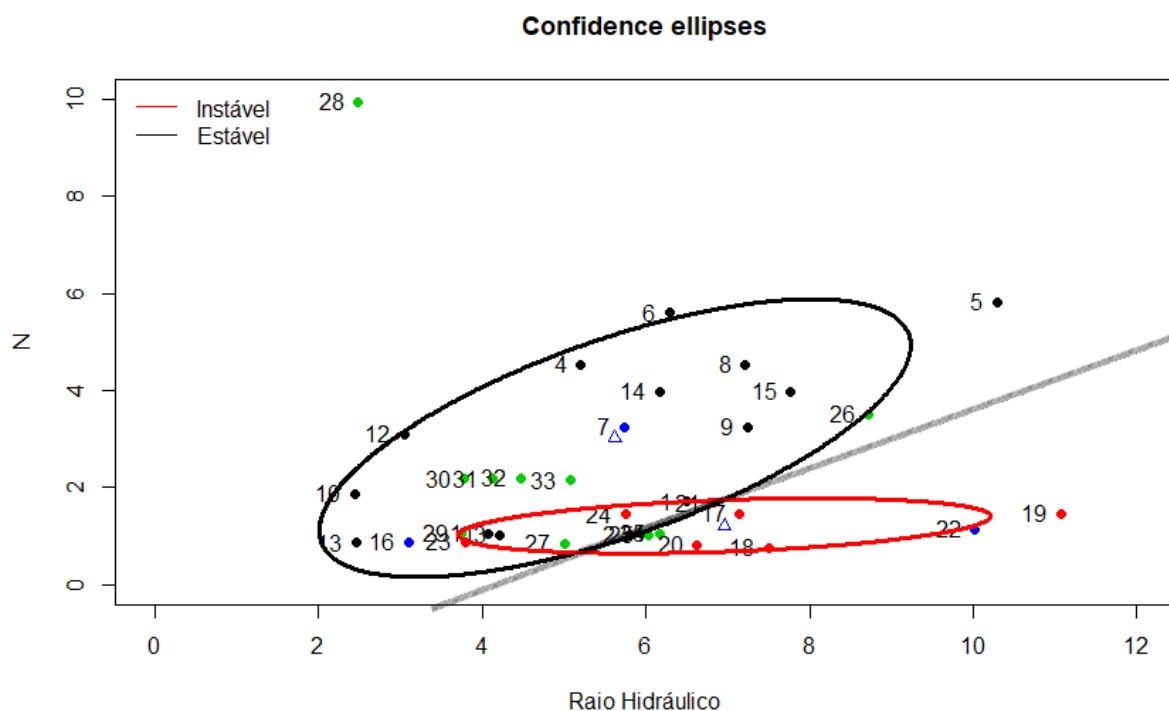


Figura 26 - Elipses de confiança de 80% com o traço da intersecção.

A partir da análise da Figura 26 e da Tabela 14, pode-se visualizar que os todos os realces estáveis se mantiveram dentro dos limites estáveis delimitados pelo anteriormente.

Verificando a Figura 26 e Tabela 14, pontua-se que os realces instáveis 23 e 24, que apresentam uma diluição considerável, foram os únicos realces instáveis que ficaram na região estável do Gráfico de Estabilidade plotado. Apesar de estar na região estável do Gráfico, como pode ser visto na Figura 26, o realce 24 está próximo do limite instável traçado. O presente realce, juntamente com outros realces expressos na Tabela 13 estão em uma região em que as duas elipses se sobrepõe, uma zona que apresenta certa dualidade.

Realce	Condição	RH	N	Status no Gráfico
21	Instável	6,834517	1,68	Instável
23	Instável	3,788406	0,87	Estável
24	Instável	5,755665	1,45	Estável
25	Transição	6,022872	1,02	Instável
27	Transição	5,001469	0,84	Estável
29	Transição	3,750384	1,06	Estável

34	Transição	6,164141	1,05	Instável
35	Transição	6,164141	1,05	Instável

Tabela 13 - Tabela expondo os realces instáveis.

O realce 21 se encontra próximo (no limite) da zona instável, por isso foi considerado como pertencente à zona instável. Deve-se também ressaltar que o realce que apresenta a maior diluição (uma diluição consideravelmente superior quando comparado aos demais), por consequente o mais instável, é o realce 19, que se encontra no extremo direito inferior do gráfico, confirmando esse caráter de instabilidade elevada.

Os realces de transição quando analisados, a maioria se encontra na zona estável com exceção dos realces 35, 34 e 25 (grupo 1) como pode ser visto na Figura 26.

Comparando os dados dos mesmos, por meio da **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, nota-se que os realces mencionados apresentam número de estabilidade e raio hidráulicos similares. Quando comparados aos realces 30, 31, 32 e 33 (grupo 2), nota-se que os valores de N' são menores e que os valores de R.H. são maiores, o que coloca aqueles realces do grupo 1 na zona instável e deixa os do grupo 2 na zona estável.

Entretanto quando se analisa a diluição dos mesmos nota-se que os maiores valores de diluição, configurando uma maior instabilidade, se encontram no grupo 2. O que é o oposto do que é expresso na Figura 26, que expõe os realces do grupo na área instável e os do grupo dois na área estável.

O realce 27 apresenta um N' , menor quando comparado aos realces 35, 34 e 25, entretanto o mesmo apresenta um raio hidráulico menor, o que deixa o mesmo na zona estável, porém próxima ao limite traçado (zona de sobreposição das duas esferas). Contudo o realce 27 dos realces de transição é aquele que apresenta menor diluição por consequente deveria situar no Gráfico de Estabilidade em um local não tão próximo à zona de instabilidade.

O realce 28, de acordo com o gráfico plotado seria o mais estável uma vez que o mesmo apresenta o maior N' e um dos mais baixos R.H. Devido a isso, analisando somente o Gráfico de Estabilidade de Bootstrap, poderia se afirmar que este seria um dos mais estáveis, entretanto sua diluição está mais próxima de 25% do que de

10%, sendo assim o mesmo deveria estar próximo à zona de instabilidade e não em uma zona de completa estabilidade.

Realce	Condição	RH	N	Status no Gráfico
1	Estável	6,494689	1,71	Estável
2	Estável	5,804452	1,02	Estável
3	Estável	4,215194	1,02	Estável
4	Estável	5,205379	4,53	Estável
5	Estável	10,29378	5,81	Estável
6	Estável	6,285314	5,6	Estável
7	Estável	5,735428	3,25	Estável
8	Estável	7,215806	4,53	Estável
9	Estável	7,240064	3,25	Estável
10	Estável	2,440919	1,88	Estável
11	Estável	4,076322	1,06	Estável
12	Estável	3,044219	3,09	Estável
13	Estável	2,458595	0,86	Estável
14	Estável	6,164316	3,98	Estável
15	Estável	7,768911	3,98	Estável
16	Estável	3,09884	0,88	Instável
17	Instável	7,143365	1,47	Instável
18	Instável	7,500151	0,75	Instável
19	Instável	11,06929	1,47	Instável
20	Instável	6,624899	0,83	Instável
21	Instável	6,834517	1,68	Instável
22	Instável	10,02047	1,14	Instável
23	Instável	3,788406	0,87	Estável
24	Instável	5,755665	1,45	Estável
25	Transição	6,022872	1,02	Instável
26	Transição	8,722694	3,51	Estável
27	Transição	5,001469	0,84	Estável
28	Transição	2,484088	9,94	Estável
29	Transição	3,750384	1,06	Estável
30	Transição	3,784907	2,18	Estável
31	Transição	4,121561	2,18	Estável
32	Transição	4,467792	2,2	Estável
33	Transição	5,075206	2,15	Estável
34	Transição	6,164141	1,05	Instável
35	Transição	6,164141	1,05	Instável

Tabela 14 - Tabela com todos os realces fornecidos pela Nexa Resources, em que a coluna "Status no Gráfico", nos mostra como ele estaria sendo classificado caso fosse utilizado apenas o Gráfico plotado.

Os três realces utilizados na validação do método ficaram nas suas respectivas regiões, como pode ser visto na Tabela 15 e Figura 26.

Realce	Condição	RH	N
7	Estável	5,735428	3,25
16	Estável	3,09884	0,88
22	Instável	10,02047	1,14

Tabela - Realces usados na validação.

Comparando a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** (que contém os dados obtidos pela empresa esboçados no gráfico Potvin (1988) com a Figura 26, notamos que apesar de apresentar algumas falhas, o gráfico proposto representa melhor a estabilidade dos realces, uma vez que alguns realces estáveis na Figura 26 estavam sendo considerados instáveis e outros de transição. No gráfico proposto, como foi apresentado nos resultados, todos os realces estáveis se encontra na região estável do gráfico.

O fato da elipse de confiança bootstrap não apresentar uma boa correlação influenciou na definição do limite estável-instável, por isso dois realces se encontravam na região estável (quando se considera uma reta como sendo o limite entre estável e instável, entretanto ambos os pontos estavam dentro das duas elipses de confiança). O fato de não contar com uma maior população amostral instável influencia no resultado, pois com um conjunto de amostras instáveis maior poderia-se estabelecer uma elipse mais representativa.

Desta forma é de importância fundamental que a região instável seja definida a fim de se empregar o Gráfico de Estabilidade.

5. CONCLUSÕES

A partir do presente trabalho se pode concluir que o Gráfico de Estabilidade proposto, apesar de não representar a realidade de maneira fidedigna, se apresenta mais adequado para a classificação dos realces da Mina de Vazante quanto a estabilidade do que o de Potvin (1988).

Visto que as realidade geomecânica das amostras utilizadas no presente trabalho são diferentes da realidade das amostras utilizadas para propor o método.

Devido à baixa quantidade de amostras disponíveis, fez-se necessário o uso do método bootstrap para gerar a distribuição empírica de Mahalanobis. Sabe-se que para calcular a distância de Mahalanobis por meio da distribuição quiquadrada seria necessária que as variáveis seguissem uma distribuição normal, entretanto devido à baixa quantidade de amostras não seria possível verificar a normalidade das amostras e estas serem representativas.

A elipse de 80% de confiança foi escolhida devido ao fato de apresentar uma menor sobreposição de dados quando comparada com a de 90% e a de 95%. Poderia-se diminuir mais a confiança da elipse e esta apresentar uma menor sobreposição, mas isso iria diminuir a correlação das variáveis.

A elipse de confiança bootstrap de 80% dos realces estáveis apresentou uma boa correlação que pode ser comprovada pela inclinação dos eixos da mesma em relação aos eixos das coordenadas. A elipse de confiança dos realces instáveis não apresentou uma boa correlação o que influenciou no estabelecimento dos limites estável e instável do Gráfico de Estabilidade bootstrap, proposto no presente trabalho. A baixa quantidade de amostras de realces instáveis (ressaltando que foram apenas 7 realces utilizados no método bootstrap, que realizou mais dez novas amostragens) foi insuficiente para gerar uma elipse de confiança representativa, que apresentasse uma boa correlação entre as variáveis.

Com isso, conclui-se que Gráfico de Estabilidade proposto no trabalho, para se tornar mais representativo, necessita de uma maior amostragem nos realces instáveis, para se obter uma elipse de confiança mais representativa e por consequência se estabelecer um limite estável-instável mais assertivo.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amadei, B., & Stephansson, O. (1997). *Rock Stress and its measurement*. London: Chapman and Hall.
- Assis, A. (2001). *Geotecnia Aplicada à Mineração*. Brasília: Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Ávila, C. (2012). *Determinação das Propriedades Mecânicas de Maciços Rochosos e/ou Descontinuidades utilizando Geomecânicas - Uma comparação entre os diversos Métodos de Classificação*. Ouro Preto: UFOP.
- Azevedo, Á. (2003). *Método dos Elementos*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Barton, N., Lien, R., & Lunde, J. (1974). *Engineering Classification of Rock Masses for the design of Tunnel Support*.
- Brady, B., & Brown, E. (2004). *Rock Mechanics for Underground Mining*. AZ Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Curi, A. (2017). *Lavra de Minas*. São Paulo: Oficina de Textos.
- De La Cruz, H. (2014). *Modelagem numérica para avaliação do controle das águas na mineração*. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica.
- Deere, D. (1967). Design of Surface or near surface construction in rock. *Proc. 8^o Symposium on Rock Mechanics*, (pp. 237-302). Minnessota.
- Ferreira, D. (1996). *Análise multivariada*. Lavras: UFLA.
- Hartman, H. L., & Mutmanský, J. M. (2002). *Introductory Mining Engineering*. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons.
- Hoek, E., Kaiser, P., & Bawden, W. (1995). *Support of Underground Excavations in Hard Rock*. Balkena: TAYLOR & FRANCIS POD.
- Hoek, E., Torres, C., & Corkun, B. (2002). *Hoek - Brown Failure Criterion*.
- Mathews, K., Hoek, D., & Stewart, S. (1981). *Prediction Of Stable Excavation Spans for Mining at Depths below 1000 Metres in Hard Rock*. Canada: Canada Centre for Mining and Energy Tehnology.
- Mendes, F. (1985). *Geomêcanica aplicada a exploração mineira subterrânea*. Lisboa: Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.
- Nickson, S. (1992). *Cable support guidelines for underground hard rockmine operations*. Department of Mining and Mineral Processing, University of British Columbia.
- Oliveira, M. (2012). *Dimensionamento empírico de realce em Sublevel Stopping*. Belo Horizonte: UFMG.

- Pereira, T. (2016). *Algoritmo Bootstrap aplicado às distâncias de Mahalanobis para obtenção de elipses de confiança para variáveis não normais*. Ouro Preto.
- Potvin, Y. (1988). *Empirical open stope design in Canada*. Vancouver: University of British Columbia.
- Singh, B., & Goel, R. (1999). *Rock mass classification: A practical approach in civil engineering*. New York: Elsevier.
- Stacey, T., & Page, C. (1986). *Practical Handbook for Underground Rock Mechanics*. Germany: Trans Tech Publications.
- Stewart, S., & Forsyth, W. (1995). *The Mathews method for open stope design*. CIM Bulletin.
- Suorineni, F., Kaiser, P., & Tannant, D. (2001). Likelihood statistic for interpretation of the stability graph for open stope design. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 735-744.
- Vassalo, T. (2017). *METODOLOGIA NÃO PARAMÉTRICA PARA DELIMITAÇÃO DOS ESTADOS DE ESTABILIDADE NO GRÁFICO DE ESTABILIDADE*. Ouro Preto: UFOP.

ANEXO

Script do algoritmo desenvolvido por Pereira (2016) para gerar as distâncias de Mahalanobis de um conjunto de dados aplicando a técnica bootsrtap e obter as elipses de confiança bootstrap e por meio dessas traçar a reta divisória entre os estrados de estabilidade estável e instável no gráfico de estabilidade.

```
library(MVN)
library(goft)
library(MASS)
library(cluster)
library(ellipse)

dados = read.csv("dados.csv",header=T,dec=',')
dados
head(dados)
X = as.matrix(dados[,-3])
X
mvShapiro.Test(X)
mvShapiro.Test(log(X))
roystonTest((X^0.25))
x1 = as.matrix(dados[dados$GRUPO=='1',-3])
x1
x2 = as.matrix(dados[dados$GRUPO=='2',-3])
x2
n1 = dim(x1)[1]
n2 = dim(x2)[1]
set.seed(123)
B = 10000
alpha = 0.20
MDist1 = matrix(NA,B,1)
MD1 = matrix(NA,n1,1)

MDist2 = matrix(NA,B,1)
```

```

MD2 = matrix(NA,n2,1)
for(i in 1:B){
  ind_boot_G1 = sample(1:n1, n1,replace = TRUE)
  amostra_boot_G1 = as.matrix(x1[ind_boot_G1,])
  Xbar_G1 = colMeans(amostra_boot_G1)
  S_G1 = var(amostra_boot_G1)
  S_G1_inv = solve(S_G1)

  for(j in 1:n1){
    MD1[j] = t(amostra_boot_G1[j,]-Xbar_G1)%*%S_G1_inv%*%(amostra_boot_G1[j,]-
Xbar_G1)
  }
  MDist1[i] = quantile(MD1,probs = (1-alpha))
}
for(i in 1:B){
  ind_boot_G2 = sample(1:n2, n2,replace = TRUE)
  amostra_boot_G2 = as.matrix(x2[ind_boot_G2,])
  Xbar_G2 = colMeans(amostra_boot_G2)
  S_G2 = var(amostra_boot_G2)
  S_G2_inv = solve(S_G2)
  for(j in 1:n2){
    MD2[j] = t(amostra_boot_G2[j,]-
Xbar_G2)%*%S_G2_inv%*%(amostra_boot_G2[j,]-Xbar_G2)
  }
  MDist2[i] = quantile(MD2,probs = (1-alpha))
}
summary(MDist1)
summary(MDist2)
front_boot_G1 = round(mean(MDist1),2)
front_boot_G1
front_boot_G2 = round(mean(MDist2),2)
front_boot_G2

```

```
## Plotagem dos dados
```

```
plot(X,xlim=c(-2.5,16),ylim=c(-3.5,13),col = dados[,3],pch=19,
      xlab = "Raio Hidráulico, HR (metros)",
      ylab = "Número de Estabilidade Modificado, N")
title("Gráfico de Estabilidade",cex.main = 1.1)
legend("topleft", c("Estável", "Instável"), col = c("black", "red"),
      lty=1,bty="n", ncol=1)
```

```
### Construção da elipse (1-alpha)% para o grupo 01
```

```
plot(X,xlim=c(-2.5,16),ylim=c(-3.5,13),col = dados[,3],pch=19,
      xlab = "Raio Hidráulico, HR (metros)",
      ylab = "Número de Estabilidade Modificado, N")
title("Elipses de 80% de confiança bootstrap",cex.main = 1.1)
legend("topleft", c("Estável", "Instável"), col = c("black", "red"),
      lty=1,bty="n", ncol=1)
```

```
xbarraG1 = round(apply(x1,2,"mean"),2)
```

```
xbarraG1
```

```
SG1 = round(var(x1),2)
```

```
SG1
```

```
ISG1 = round(solve(SG1),2)
```

```
ISG1
```

```
distancias_G1 = matrix(0,n1,1)
```

```
for(j in 1:n1){
```

```
    distancias_G1[j] = t(x1[j,]-xbarraG1)%*%ISG1%*%(x1[j,]-xbarraG1)
```

```
}
```

```
ind_sel_G1 = x1[distancias_G1 < front_boot_G1,]
```

```
lines(ellipse(SG1,centre=xbarraG1,t=sqrt(front_boot_G1),npoints=1000),col="black",
```

```
      lwd=3, xlim=c(-2.5,16),ylim=c(-3.5,13))
```



```

## vetor de médias do grupo estável
points(xbarraG1[1],xbarraG1[2], col='blue',pch=24)

### Construção da elipse (1-aplha)% para o grupo 02

xbarraG2 = round(apply(x2,2,"mean"),2)
xbarraG2
SG2 = round(var(x2),2)
SG2
ISG2 = round(solve(SG2),2)
ISG2
distancias_G2 = matrix(0,n2,1)
for(j in 1:n2){
distancias_G2[j] = t(x2[j,]-xbarraG2)%*%ISG2%*%(x2[j,]-xbarraG2)
}
ind_sel_G2 = x2[distancias_G2 < front_boot_G2,]
lines(ellipse(SG2,centre=xbarraG2,t=sqrt(front_boot_G2),npoints=1000),col="red",
lwd=3, xlim=c(-2.5,16),ylim=c(-3.5,13))

## vetor de médias para o grupo instável
points(xbarraG2[1],xbarraG2[2], col='blue',pch=24)

## pontos de intersecção e desenho da reta (deve ser obtidos os pontos e inseri-los)
points(5.28,5.82, col='darkred',pch=19)
points(5.22,1.40,col='darkred',pch=19)
ex12 <- expression(y == -15.93*x+85.57)
legend("topleft", c("Estável", "Instável", ex12), col = c("black", "red", 'blue'),
      lty=1,bty="n", ncol=1)
abline(87.57,-15.93,col='blue',lwd=3)

## somente pontos e reta

plot(X,xlim=c(-2.5,16),ylim=c(-3.5,13),col = dados[,3],pch=19,
      xlab = "Raio Hidráulico, HR (metros)",

```

```
ylab = "Número de Estabilidade Modificado, N")
title("Gráfico de Estabilidade",cex.main = 1.1)
ex12 <- expression(y == -15.93*x+85.57)
legend("topleft", c("Estável", "Instável", ex12), col = c("black", "red", "blue"),
lty=1,bty="n", ncol=1)
abline(85.57,-15.93,col='blue',lwd=3)
```

